

基于患者门诊就医的双任务排序问题*

范静¹, 吴惠静²

(1. 上海第二工业大学 文理学部, 上海 201209; 2. 上海市第一人民医院 医务处, 上海 201600)

摘要:【目的】为解决门诊患者在同一位医生处初次就诊、检查(检验)后确诊两个阶段的优化安排,使门诊患者尽早完成就医诊疗。【方法】将患者门诊就医的问题转化为一个双任务排序问题,建立问题的数学模型,提出一个动态规划算法。【结果】对于这个双任务排序问题,当第一个任务的加工时间与两任务的时间间隔为常数时,此动态规划算法为多项式时间的最优算法。【结论】对于改善医院门诊的叫号系统,提高就医效率提供了重要的研究方法。

关键词: 门诊; 双任务排序; 动态规划算法; 最优解

中图分类号: O223

文献标志码: A

文章编号: 1672-6693(2019)06-0031-05

门诊作为患者在就诊过程中最先接触的治疗环节,它的服务质量不仅关系到广大患者对医院医疗服务质量的评价,也会影响到医院的声誉、效益和竞争力^[1-2]。患者在门诊就医流程通常是:挂号—初次就诊—医生开检查(检验)单—缴费并检查(检验)—取得报告—返回原就诊医生处确诊—医生开门诊处方或门诊治疗处置单。由此可见,医生在门诊诊间不仅要面对初次就诊的患者,还要面对检查(检验)后需确诊的患者。目前国内大多数医院的叫号系统仅针对初次就诊的患者叫号,而对于检查(检验)后需确诊的患者疏于管理。因此,在诊间经常会看到拿着检查(检验)单的患者挤在医生的周围,在初次就诊的患者就诊间隙,医生随机穿插地对他们进行确诊治疗。这样不仅秩序混乱,也没有很好地保护就诊者隐私。

目前,针对门诊流程的优化研究主要集中于运用信息化手段提高患者的就医满意度,如自助机、微信等^[3-5]。关于门诊诊间不同就诊阶段的患者叫号安排调度,则有一些文献提出检查后的患者可在叫号系统重新排队^[6],也有一些医院采取了不区分阶段总体“先到先服务”的方法。这些方法虽然操作简单,但缺乏理论论证来评估实际效果。

事实上,上述问题可以转化为单机双任务排序问题。将门诊医生视作加工工件的机器,将患者视作有两个加工任务(即初次就诊与确诊治疗)的工件,两个任务的加工顺序不能交换。从患者结束初诊到拿到检查(检验)报告返回诊间进行确诊治疗,需要一定的时间,即工件第一个任务的完工时刻与第二个任务的开工时刻存在一定的时间间隔。问题的目标是合理安排工件使得最晚加工的工件尽早完工,即最后就诊的患者尽早结束治疗。

双任务排序问题由 Shapiro^[7]于1980年提出,该问题产生于雷达系统的应用,即根据先后传输的雷达脉冲计算某移动目标的速度与轨道。Orman 等人^[8]提出了一些重要的多项式时间算法,Orman 等人^[9]深入研究了该类问题,给出很多不同参数条件下问题的复杂度。Ahr 等人^[10]研究了各工件两阶段任务的加工时间以及时间间隔取值分别相等的情形,Potts 等人^[11]对此问题提出启发式算法,Li 等人^[12]提出了禁忌搜索算法,Philippe^[13]在文献^[10]的基础上证明时间间隔为常数时,此问题可转化为最短路径问题,并在多项式时间内得到最优解。更多的研究结果可参阅综述文献^[14]。

受文献^[10,13]的启发,本文将门诊医生诊治不同阶段患者的问题转化为单机双任务排序问题后,研究各工件两阶段任务的加工时间以及时间间隔取值分别相等,且第一个任务的加工时间与两任务的时间间隔为常数的情形。文中第一部分介绍问题,并给出问题的模型,第二部分给出表示机器加工状态的模式及相关结论,第三部

* 收稿日期:2018-08-20 修回日期:2019-06-20 网络出版时间:2019-11-18 15:14

资助项目:国家自然科学基金(No. 11601316);上海第二工业大学应用数学学科项目(No. XXKPY1604);上海第二工业大学资源循环科学与工程中心支持项目-上海市高原学科-环境科学与工程(资源循环科学与工程)项目

第一作者简介:范静,女,副教授,博士,研究方向为组合最优化,E-mail:fanjing@sspu.edu.cn;通信作者:吴惠静,女,助理研究员,E-mail:synymb@126.com

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20191118.1514.002.html>

分提出动态规划算法,并通过理论证明及实例分析,表明该算法的最优性。

1 预备知识

本部分主要介绍单机双任务问题的模型及最优解的存在性。

给定一台机器及工件集 $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ 。工件 $J_i (1 \leq i \leq n)$ 有两个不同的任务 O_i^1 及 O_i^2 , 任务 O_i^1, O_i^2 所需的加工时间分别为 a_i, b_i 。机器完成第一个任务 O_i^1 后的 L_i 时刻加工第二个任务 O_i^2 。工件的加工需按照编号顺序进行,即对于两个不同工件 J_i 与工件 $J_j (1 \leq i < j \leq n)$, 任务 O_j^1 须安排在 O_i^1 完工后加工, 任务 O_j^2 须安排在 O_i^2 完工后加工。机器一次只能不间断地加工一个工件的任务。本文研究一个特殊情形,即 $a_i = a, L_i = L, b_i = b$ 。目标函数为最小化最大完工时间,记为 C_{\max} 。利用 Graham 等人^[3]提出的三参数法,研究的问题可简记为 $1|Coup-Task, (a, L, b)|C_{\max}$ 。

若用 C_i^1, C_i^2 表示工件 $J_i (1 \leq i \leq n)$ 的任务 O_i^1, O_i^2 的完工时间,则 $C_{\max} = C_n^2$ 。

这里假设 $(n-1)a > L > a$ 。否则, n 个工件依次完成加工任务,即可得到最优解 $C_{\max} = n(a+L+b)$ 。

文中研究的问题可写成一个线性规划模型^[13]:

$$\begin{cases} \min & C_n^2 \\ \text{s. t.} & C_i^2 = C_i^1 + L + b, i = 1, 2, \dots, n \\ & C_i^1 \geq C_{i-1}^1 + a, i = 1, 2, \dots, n \\ & C_i^2 \geq C_{i-1}^2 + b, i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (1)$$

其中 $C_0^1 = 0, C_0^2 = a + L$ 。

线性规划问题(1)有最优解^[13],可用单纯形法进行求解,得到最优解。但由于单纯形法不是多项式时间算法,因此,将在文中提出一个适用于问题(1)的多项式时间算法。

另外,由于以下定理的成立,所以假设 $a \geq b$ 。

定理 1^[9] 问题 $1|Coup-Task, (a, L, b)|C_{\max}$ 与问题 $1|Coup-Task, (b, L, a)|C_{\max}$ 是等价的。

2 机器加工过程的状态模式

为了借助文献[10]中表示机器加工过程的状态模式,并提出求解此问题的多项式时间算法,假设问题中所有参数的取值为整数。实际上,可以通过乘以适当的数字,将所有参数转变为整数。在文献[10]中,用 1 表示在一个单位时间内机器处于加工状态;用 0 表示在一个单位时间内机器处于空闲状态。

定义 1^[10] 模式 $P(a, L, b)$ 是指长度为 L 的全 0 序列,或 0-1 序列。若是 0-1 序列,则该序列中有一组或多组连续 b 个 1,且每组 1 后面有至少 $(a-b)$ 个 0。

值得注意的是,模式 $P(a, L, b)$ 反映的是安排加工当前工件 $J_i (1 \leq i \leq n)$ 时,从 O_i^1 的完工时间到 O_i^2 的开工时间,机器在每个单位时间内将出现的空闲或加工状态。

例如,对于 $a=2, L=3, b=1$ 的实例,安排工件 J_1 的两个任务 O_1^1 及 O_1^2 后的模式为(0 0 0)。图 1 直观地表示了安排工件 J_1 后机器加工的状态及对应的模式。

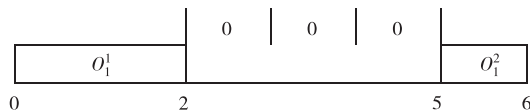


图 1 安排工件 J_1 后机器的加工状态及对应的模式

Fig. 1 The pattern corresponding to the machine situation after assigning job J_1

文献[13]已证明,模式 $P(a, L, b)$ 的总个数至多有 $a^{\frac{L}{a-b}}$ 个。

下面给出机器新加工状态模式的定义。

定义 2^[10] 设 $P[i]$ 表示模式 $P(a, L, b)$ 中第 $i (1 \leq i \leq L-a+1)$ 个位置的数字。当 $P[i] = P[i+1] = \dots = P[i+a-1] = 0$ 时, $Q[P, i]$ 定义为由模式 $P(a, L, b)$ 生成的新模式:

$$(P[i+a] \ P[i+a+1] \ \dots \ P[L] \ \underbrace{1 \ 1 \ \dots \ 1}_{b \text{ 个}} \ \underbrace{0 \ 0 \ \dots \ 0}_{(i+a-b-1) \text{ 个}})$$

为简便起见,记为 $Q[P,i]=(P[i+a] \ P[i+a+1] \ \dots \ P[L] \ 1 \ b \ 0 \ (i+a-b-1))$ 。

显然,由于机器在加工当前工件的第一个任务后,要在第 i 时刻加工新工件的第一个任务,便生成了新模式 $Q[P,i]$ 。

例如,对于 $a=2,L=3,b=1$ 的模式 $(0 \ 0 \ 0)$,当 $i=1$ 时,生成的新模式为: $Q[(0,0,0),1]=(0 \ 1 \ 0)$;当 $i=2$ 时,生成的新模式为 $Q[(0,0,0),2]=(1 \ 0 \ 0)$ 。图 2 及图 3 分别表示了 $i=1$ 与 $i=2$ 时,安排加工工件 J_2 后机器的加工状态及对应模式的转换情况。

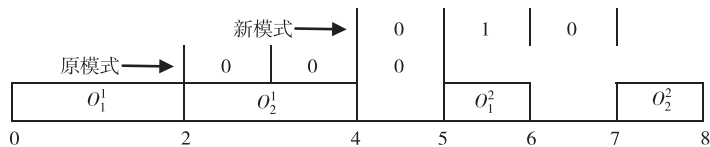


图 2 当 $i=1$ 时,工件 J_2 的加工情况及模式的转换

Fig. 2 The change of the pattern after assigning job J_2 when $i=1$

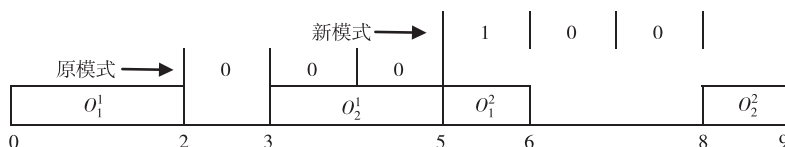


图 3 当 $i=2$ 时,工件 J_2 的加工情况及模式的转换

Fig. 3 The change of the pattern after assigning job J_2 when $i=2$

由定义 2 可得引理 1。

引理 1^[10] 新模式 $Q[P,i]$ 对应的目标函数值比模式 $P(a,L,b)$ 增加了 $i+a-1$ 。

下面的引理本质上与定义 2 是一致的,均描述了由一个模式是如何产生新模式的,但引理 2 的提出使得条件与结论更加清晰,在实际计算中操作性更强。

引理 2^[10] 给定模式 $P(a,L,b)$,对于满足 $P \bmod 2^{L-i+1} < 2^{L-i-a+1}$ 的所有 $i(1 \leq i \leq L-a+1)$,得到的新模式 $Q[P,i]$ 为 $Q[P,i]=(P \bmod 2^{L-i-a+1})2^{i+a-1} + (2^b - 1)2^{i+a-b-1}$ 。

例如,对于 $a=2,L=3,b=1$ 的模式 $P=(0 \ 0 \ 0)$, $i=1$ 满足条件 $P \bmod 2^3 = 0 < 2^1 = 2$,得到的新模式为 $Q[P,1]=0+2^1=2$,用二进制表示为 $(0 \ 1 \ 0)$; $i=2$ 满足条件 $P \bmod 2^2 = 0 < 2^0 = 1$,得到的新模式为 $Q[P,2]=0+2^2=4$,用二进制表示为 $(1 \ 0 \ 0)$ 。这与定义 2 所得到的结果一致。

3 动态规划算法 DP

本部分主要介绍动态规划算法,并分析算法的性能。

动态规划算法 DP 定义值函数:设 $F(j,S(j))$ 表示加工完成前 j 个工件的最优目标函数值,其中 $S(j)$ 表示机器加工第 j 个工件时所有可能模式的集合。

初始条件: $F(1,S(0))=a+L+b$;

递推公式:对于 $1 \leq j \leq n-1$,有:

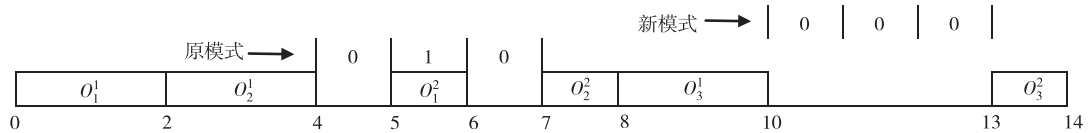
$$F(j+1,S(j+1)) = \min\{F(j,S(j))+(i+a-1), F(j,S(j))+(a+L+b) \mid Q[P,i] \in S(j+1), P \in S(j)\},$$

其中, $S(j+1) = \{Q[P,i] \mid P \bmod 2^{L-i+1} < 2^{L-i-a+1}, 1 \leq i \leq L-a+1, P \in S(j)\} \cup \{0(L)\}$, $S(0) = 0(L)$;

最优值: $F(n,S(n))$ 。

这里需要说明的是,对于 $P \in S(j)(j < n-1)$ 中所有位置 $i(1 \leq i \leq L-a+1)$,如果均不满足条件 $P \bmod 2^{L-i+1} < 2^{L-i-a+1}$,则生成的新模式必为 $(0(L))$,目标函数值的增量为 $a+L+b$ 。此时,工件 J_{j+1} 的第一个任务 O_{j+1}^1 紧接在工件 J_j 的第二个任务 O_j^2 后加工。

例如,对于 $a=2,L=3,b=1$ 的模式 $P=(0 \ 1 \ 0)$, $i=1$ 时 $P \bmod 2^3 = 2 = 2^1$, $i=2$ 时 $P \bmod 2^2 = 2 > 2^0 = 1$,均不满足定理 2 的条件,则新模式为 $(0 \ 0 \ 0)$ 。图 4 表示在图 2 基础上安排加工工件 J_3 后机器的加工状态及对应模式的转换情况。

图 4 在图 2 基础上工件 J_3 的加工情况及模式的转换Fig. 4 The change of the pattern after assigning job J_3 based on Fig. 2

定理 2 对于问题 $1|Coup-Task, (a, L, b)|C_{\max}$, 动态规划算法 DP 可得到最优解。当 a 与 L 为常数时, 算法的运行时间为 $O(n)$ 。

证明 动态规划算法 DP 对于前 $j(1 \leq j \leq n-1)$ 个工件的加工安排, 考虑了所有可能的加工情形。值函数 $F(j, S(j))$ 是经过比较所有可能的目标函数值后得到的最小值, 因此 $F(n, S(n))$ 得到的必为最优目标函数值。动态规划算法 DP 中包含 n 个阶段, 每个阶段至多有 a^{L-1} 个状态, 每个状态需要 $O(1)$ 时间以确定下一个状态对应的目标函数值。因此, 动态规划算法 DP 的时间复杂性为 $O(na^{L-1})$ 。当 a 与 L 为常数时, 算法的运行时间为 $O(n)$ 。证毕

下面通过一个实例, 说明动态规划算法 DP 的计算过程。

对于 $a=2, L=3, b=1$ 的实例, 当 $n=3$ 时, 根据动态规划算法 DP, 有:

$$S(3) = \{Q[(1 \ 0 \ 0), 2] = (1 \ 0 \ 0)\} \cup \{(0 \ 0 \ 0)\}.$$

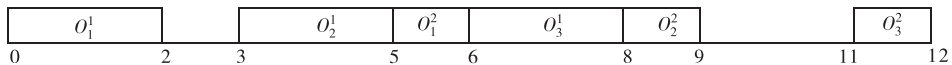
这里的 $\{(0 \ 0 \ 0)\}$ 即为图 4 的新模式。此时, 根据递推公式可得:

$$F(3, (1 \ 0 \ 0)) = \min \{F(2, (1 \ 0 \ 0)) + (2+2-1), F(2, (1 \ 0 \ 0)) + (2+3+1)\} = 12,$$

$$\text{以及 } F(3, (0 \ 0 \ 0)) = \min \{F(2, (0 \ 1 \ 0)) + (2+3+1), F(2, (1 \ 0 \ 0)) + (2+3+1)\} = 14.$$

因此, 最优解为: $F(3, S(3)) = \min \{F(3, (1 \ 0 \ 0)), F(3, (0 \ 0 \ 0))\} = 12$ 。

图 5 表示了 3 个工件的最优序。从工件加工的安排来看, 图 4 中这 3 个工件的安排实际上是按“先到先服务”的思想得到的, 对应的目标函数值已经比最优值大了。随着工件个数的增加, 两者的差距会越来越大。

图 5 $n=3$ 时的最优序Fig. 5 The optimal scheduling for $n=3$

通过上述分析可知, 在医院门诊看病的实际情况中, 对于不同就诊阶段患者的叫号安排, 如果简单地按照“先到先服务”的想法安排叫号系统, 医生的工作效率明显会降低, 患者也不能尽早结束就医。因此, 可以从动态规划算法出发, 合理安排不同就诊阶段患者的叫号进程, 提高医生的工作效率和服务质量, 改善患者就诊的环境, 更减少不必要的等待时间, 提升医院的整体竞争力。

参考文献:

- [1] 谢洋. 公立医院门诊业务流程再改造研究: 以河北医科大学第二医院为例[D]. 石家庄: 河北经贸大学, 2018.
XIE Y. Business process reengineering of public hospitals outpatient: a case study in the second hospital of Hebei Medical University[D]. Shijiazhuang: Hebei University of Economics and Business, 2018.
- [2] 李钟仁. 上海大型公立医院门诊服务流程优化对策研究: 基于 SJ 医院案例的分析[D]. 上海: 上海师范大学, 2014.
LI Z R. Study on optimization of outpatient service process in large public hospitals in Shanghai: based on SJ hospital case analysis[D]. Shanghai: Shanghai Normal University, 2014.
- [3] 吴强山. 利用信息化技术优化改造门诊流程[D]. 苏州: 苏州大学, 2015.
WU Q S. Optimizing outpatient process by information technology[D]. Suzhou: Suzhou University, 2015.
- [4] 庄菲. 基于自助机的门诊流程信息化探索[J]. 医学信息学杂志, 2018, 39(3): 29-32.
ZHUANG F. Exploration into outpatient process informatization based on self-help machines[J]. Journal of Medical Intelligence, 2018, 39(3): 29-32.
- [5] 秦涵书, 刘兆海, 袁雪莉, 等. 微信在优化门诊流程中的应用[J]. 中国数字医学, 2018, 13(4): 112-114.
QIN H S, LIU Z H, YUAN X L, et al. Application of We-

- Chat in optimizing outpatient service process[J]. *China Digital Medicine*, 2018, 13(4): 112-114.
- [6] 陈建清, 马真一. 智慧医疗推动门诊服务流程再造的探索与实践[J]. *电脑与电信*, 2018(Z1): 58-60.
CHEN J Q, MA Z Y. The exploration and practice of intelligent medical treatment to promote the reengineering of outpatient service process[J]. *Computer & Telecommunication*, 2018(Z1): 58-60.
- [7] SHAPIRO R D. Scheduling coupled tasks[J]. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1980, 27: 477-481.
- [8] ORMAN A J, POTTS C N, SHAHANI A K, et al. Scheduling for the control of a multifunctional radar system[J]. *European Journal of Operational Research*, 1996, 90: 13-25.
- [9] ORMAN A J, POTTS C N. On the complexity of coupled tasks scheduling[J]. *Discrete Applied Mathematics*, 1997, 72: 141-154.
- [10] AHR D, BEKESI J, GALAMBOS G, et al. An exact algorithm for scheduling identical coupled tasks[J]. *Mathematical Methods of Operations Research*, 2004, 59(2): 193-203.
- [11] POTTS C N, WHITEHEAD J D. Heuristics for a coupled operation scheduling problem[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2007, 58(10): 1375-1388.
- [12] LI H, ZHAO H. Scheduling coupled tasks on a single machine[J]. *IEEE Symposium on Computational Intelligence in Scheduling*, 2007(1/2/3/4/5): 137-142.
- [13] PHILIPPE B. A note on scheduling identical coupled tasks in logarithmic time [J]. *Discrete Applied Mathematics*, 2010, 158(5): 583-587.
- [14] BLAZEWICZ J, PAWLAK G, TANAS M, et al. New algorithms for coupled tasks scheduling; a survey[J]. *Rairo-Operations Research*, 2012, 46(4): 335-353.

Operations Research and Cybernetics

Coupled-task Scheduling Based on Outpatient Treatment Process

FAN Jing¹, WU Huijing²

(1. College of Arts and Sciences, Shanghai Second Polytechnic University, Shanghai 201209;

2. Medical Department, Shanghai General Hospital, Shanghai 201600, China)

Abstract: [Purposes] The goal is to optimize the arrangement of patients in the clinic and complete the treatment process as early as possible for them during two stages, the first visit and the diagnosis after medical examination (or test). [Methods] This outpatient treatment problem can be transformed into a coupled-task scheduling problem. The mathematic model of the problem is established and a dynamic programming algorithm is proposed. [Findings] For the coupled-task scheduling problem, the optimal schedule can be obtained by this dynamic programming algorithm whose running time is polynomial if the processing time of the first task and the gap between two tasks are fixed constants. [Conclusions] It provides an important research method for improving the outpatient call system and improving the efficiency of medical treatment in the hospital.

Keywords: outpatient treatment; coupled-task scheduling; dynamic programming algorithm; the optimal solution

(责任编辑 黄 颖)