

# 考虑均衡各站乘客等待时间的城市轨道交通客流协同控制模型\*

甘金荣, 陈治亚

(中南大学 交通运输工程学院, 长沙 410075)

**摘要:**【目的】针对城市轨道交通在高峰期由于前方车站客流量需求过大,迅速占据运能而导致后方车站的乘客需等待较长时间才能乘车的问题,建立考虑均衡各站乘客等待时间的客流控制模型。【方法】首先对乘客乘车过程进行动态建模,然后建立以系统平均等待时间最小和使车站最大平均等待时间最小为目标的优化模型,通过设置权重 $\lambda$ 来均衡各站的平均等待时间,当 $\lambda=0$ 时,为仅考虑均衡各站的平均等待时间,当 $\lambda=1$ 时,为仅考虑最小化系统总等待时间,在实际中,可根据目标的不同选取不同的 $\lambda$ 值。【结果】由于建立的模型为整数线性规划模型,运用 CPLEX 求解器即可得到最优解;最后通过算例进行验证,结果显示通过在目标函数中设置不同的权重,可不同程度地均衡各站的平均等待时间。【结论】通过本文构建的模型,既减小了系统的总等待时间,也均衡了各站的平均等待时间。

**关键词:**城市轨道交通;客流协同控制;均衡;高峰期;等待时间;CPLEX

**中图分类号:**O223; U239.5

**文献标志码:**A

**文章编号:**1672-6693(2019)06-0022-09

在城市轨道交通高峰期,前方车站的乘客迅速占据运能,后方乘客需要等待较久才能乘车离开,这样往往造成车站客流的长时间堆积、等待时间过长等问题。为保障乘客在旅程中的安全及为运输组织的管理提供便利,对车站实施客流控制(即“限流”)是一种简单有效的方法。

目前针对城市轨道交通客流控制已有一定的研究,张正等人<sup>[1]</sup>在分析流量平衡原理的基础上,提出了客流在车站、线路和线网3个层级上的协同限流方法。刘晓华等人<sup>[2]</sup>提出了车站联合客流控制的思想。赵鹏等人<sup>[3-4]</sup>从线路层和网络层构建客流控制模型,以提高线路的利用率和减小乘客等待时间。石俊刚等人<sup>[5]</sup>则在考虑站厅安全的情况下,建立了地铁线路客流协同控制模型。蒋琦玮等人<sup>[6]</sup>根据车站三级控流策略,建立车站层次的双目标客流控制模型,通过开启设备的数量来控制客流。冯树民等人<sup>[7]</sup>针对突发大客流建立以乘客平均延误最小和各区间满载率之和最大为目标的协调限流控制优化模型。此外,Liu等人<sup>[8]</sup>对于高频地铁线路中高峰时段的出行需求过大而给地铁系统带来的较大风险,降低了乘客舒适度等问题,提出了一种结合旅客控制策略的地铁列车调度与列车连接协同优化方法。Li等人<sup>[9]</sup>将客流控制策略与列车调度相结合,以消除列车延误,并利用预测控制方法求解了所建立的耦合状态空间模型。Shi等人<sup>[10]</sup>提出了一种协同优化列车时刻表和客流控制策略的整数规划模型,以最小化线路上所有车站的旅客等候时间为目标并给出了相应算法。Jiang等人<sup>[11]</sup>研究了在给定客流总进站需求的情况下,对旅客需求进行控制和调整列车运力供给,建立了基于效用理论的客运站选择模型,对客运站之间的客流分布进行了修正。Yang等人<sup>[12]</sup>提出了一种综合客流控制和公交桥接服务的综合策略,以缓解地铁系统拥挤的情况。Xu等人<sup>[13]</sup>基于排队网络理论,研究了不确定需求下的客流控制组织。鲁工圆等人<sup>[14]</sup>针对客流过饱和的地铁线路以旅客周转量最大为目标进行了客流控制。除此之外,还可采取拥挤收费缓解交通拥挤<sup>[15]</sup>。

综上,目前关于客流控制方面的研究<sup>[3-5,7,14]</sup>以线路上的乘客总等待时间或旅客周转量最大为目标进行优化,能一定程度上减小乘客总等待时间,但这些研究仅从线路系统的角度进行优化,并未考虑各站的平均等待

\* 收稿日期:2019-05-20 修回日期:2019-10-30 网络出版时间:2019-11-25 10:34

资助项目:国家重点研发计划(No. 2017YFB1201300);中南大学研究生自主探索创新项目(No. 2018zzts512)

第一作者简介:甘金荣,女,研究方向为城市轨道交通,E-mail: ganjinrong@csu.edu.cn;通信作者:陈治亚,男,教授,博士生导师,E-mail: chzy@csu.edu.cn

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20191125.1033.010.html>

时间。而在高峰期,往往存在前方车站的客流需求过大,过早占据运能,导致后方车站乘客的等待时间过长的问題,目前的研究并不能均衡后方车站乘客的等待时间,不具现实意义。为此,本文将针对高峰期各站的平均等待时间差异较大进行均衡优化,以最小化线路各站乘客的平均等待时间和系统的平均等待时间为目标,通过计算出各个车站的上车人数,协同制定出各个车站的客流管控措施,从而达到缓解客流拥挤及均衡各站乘客等待时间的目的。

### 1 问题描述

由于城市规划分区,城市轨道交通客流具有较强的时空特性。考虑如图 1 所示的城市轨道单向线路,线路上各站在高峰时段客流需求如图 2 所示,可以看出,各站需求具有较大差异,前方几个车站客流需求量大,这样往往导致由于前方需求大,迅速占用运力资源,当列车运行至后方车站时,乘客无法乘车,需等待较长时间才能乘车离开。已有的研究往往从降低系统总等待时间角度考虑系统优化,并不能达到使各站的乘客等待时间减小。为此,本文以最小化线路各站乘客的平均等待时间和系统的平均等待时间为目标建立优化模型,通过计算出各个车站的上车人数,协同制定各个车站的客流管控措施。

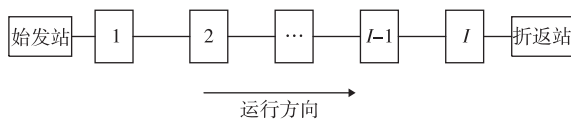


图 1 单向轨道交通线路

Fig. 1 One-way rail transit line

考虑建模和计算的复杂性,本节仅考虑单一方向的城市轨道交通线路,共有  $I$  个车站,对于每一个车站记为  $1, \dots, 2, v, \dots, i$ ,其中  $1$  表示始发站, $i$  表示终点站。取单位计算时间  $t_0$ ,将控制时段  $T$  进行离散化, $t \in T$ 。列车集合  $M = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ 。为简化问题,做如下假设:

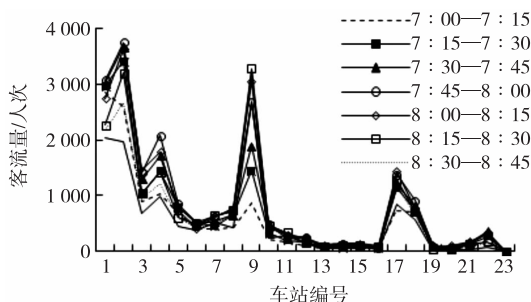


图 2 高峰期线路上各车站客流需求

Fig. 2 The passenger flow demand of each station on the rush-hour line

1) 乘客站内行走时间不计,站台等待时间忽略不计。客流控制为控制进入站台的乘客,进入站台的乘客即可乘坐接下来的车,乘客行走时间、站台等待时间忽略不计。

2) 客流需求的 OD 比例为恒定值,不随时间改变。在通勤等高峰客流中,OD 比例具有一定的稳定性,可根据历史数据分析获得。

3) 在整个过程中,到达地铁的乘客不会因为等待时间过长而放弃乘坐地铁。

### 2 乘客动态建模

乘客乘坐地铁的过程是一个从进入车站到乘坐列车再到区间运行最后下车出站的动态转移过程,因此接下来对这个动态过程进行建模分析。

#### 2.1 决策变量

本模型针对在高峰期各站等待时间差异较大的问题,构建考虑系统平均等待时间最小和使车站最大平均等待时间最小为目标的优化模型。模型中包含两种决策变量: $X_i(t)$ 表示时刻  $t$  进入站台等待乘车的乘客数, $t_{max}$ 表示车站平均最大等待时间。

#### 2.2 客流需求

车站  $i$  时刻  $t$  的进站客流数为  $Y_i(t)$ ,各行程的旅客比例为  $e_{i,j}^{[16]}$ :

$$e_{i,j} = \begin{pmatrix} 0 & e_{1,2} & \dots & e_{1,j} \\ 0 & 0 & \dots & e_{2,j} \\ \vdots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中  $e_{i,j}$  为行程是  $i \rightarrow j$  的旅客比例。则时刻  $t$  行程为  $i \rightarrow j$  的旅客数为:

$$Y_{i,j}(t) = Y_i(t) \cdot e_{i,j} \quad (2)$$

其中  $Y_{i,j}(t)$  为时刻  $t$  行程为  $i \rightarrow j$  的乘客数。

### 2.3 列车待乘状态

$V_{i,m}(t)$  表示列车在车站  $i$  的状态, 为 0-1 变量, 当它的值为 1 时表示从上一列车离开至即将来临一列车的离开时段, 如图 3 所示。

### 2.4 站内动态客流

时段  $t$  内进入站台的人数为从时刻 1 至时刻  $t$  进入站台的人数累加:

$$L_i^p(t) = \sum_{t=1}^t X_i(t). \quad (3)$$

其中  $X_i(t)$  为时刻  $t$  车站  $i$  进站台人数,  $L_i^p(t)$  为时段  $t$  内进入站台  $i$  的人数。同理, 时段  $t$  内进站的人数为从时刻 1 至时刻  $t$  的进站人数累加:

$$L_i^a(t) = \sum_{t=1}^t Y_i(t). \quad (4)$$

其中  $Y_i(t)$  为时刻  $t$  车站  $i$  进站人数,  $L_i^a(t)$  为时段  $t$  内进站的人数。时刻  $t$  站厅的人数为时段  $t$  内的进站人数与时段  $t$  内的进站台人数相减:

$$L_i^{wh}(t) = L_i^a(t) - L_i^p(t). \quad (5)$$

其中  $L_i^{wh}(t)$  为时刻  $t$  的站厅人数。

控制时段内车站  $i$  的总人数为将控制时段内的人数进行累加:

$$N_{a_i} = \sum_{t \in T} Y_i(t). \quad (6)$$

其中  $N_{a_i}$  为车站  $i$  的总人数。控制时段内线路上的总人数为各站的进站人数进行累加:

$$N_a = \sum_i N_{a_i}. \quad (7)$$

其中  $N_a$  为线路上所有车站的总人数。列车  $m$  在车站  $i$  的上车人数为在待乘列车  $m$  的时段内的进入站台人数之和:

$$L_{i,m}^b = \sum_{t \in T} V_{i,m}(t) \cdot X_i(t). \quad (8)$$

其中  $L_{i,m}^b$  为列车  $m$  在车站  $i$  的上车人数。时刻  $t$  车站  $i$  站台等待乘坐列车  $m$  的乘客数为:

$$L_{i,m}^{wp}(t) = \left( \sum_{t \in T} V_{i,m}(t) \cdot X_i(t) \right) \cdot V_{i,m}(t). \quad (9)$$

其中  $L_{i,m}^{wp}(t)$  时刻  $t$  车站  $i$  站台等待乘坐列车  $m$  的乘客数。

### 2.5 乘客上下车过程

列车  $m$  在车站  $i$  主要完成乘客上下车的活动, 因此在区间  $i \rightarrow i+1$ , 列车的载客量计算如下:

$$L_{i,m}^{on} = \begin{cases} L_{1,m}^b (i=1) \\ L_{i-1,m}^{on} - L_{i,m}^{al} + L_{i,m}^b (i \geq 2) \end{cases} \quad (10)$$

其中  $L_{i,m}^{on}$  为列车  $m$  在离开车站  $i$  后车上的人数。由于在第 1 站, 即  $i=1$  时, 车站只有上车没有下车乘客, 所以列车载客量即为上车人数; 从第 2 站开始, 列车的载客量为前一站的载客量减去本站的下车人数再加上本站的上车人数:

$$L_{i,m}^{al} = \sum_{v=1}^{i-1} n_{v,m}^b \cdot e_{v,i} (i > 1). \quad (11)$$

其中:  $L_{i,m}^{al}$  表示列车  $m$  在车站  $i (i > 1)$  的下车人数, 即为列车  $m$  在车站  $i$  前方所有站上车的人数中以  $i$  站为目的地的所有乘客加和,  $e_{v,i}$  为 OD 比例。

### 2.6 乘客等待时间

由于乘客进入站台后即可乘坐即将到来的列车, 等待时间较小, 所以忽略站台等待时间, 仅计算在站台外等

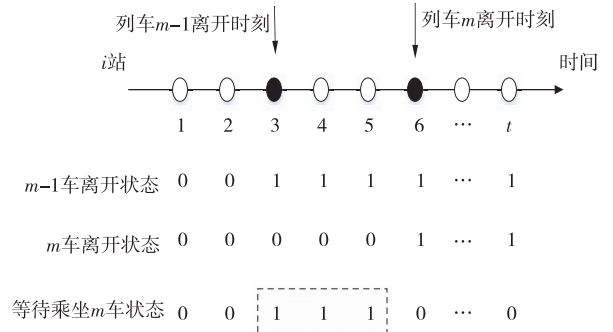


图 3 列车状态

Fig. 3 State of the train

待时间,车站  $i$  乘客的等待时间为各时刻的等待乘客与单位计算时间相乘的累加之和,计算公式为:

$$t_i^{\text{wh}} = \sum_{t \in T} L_i^{\text{wh}}(t) \cdot t_0. \quad (12)$$

其中:  $t_0$  为单位计算时间,  $t_i^{\text{wh}}$  为车站  $i$  乘客的等待时间。则车站  $i$  平均等待时间为车站  $i$  总等待时间除以车站  $i$  总人数:

$$\tilde{t}_i = \frac{t_i^{\text{wh}}}{N_{a_i}}. \quad (13)$$

其中  $\tilde{t}_i$  为车站  $i$  平均等待时间。线路总平均等待时间为所有车站等待时间的累计之和:

$$T_{\text{total}} = \sum_i t_i^{\text{wh}}. \quad (14)$$

其中  $T_{\text{total}}$  为线路总平均等待时间。同理,线路平均等待时间为总等待时间除以总人数:

$$\tilde{t} = \frac{T_{\text{total}}}{N_a}. \quad (15)$$

其中  $\tilde{t}$  为线路平均等待时间。

### 3 客流控制模型

#### 3.1 目标函数

为减小乘客等待时间且均衡各站平均等待时间,建立以系统总体平均等待时间最小化和站平均最大等待时间最小化为目标的函数,即:

$$\min \tilde{T} = \lambda \tilde{t} + (1 - \lambda) t_{\max}. \quad (16)$$

其中  $\lambda$  为目标权重,当  $\lambda = 0$  时,表示以站平均最大等待时间最小为目标,完全考虑均衡各站的等待时间;当  $\lambda = 1$  时,表示以系统总等待时间最小为目标函数。在实际中,可根据具体情况,选取  $\lambda$  值来不同程度的均衡各站等待时间。

#### 3.2 约束条件

乘客自进站等待乘车至上车到区间运行至到达目的地站下车出站的过程中,需要满足站内各区域、站内设施等的的能力约束,具体如下。

1) 服务人数。在控制时段内,客流需求与服务人数相同,即进站人数、进站台人数和上车人数相同,又即:

$$\sum_{t \in T} X_i(t) = \sum_{t \in T} Y_i(t) = \sum_{m \in M} L_{i,m}^b. \quad (17)$$

2) 相邻时刻进站台人数、单位时间进站人数限制。在客流控制时段内,为保证控流过程的流畅,则相邻控制时段的进站台人数相差有一个限度,即:

$$-a \leq X_i(t) - X_i(t-1) \leq a. \quad (18)$$

其中  $a$  为相邻时段客流相差限度。站内乘客通过各设施时有能力约束,简化表达如下:

$$X_i(t) \leq C. \quad (19)$$

其中  $C$  为设备能力限制。

3) 站内设施限制(站台、站厅)。高峰期客流往往较大,为保证站内安全,站内各区域有容量约束,即站台有容量限制  $h_p$  和站厅有容量限制  $h_h$ ,分别计算如下:

$$L_{i,m}^b \leq h_p, \quad (20)$$

$$L_i^{\text{wh}}(t) \leq h_h. \quad (21)$$

4) 列车载客量限制。高峰期乘客的滞留主要原因是运能无法匹配,列车具有载客量限制,即:

$$L_{i,m}^{\text{on}} \leq h_v. \quad (22)$$

其中  $h_v$  为列车的载客量。

5) 平均最大等待时间。为均衡各站乘客平均等待时间,设置变量  $t_{\max}$ ,它的值不小于各站的平均等待时间  $\tilde{t}_i$ ,即:

$$t_{\max} \geq \tilde{t}_i \quad (23)$$

其中  $t_{\max}$  为车站最大平均等待时间。

### 3.3 模型求解

由于建立的模型为整数线性规划模型,运用 CPLEX 求解器即可求得最优解。

## 4 算例分析

### 4.1 算例数据

为验证本文提出模型的有效性,考虑到计算规模,本节参照文献[10]设置数据,以一个简单的仿真案例进行验证。仿真案例中线路包括单向共 5 个车站、4 个运行区间,车站记为 A,B,C,D,E。考虑到模型的假设,取单位计算时间  $t_0 = 30$  s,计算时长  $T = 60t_0$ 。由于进行客流控制时,为保障尽快满足客流需求,列车的发车间隔已缩至最短,且列车在区间的运行速度达到最大。将相邻列车开行时间间隔设为 120 s,相邻区间运行 120 s,在区间停留为 30 s,列车数  $m = 10$ ,模型相关参数如表 1 所示。客流需求通过正态分布产生,由于本文考虑前方车站客流需求较大,过早占据运能,所以车站 A 和 B 的客流需求大于车站 C 和 D,各站客流需求如表 2 所示。

表 1 模型相关参数

Tab.1 Model dependent parameter

参数	符号	数值	参数	符号	数值
列车数/列	$m$	10	控制时段/t	$T$	60
列车定员/人	$h_v$	500	车站数/个	$J$	5
发车间隔/s	$t_1$	120	站台承载量/人	$h_p$	500
站间停留时间/s	$t_2$	30	站内设备通过能力/(人·s <sup>-1</sup> )	$c$	150
区段运行时间/s	$t_3$	120	相邻时段		
单位控制时长/s	$t_0$	10	进站台人数差异/人	$\alpha$	30

$$\text{OD 比例 } e_{i,j} \text{ 为: } e_{i,j} = \begin{pmatrix} 0 & 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}。$$

### 4.2 计算结果与分析

使用 IBM ILOG CPLEX 12.5 进行求解。所有的计算工作在 1 台 Intel i3 3.4 GHz, 32 GB 内存, Window 10 操作系统的计算机上进行求解,计算的终止条件为上下界 Gap 为 1%。接下来对计算的结果进行分析。

4.2.1 计算结果 由于目标函数是一个加权值,所以对  $\lambda$  在 0-1 之间进行取值,得到一组由  $\tilde{t}$  和  $t_{\max}$  组成的解集,  $\tilde{t} = [337.36, 388.9]$ ,  $t_{\max} = [389, 598]$ ,  $\tilde{t}$  和  $t_{\max}$  结果如图 5 所示,目标值随权值  $\lambda$  变化曲线图如图 6 所示,取值范围为  $[337.36, 388.9]$ 。

4.2.2 结果分析 当对  $\lambda$  取不同值时,  $\tilde{T}$ ,  $\tilde{t}$  和  $t_{\max}$  变化较大,接下来对  $\lambda$  分别取 0, 0.5 和 1 时进行分析。

当  $\lambda = 0$  时,表示以各站平均等待时间最小为目标进行优化,以均衡各站的等待时间,最大限度的消除因为地铁站点的分布而导致的不公平性。

当  $\lambda = 0.5$  时,表示既考虑系统的总等待时间又考虑各站的等待时间,对其进行优化。

当  $\lambda = 1$  时,表示以系统的总等待时间最小为目标进行优化,不考虑各站平均等待时间的差异。

表 2 客流需求表

Tab.2 Passenger flow demand table

车站	A	B	C	D
客流需求/人	2 000	2 000	1 500	1 500

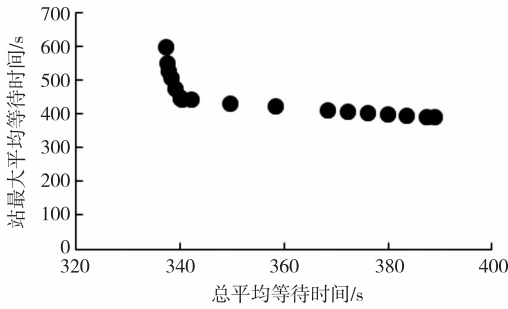


图 4 乘客等待时间

Fig. 4 Passenger waiting time

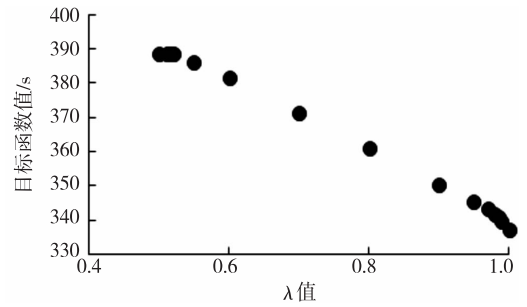


图 5 目标值

Fig. 5 Target value

1) 目标值。如表 3 所示为对应于  $\lambda$  取不同值时各目标值,由表可看出,在  $\lambda$  取 0.5~1 之间时,各值相差较大,体现了系统和各站之间的矛盾对立性。

2) 各站平均等待时间。如表 4 和图 6 所示为对应于  $\lambda$  取不同值时各站的平均等待时间。

表 3 目标值

Tab. 3 Target value s

$\lambda$ 值	$\tilde{T}$	$\tilde{t}$	$t_{\max}$
0	389	388.99	389
0.5	388.731	387.46	390
1	337.363	337.36	598

表 4 各站平均等待时间

Tab. 4 Average waiting time at each station s

$\lambda$ 值	各站等待时间			
	A	B	C	D
0	388.98	388.99	389	389
0.5	381.29	389.88	390	389.94
1	79.32	321.23	597.28	443.02

由表 4 和图 6 可看出,当以系统总等待时间最小(即  $\lambda=1$  时)为目标函数,各站的平均等待时间呈现极大的差异性,A 站最小,为 79.32 s,C 站最大,为 597.28 s;当以各站的平均等待时间最小(即  $\lambda=0$  时)为目标,各站平均等待时间能达到均衡,均为 389 s,相较于  $\lambda=1$  时,减小了 C,D 两站的平均等待时间,增加了 A,B 两站的平均等待时间。

3) 乘客乘车动态过程。实施不同的控流措施,乘客乘车的过程也有所不同,接下来对各站在  $\lambda=0, \lambda=0.5$  和  $\lambda=1$  时的乘客动态进行分析。

由于当  $\lambda=0$  和  $\lambda=0.5$  时,在分析中发现乘客的动态乘车过程类似,为便于比较,以下只列出  $\lambda=0$  与  $\lambda=1$  时各站的对比图,如图 7 所示。

由图 7 可知,各站平均等待时间相差较大,A 站、B 站较小,而 C 站和 D 站较大。通过对比发现,相较于以系统总等待平均时间最小为目标,当以各站平均等待时间最小为目标时,A 站和 B 站的乘客乘车动态过程具有明显的变化,在开始阶段乘客进站乘车数量减小,在整个控制时段内,在每个单位时段内的乘客量均不大。由此可知,通过减少在前方车站的上车量,增加后方乘客的上车量来达到每个车站等待时间的均衡。

4) 车站各区域等待人数。对  $\lambda=0, \lambda=0.5$  和  $\lambda=1$  时各站各区域等待人数进行分析。由于当  $\lambda=0$  和  $\lambda=0.5$  时,客流控制状态类似,为便于比较,以下只列出  $\lambda=0$  与  $\lambda=1$  时各站的对比图,如图 8 所示。由于等待在站台的乘客即可乘坐即将到达的列车,所以在站台等待人数即为上车人数。当  $\lambda=0$  时,4 个车站的乘客量在各时段的乘车量均较为均衡,乘车量都不大;当  $\lambda=1$  时,A 站的乘客量在控制时段内变化较大,其他 3 个站的变化较小。

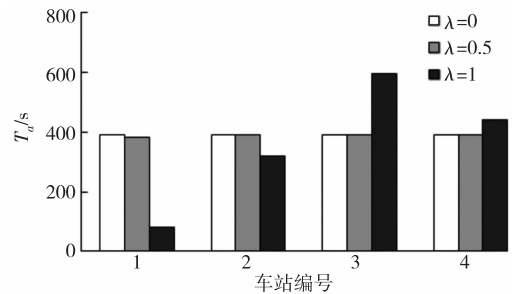


图 6 各站平均等待时间

Fig. 6 Average waiting time at each station

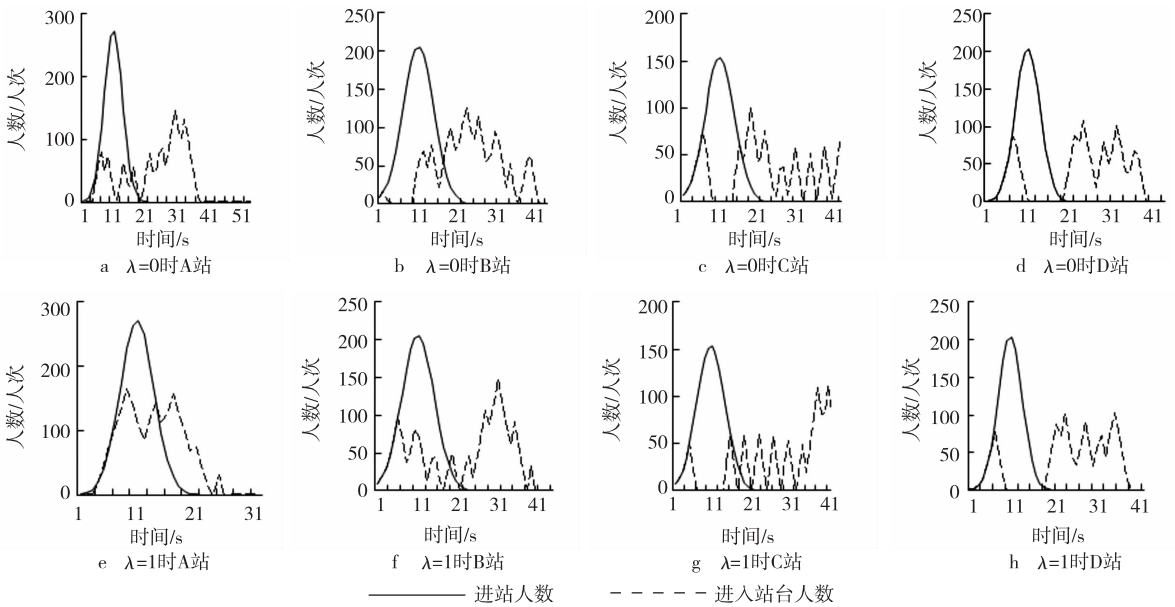


图 7 乘客乘车动态

Fig. 7 Passenger per formance

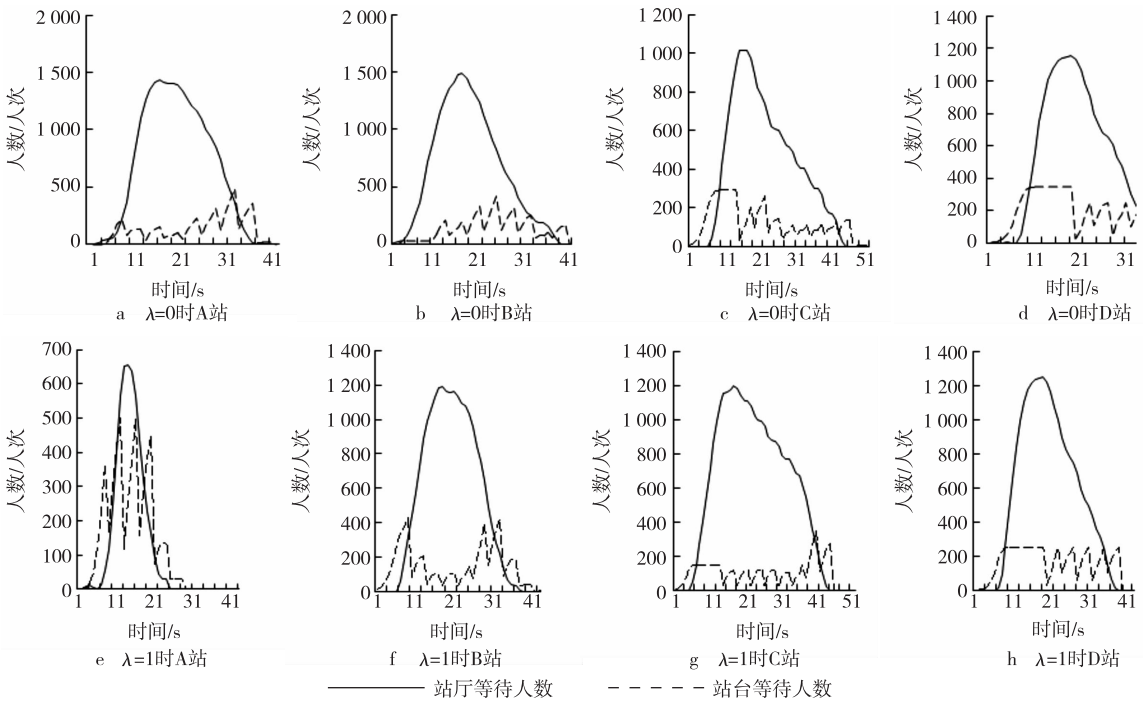


图 8 车站各区域等待人数

Fig. 8 Number of people waiting in each area of the station

对比同一个站在  $\lambda$  取不同值时的变化,发现 A 站和 B 站相较于  $\lambda=1$ ,在  $\lambda=0$  时开始时段的乘客量减小,整体较为平缓;而 C 站和 D 站则在开始时段乘客量增加,整体变化趋势不变。

4. 2. 3 小结 通过以上对  $\lambda$  取不同值时的所对应的目标函数值、各站平均等待时间、列车在各区间载客量、乘客乘车动态过程和车站各区域等待人数的对比分析,得到当同时考虑系统平均等待时间和各站的平均等待时间(即  $\lambda=0.5$ )时,通过减小 A 站和 B 站的进站客流量来均衡 C 站和 D 站的平均等待时间,同时系统平均等待时间也得到降低,提高了乘车的公平性。

### 5 结论

本文从综合考虑系统和均衡各站乘客等待时间的角度出发,建立了考虑以系统平均等待时间最小和以车站

最大平均等待时间最小为目标的优化模型,权值 $\lambda$ 表示系统平均等待时间最小所占的权重,实际情况中可根据目标的不同选取不同的 $\lambda$ 值,当 $\lambda=0$ 时,为仅考虑均衡各站的平均等待时间,当 $\lambda=1$ 时,为仅考虑使系统总等待时间最小;运用CPLEX求解器对所建立的线性规划模型进行求解,通过算例进行验证,结果显示此优化模型可以在减小系统总等待时间的同事,均衡各站的平均等待时间。

### 参考文献:

- [1] 张正,蒋熙,贺英松.城市轨道交通高峰时段车站协同限流安全控制研究[J].中国安全生产科学技术,2013,9(10):5-9.  
ZHANG Z,JIANG X,HE Y S.Study on collaborative flow-limiting safety control of urban railway station in peak hours[J].Journal of Safety Science and Technology,2013,9(10):5-9.
- [2] 刘晓华,韩梅,陈超.城市轨道交通车站联合客流控制研究[J].城市轨道交通研究,2014(5):105-108.  
LIU X H,HAN M,CHEN C.Study on passenger cooperated-controlling for urban rail stations[J].Urban Mass Transit,2014(5):105-108.
- [3] 姚向明,赵鹏,乔珂,等.城市轨道交通网络客流协同控制模型[J].中南大学学报(自然科学版),2015(1):342-350.  
YAO X M,ZHAO P,QIAO K,et al.Coordinated passenger inflow control model of urban rail transit network[J].Journal of Central South University (Natural Science),2015(1):342-350.
- [4] 赵鹏,姚向明,禹丹丹.高峰时段城市轨道交通线路客流协调控制[J].同济大学学报(自然科学版),2014,42(9):1340-1346.  
ZHAO P,YAO X M,YU D D.Cooperative passenger inflow control of urban mass transit in peak hours[J].Journal of Tongji University (Natural Science),2014,42(9):1340-1346.
- [5] 石俊刚,杨静,杨立兴.以安全为导向的地铁高峰时段多车站客流协同控制模型[J].交通运输系统工程与信息,2019,19(1):125-131.  
SHI J G,YANG J,YANG L X.Safety-oriented cooperative passenger flow control model in peak hours for a metro line[J].Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology,2019,19(1):125-131.
- [6] 蒋琦玮,蔡适,陈维亚,等.城市轨道交通车站客流控制决策模型[J].系统工程,2017,35(9):94-102.  
JIANG Q W,CAI S,CHEN W Y,et al.Passenger flow control decision-making method of urban rail transit station[J].System Engineering,2017,35(9):94-102.
- [7] 冯树民,陈勇,辛梦薇.突发大客流下地铁协调限流优化模型[J].哈尔滨工业大学学报,2019,51(2):179-185.  
FENG S M,CHEN Y,XIN M W.Coordination passenger flow control model for metro under sudden large passenger flow[J].Journal of Harbin Institute of Technology,2019,51(2):179-185.
- [8] LIU R M,LI S K,YANG L X.Collaborative optimization for metro train scheduling and train connections combined with passenger flow control strategy[J].Omega,2020,90:101990.
- [9] LI S K,DESSOUKY M M,YANG L X,et al.Joint optimal train regulation and passenger flow control strategy for high-frequency metro lines[J].Transportation Research Part B:Methodological,2017,99:113-137.
- [10] SHI J G,YANG L X,YANG J,et al.Service-oriented train timetabling with collaborative passenger flow control on an oversaturated metro line:an integer linear optimization approach[J].Transportation Research Part B:Methodological,2018,110:26-59.
- [11] JIANG M,LI H Y,XU X Y,et al.Metro passenger flow control with station-to-station cooperation based on stop-skipping and boarding limiting[J].Journal of Central South University,2017,24(1):236-244.
- [12] YANG J F,JIN J G,WU J J,et al.Optimizing passenger flow control and bus-bridging service for commuting metro lines[J].Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering,2017,32(6):458-473.
- [13] XU X Y,LIU J,LI H Y,et al.Capacity-oriented passenger flow control under uncertain demand:algorithm development and real-world case study[J].Transportation Research Part E:Logistics and Transportation Review,2016,87:130-148.
- [14] 鲁工圆,马骊,王坤,等.城市轨道交通线路客流控制整数规划模型[J].西南交通大学学报,2017,52(2):319-325.  
LU G Y,MA S,WANG K,et al.Integer programming model of passenger flow assignment for congested urban rail lines[J].Journal of Southwest Jiaotong University,2017(2):319-325.
- [15] 董甜甜,谭建春.博弈原理在解决交通拥挤中的分析[J].重庆师范大学学报(自然科学版),2012,29(2):99-102.  
DONG T T,TIAN J C.Analysis on game theory in traffic congestion[J].Journal of Chongqing Normal University (Natural Science),2012,29(2):99-102.



[16] GAO Y, KROON L, SCHMIDT M, et al. Rescheduling a metro line in an over-crowded situation after disruptions

[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2016, 93:425-449.

## Operations Research and Cybernetics

### A Collaborative Control Model of Urban Rail Transit Passenger Flow Considering the Equalization of Passenger Waiting Time at Each Station

GAN Jinrong, CHEN Zhiya

(School of Traffic and Transportation Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

**Abstract:** [Purposes] Aiming at the problem that passengers in rear stations have to wait for a long time due to the large demand of passenger flow in front stations and the quick occupation of transportation capacity in the peak period of urban rail transit, a passenger flow control model considering the waiting time of passengers in each station is established. [Methods] Firstly, the dynamic modeling of passenger riding process is carried out, then, an optimization model with the goal of minimizing the average waiting time of the system and minimizing the maximum average waiting time of the station is established, by setting the weights of  $\lambda$  to equalize the average waiting time of every station, when  $\lambda=0$ , it is only considered to balance the average waiting time of each station, when  $\lambda=1$ , it is only considered to minimize the total waiting time of the system, the weight can be changed by depending on the problem at hand. [Findings] Since the model is an integer linear programming model, the optimal solution can be obtained by using the CPLEX solver. Finally, an example is used to verify the results. The results show that by setting different weights in the objective function, the average waiting time of each station can be balanced to different degrees. [Conclusions] The model established here not only reduces the total waiting time of the system, but also balances the average waiting time of each station.

**Keywords:** urban rail transit; passenger flow coordination control; the equalization; the peak hour; waiting time; CPLEX

(责任编辑 陈 乔)