电偶极子的电荷禁闭

胡先权¹,马 勇¹,王万录²

(1. 重庆师范大学物理学与信息技术学院, 重庆 400047; 2. 重庆大学数理学院, 重庆 400045)

摘 要 将电荷禁闭作为夸克禁闭理论的类比。以分离变量法与镜象法相结合,求解了被禁闭于半径为 R 的接地导体球壳内的电偶极子静电场所满足的泊松方程,求得了电偶极子及其感应电荷在球壳内的电势表达式。并根据电 偶极子在接地导体球壳内的位置分 3 种情况进行了分析、计算和讨论,得到了位于接地导电平面附近的电偶极子及 其感应电荷的电势表达式。为了能明显的看出其镜象特征,利用数学物理方法对电势表达式进行变形处理,并分析 了其镜象电荷、镜象偶极子的空间位置。

关键词 :电偶极子 ;夸克 ;镜象电荷 ;镜象偶极子 ;电荷禁蔽 中图分类号 :0441.1 文献标识码 :A

文章编号:1672-6693(2005)01-0001-05

The Electrostatic Shielding of Electric Dipole

HU Xian-quan¹, MA Yong¹, WANG Wan-lu²

(1. College of Physics and Information Technology, Chongqing Normal University, Chongqing 400047;

2. College of Physics and Mathematics, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

Abstract The electrostatic shielding is used as the analogy of the theory of quark shielding in this paper. With the combination of the method of variable division and mirror-image method, we have the solution of the Poisson equation whose boundary condition is the conductor spherical face connected with ground and the electric dipole is confined in. The potential representation yielded from the electric dipole and its induction in the sphere is obtained. Three situations are analyzed, calculated and discussed according to the electric dipole 's positions in the sphere. This paper also concludes the potential representation made by the electric dipole and its induction near the surface of the conductor. In order to see the mirror-image feature obviously, we transform the potential representation by methods of mathematical physics, and analyze the space positions of mirror-image charge and mirror-image dipole.

Key words electric dipole quark mirror-image charge mirror-image electric dipole electrostatic shielding

基本粒子的夸克模型已经获得了很大的成功, 理论上所存在的问题正在逐一的解决。但有一个基 本的困难人们却没有好办法对付,即"夸克禁闭"问 题^[1-4] 到目前为止,人们所看到的都是多个夸克的 复合体,重子、介子等。虽然作了极大的努力,也从 未在实验中观察到自由的(单独存在的)夸克。

色荷的携带者夸克总是逃避着人们的视线,但 电荷的携带者电子、质子等却处处皆是。将电荷禁 闭作为夸克禁闭理论的类比例子是有一定意义的。 这类问题的讨论,虽然不能从根本上解决夸克禁闭 的问题,但也有助于对问题的解决获得一些线索,至 少将电力线与色力线的禁闭相类比的方法在物理上 是有兴趣的。

1 电荷沿直径对称分布在球心两侧

在电动力学的理论范围内,能够造成一种特殊 的环境条件,创造一个区域,使得在这个区域外完全 觉察不到区域内部电荷的存在。此时在区域边界 *S*

* 收稿日期 2004-11-02

资助项目:国家自然科学基金资助项目(NO.60376032)重庆市教育委员会科学技术研究项目(NO.20030806) 作者简介:胡先权(1944-),男,四川双流人,教授,理论物理领衔硕士导师,主要从事数学物理、原子分子理论研究。

$$E_{n}|_{s} = 0 \quad \vec{\mathbf{g}} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial r}\Big|_{\underline{\partial},\underline{P},\underline{n},\underline{L}} = 0 \quad (1)$$

而最简单的情形就是,将电荷置于接地导体球 壳内,两个点电荷被禁闭于接地导体球壳内。以 *S* 代表导体球壳的面,有边界条件

$$\varphi|_{s} = 0 \qquad (2)$$

(2)式是(1)式的一种特殊情况。本文在原有研究

工作的基础上^[5~9],用分离变量法与镜象法相结合, 求解了被禁闭于半径为 *R* 的接地导体球壳内的电 偶极子静电场所满足的泊松方程。

设半径为 R 的接地导体球壳内部放置有两个 点电荷,电量分别为 q 和 – q。它们沿直径对称分布 在球心两侧,距球心距离为 a(如图 1a 所示)。



满足这一边界条件的静电势函数是什么?此问 题归结于解球形区域的静电泊松(Poisson)方程,这 一泊松方程的两个源是两个δ函数,写作

(a)

$$\nabla^2 \varphi(\vec{r}) = -\frac{q}{\varepsilon_0} \left[\delta(\vec{r} - \vec{a}) - \delta(\vec{r} + \vec{a}) \right] (3)$$

方程(3)是线性方程,由数理方法的理论^[10]得 知,它的解由特解和通解两部分叠加而成。令 φ_1 、 φ_2 分别是正、负 δ 函数为源的方程的特解, φ_3 为拉 普拉斯(Laplace)方程的通解,它们满足的方程分别 是:

$$\begin{cases} \nabla^2 \varphi_1 = -\frac{q}{\varepsilon_0} \mathcal{A}(\vec{r} - \vec{a}) \\ \nabla^2 \varphi_2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \mathcal{A}(\vec{r} + \vec{a}) \\ \nabla^2 \varphi_3 = 0 \end{cases}$$

而方程(3)的通解 φ 为 φ_1, φ_2 和 φ_3 的和

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 \tag{4}$$

其中 φ_1, φ_2 可以直接写出 ,而 φ_3 根据问题的轴 对称性可以写成勒让德(Legendre)多项式的展开形 式^[10,13] ,由于 φ_3 在球壳没有奇点 ,故展开式不应该 包含矢径 *r* 的负幂项 , φ_1, φ_2 和 φ_3 可写为

$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{a}|} \\ \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} + \vec{a}|} \\ \varphi_3 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n r^n P_n(\cos\theta) \end{cases}$$
(5)

展开系数 A_n 根据边界条件(2)式而定。利用勒让 德多项式的母函数展式^[10] 在分界面 r = R 附近 ,把 φ_1 和 φ_2 作级数展开。因为 r > a ,所以得到

$$\begin{cases} \varphi_{1}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_{0}|\vec{r}-\vec{a}|} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_{0}^{n}} \sum_{r=0}^{a^{n}} P_{n}(\cos\theta) \\ \varphi_{2}(\vec{r}) = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_{0}|\vec{r}+\vec{a}|} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_{0}^{n}} \sum_{r=0}^{a^{n}} \sum_{r=1}^{n+1} P_{n}(\cos\theta) \\ \mathbf{h}(2) (4) (5) \mathbf{h}(6) \mathbf{f} \mathbf{f} \mathbf{f} \mathbf{g} \\ \mathbf{h}(2) (4) (5) \mathbf{h}(6) \mathbf{f} \mathbf{f} \mathbf{f} \mathbf{g} \\ \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{qa^{n}}{4\pi\varepsilon_{0}r^{n+1}} [1-(-1)^{n}] + A_{n}r^{n} \right\} P_{n}(\cos\theta) |_{r=R} = 0 \\ \mathbf{f} \mathbf{f} \mathbf{f} \mathbf{g} \\ \mathbf$$

$$A_{n} = - [1 - (-1)^{n}] \frac{qa^{n}}{4\pi\varepsilon_{0}R^{2n+1}}$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty$$

于是,得到方程(3)满足边界条件(2)式在球壳内部的解是

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{n=0}^{\infty} [1 - (-1)^n] \frac{a^n r^n}{R^{2n+1}} P_n(\cos\theta)$$
(7)

为了明显看出其镜象的特点 ,把(7)式中 φ 的 表达式加以变形

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{a}q\right) \cdot \frac{r^n}{\left(\frac{R^2}{a}\right)^{n+1}}$$

$$P_n(\cos\theta) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{a}q\right) \frac{r^n}{\left(-\frac{R^2}{a}\right)^{n+1}} P_n(\cos\theta)$$

第1期

如果令 $\vec{a'} = \frac{R^2}{a}\vec{e_z} q' = \frac{R}{a}q$ 就不难看出上式中的后 两项正是 $\frac{-q'}{|\vec{r} - \vec{a'}|}$ 和 $\frac{q'}{|\vec{r} - (-\vec{a'})|}$ 分别在 r < a'处的展开式。所以

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} - \frac{q'}{|\vec{r} - \vec{a'}|} + \frac{q'}{|\vec{r} - (-\vec{a'})|} \right) \quad (8)$$

可见 φ 是由置于接地导体球壳内部 \vec{a} 处的 q和位于其共轭点 \vec{a} '的镜象电荷 – q'以及置于接地 导体球壳内部 – \vec{a} 处的 – q 和位于其共轭点 – \vec{a} '的 镜象电荷 q'共同激发的(如图 1b)。

2 电偶极子位于球壳内部任意位置

设半径为 *R* 的接地导体球壳内部有一电偶极 子 \vec{p} ,电偶极子到球心的距离为 a_0 (如图 2a)。将电 偶极子看作相距为 2*a* 的 ± *q* 组成 ,即 $\vec{p} = 2q\vec{a}$ 。 \vec{p} 可分解为平行于 *z* 轴的分量 \vec{p}_{\parallel} 和垂直于 *z* 轴的分量 \vec{p}_{\perp} 。

对于平行于 z 轴的分量 \vec{p}_{\parallel} ,显然有

 $\vec{p}_{\parallel} = p \cos \alpha \ \vec{e_z} = 2aq \cos \alpha \ \vec{e_z}$

可视为电荷 $q_1 = q\cos\alpha$ 位于 $\vec{a_1} = (a_0 + a)\vec{e_z}$ 处,电荷 $q_2 = -q\cos\alpha$ 位于 $\vec{a_2} = (a_0 - a)\vec{e_z}$ 处。导体球壳接 地,有边界条件

$$arphi_{\mathbb{F}} = 0$$
要求解 $ec{p}_{\parallel}$ 的静电势函数 ,归结于解满足边界条件球形区域的静电泊松方程

$$\nabla^{2} \varphi_{\parallel}(\vec{r}) = -\frac{q \cos \alpha}{\varepsilon_{0}} [\delta(\vec{r} - \vec{a_{1}}) - \delta(\vec{r} + \vec{a_{2}})] (9)$$

利用和上面解方程(3)同样方法的计算,可得到方

程(9)满足边界条件的解

入(10)式可改写为

$$\varphi_{\parallel} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_1'}{|\vec{r} - \vec{a'}_1|} + \frac{q_2'}{|\vec{r} - \vec{a'}_2|} \right)$$
 (11)
从(11)式可以明显看出 $q'_1 = -\frac{R}{a_1}q\cos\alpha$ 和 $q'_2 = \frac{R}{a_2}q\cos\alpha$ 分别是 $q_1 = q\cos\alpha$ 和 $q_2 = -q\cos\alpha$ 位于
 $\vec{a}_1' \pi \vec{a}_2' \psi$ 的镜象电荷(图 2b)。
将 $\vec{a}_1, \vec{a}_2' (\Lambda, \vec{q'}_1, \vec{q'}_2, \vec{a'}_1)\pi \vec{a'}_2' \bar{n}$
 $\vec{q'}_1 = -\frac{R}{a_0 + a}q\cos\alpha$ $\vec{a'}_1 = \frac{R^2}{a_1}\vec{e}_2 = \frac{R^2}{a_0 + a}\vec{e}_2$
 $\vec{q'}_2 = \frac{R}{a_0 - a}q\cos\alpha$ $\vec{a'}_2 = \frac{R^2}{a_2}\vec{e'}_2 = \frac{R^2}{a_0 - a}\vec{e'}_2$
1) 当 $a_0 \gg a$ 时,由于 a 为小量,可将 $q_1'\pi q_2'$ 展

开为
$$\frac{a}{a_0}$$
的级数 $^{[10,13]}$ 取一次项得

$$q_{1}' = -\frac{R}{a_{0}}q\cos\alpha + \frac{1}{2}\frac{Rp\cos\alpha}{a_{0}^{2}}$$

$$q_{2}' = \frac{R}{a_{0}}q\cos\alpha + \frac{1}{2}\frac{Rp\cos\alpha}{a_{0}^{2}}$$
(13)

 q'_1 和 q'_2 间相距 $l = a'_2 - a'_1 = \frac{2R^2 a}{a_0^2 - a^2}$ q'_1 和 q'_2 的中

心位置
$$I_0 = \frac{1}{2} (a'_1 + a'_2) = \frac{R^2 a_0}{a_0^2 - a^2}$$
,由于 $a_0 \gg a$,可将 a^2 约掉 则有

$$l = \frac{2R^2a}{a_0^2}; \quad l_0 = \frac{R^2}{a_0}$$

可见,电偶极子平行分量 \vec{p}_{\parallel} 的镜象可看作是由一个 镜象偶极子和一个镜象电荷组成。在距球心为 \vec{l}_{0} $= l_{0}\vec{e}_{2}$ 处有一镜象偶极子

$$\vec{p}_{\parallel}' = \left(\frac{R}{a_0}\right)^3 p \cos \alpha \vec{e}_z = \left(\frac{R}{a_0}\right)^3 \vec{p}_{\parallel}$$

在同一位置还有一镜象电荷

$$q'_{\parallel} = q'_1 + q'_2 = \frac{R}{a_0^2} p \cos\alpha = \frac{R}{a_0^2} p_{\parallel}$$

对于电偶极子 pī 垂直于 z 轴的分量

$$\vec{p}_{\perp} = 2qa\sin\alpha(-\vec{e}_x)$$

可视为电荷 $q_1 = q \sin \alpha$ 位于 $\vec{b}_1 = a_0 \vec{e}_z - a \vec{e}_x$ 处 ,电荷 $q_2 = -q \sin \alpha$ 位于 $\vec{b}_2 = a_0 \vec{e}_z + a \vec{e}_x$ 处 则有 $\nabla^2 \varphi_{\perp} (\vec{r}) = -\frac{q \sin \alpha}{\varepsilon_0} [\delta(\vec{r} - \vec{b}_1) - \delta(\vec{r} + \vec{b}_2)] (14)$ 方程(14)满足有界条件 $\varphi_{\perp} \mid_s = 0$ (15)

运用球函数的加法公式^[10~12],将母函数展开式(6)

式的结果加以推广,有

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{a}|} = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} \frac{2}{\delta_{m}} \cdot \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \cdot \frac{a^{n}}{r^{n+1}} \cdot P_{n}^{m}(\cos\theta_{0})P_{n}^{m}(\cos\theta_{1})\cos\phi_{0}\cosm\phi + \sin m\phi_{0}\sinm\phi_{0}) \quad (r > a) \\ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} \frac{2}{\delta_{m}} \cdot \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \cdot \frac{r^{n}}{a^{n+1}} \cdot P_{n}^{m}(\cos\theta_{0})P_{n}^{m}(\cos\theta_{1})\cos\phi_{0}\cosm\phi + \sin m\phi_{0}\sinm\phi_{0}) \quad (R < a) \end{cases}$$
(16)

方程(14)的通解 φ_{\perp} 为

 $\varphi_{\perp} = \varphi_{\perp 1} + \varphi_{\perp 2} + \varphi_{\perp 3}$ (17) 其中 $\varphi_{11}, \varphi_{12}$ 可以直接写出 ,而 φ_{13} 由于问题不再 具轴对称性可以写成连带勒让德多项式的展开形 式^[10,13] 由于 φ_{13} 在球壳没有奇点 故展开式不应该 包含矢径 r 的负幂项 $\varphi_{11}, \varphi_{12}$ 和 φ_{13} 可写为

$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{q \sin \alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_1} = \frac{q \sin \alpha}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{b}_1|} \\ \varphi_2 = \frac{q \sin \alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = -\frac{q \sin \alpha}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{b}_2|} \\ \varphi_3 = \sum_{n,m} A_{nm} r^n P_n^m (\cos\theta) + \sum_{n,m} B_{nm} r^n P_n^m (\cos\theta) \end{cases}$$
(18)

由(15)(16)(17)和(18)式进行求解。可求得

 $\varphi_{\perp} = \frac{q \sin \alpha}{4\pi\varepsilon_0 \vec{r_{\perp}}} - \frac{q \sin \alpha}{4\pi\varepsilon_0 \vec{r_{2}}} - \sum_{n \ m} \frac{q \sin \alpha R}{4\pi\varepsilon_0 b_1} \frac{r^n}{\left(\frac{R^2}{b_1}\right)^{n+1}} \frac{2}{\delta_m} \cdot$

 $\frac{(n-m)!}{(n+m)!}P_n^m(\cos\theta_0)P_n^m(\cos\theta_1)(\cos\theta_0\cos\psi_1 +$ $\sin m\varphi_0 \sin m\varphi_1) + \sum_{n m} \frac{q \sin \alpha R}{4\pi \varepsilon_0 b_2} \frac{r^n}{\left(\frac{R^2}{b_1}\right)^{n+1}} \frac{2(n-m)!}{\delta_m(n+m)!} \cdot$ $P_n^m(\cos\theta_0)P_n^m(\cos\theta_2)(\cos m\varphi_0\cos m\varphi_2 + \sin m\varphi_0\sin m\varphi_2)$ 利用和前面同样的方法进行处理 ,可求得 д 的镜象 为位于距球心儿。处的一镜象偶极子

$$\vec{p}_{\perp}' = -(R/a_0)^3 \vec{p}_{\perp}$$
 (19)

可见,对上述这种情况,置于半径为R的接地导体 球壳内部到球心的距离为 $a_0(a_0 \gg a)$ 的电偶极子

$$\vec{r} = 2q\vec{a}$$
 的电象为一个位于 l_0 处的点电荷
 $q' = q'_{\parallel} = (R/a_0^2)p\cos\alpha$ (20)



图 2 电偶极子位

和偶极子

 $\vec{p}' = \vec{p'}_{\parallel} + \vec{p'}_{\parallel} = p(R/a_0)^3 (\cos\alpha \vec{e}_z - \sin\alpha e_x)$ (21) 组成的系统(如图 2c 所示)。球壳内部任一点的电 势可表示为

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{\vec{p} \cdot (\vec{r} - \vec{a}_0)}{|\vec{r} - \vec{a}_0|^3} + \frac{\vec{p}' \cdot (\vec{r} - \vec{l}_0)}{|\vec{r} - \vec{l}_0|^3} + \frac{q'}{|\vec{r} - \vec{l}_0|} \right] (22)$$

2)当 a₀→0 时,对平行分量 p̄_ ,由(12)式有

$$q_1' = \frac{R}{a_1}q_1 = \frac{R}{a}q\cos\alpha$$
 $q_2' = \frac{R}{a_2}q_2 = \frac{R}{a}q\cos\alpha$

由(12),(13)式和极限条件有

$$l = \frac{2R^2a}{a_0^2 - a^2} = \frac{2R^2}{a} \qquad l_0 = \frac{R^2a_0}{a_0^2 - a^2} = 0$$

对电偶极子 \vec{p} 垂直于 z 轴的分量 \vec{p} , μ (19)式有

$$\vec{p_{\perp}}' = -\left(\frac{R}{a_0}\right)^3 \vec{p_{\perp}} = \left(\frac{R}{a_0}\right)^3 2qa\sin\alpha \vec{e}_x$$

当 $\alpha = 0$ 时,此时 $\vec{p}_{\perp} = 0$,由(11),(12)式可得到与 (8) 式相同的结果,即电偶极子的两个点电荷沿直 径对称分布在接地导体球壳内球心两侧时的电势的 表达式。

3)当 $a_0 \rightarrow R$ 时,令 $a_0 = R - z, R \rightarrow \infty, z = 常数$, 可以认为电偶极子位于距接地导电平面距离为 z 处。由(20)式和(21)式有

$$q' = \frac{R}{a_0^2} p \cos \alpha = 0$$

 $\vec{p}' = p\left(\frac{R}{a_{o}}\right)^{s} (\cos\alpha \vec{e}_{z} - \sin\alpha \vec{e}_{x}) = p(\cos\alpha \vec{e}_{z} - \sin\alpha \vec{e}_{x})$ 即象电荷为一镜象偶极子,电偶极子与镜象偶极子

间的距离为

若选界面与 z 轴的交点为原点,则电偶极子与镜象 偶极子对称分布于原点两侧(如图 3 所示)。电偶 极子激发的静电势的表达式可写为

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{\vec{p} \cdot (\vec{r} + \vec{z})}{|\vec{r} + \vec{z}|^3} + \frac{\vec{p} \cdot (\vec{r} - \vec{z})}{|\vec{r} - \vec{z}|^3} \right] (23)$$

(23)式即为在接地导电平面附近的电偶极子激发的静电势的表达式。



图 3 电偶极子与镜象偶极子呈对称分布

3 结果与讨论

1)单个点电荷与导体之间的静电问题常见于 一些书刊上^[14~16],而两个电荷与导体相互作用时的 情形却不多见,本文求得了电偶极子对称布在球心 两侧、电偶极子距球心距离为 $a_0(a_0 \gg a)$,电偶极子 距球心距离 $a_0 \rightarrow R(R \rightarrow \infty)$ 即电偶极子位于接地 导电平面附近)3种情况下电势的表达式(8)、(22) 、(23)式,并分析了其镜象电荷的空间位置,比较全 面地论述了将电偶极子禁闭于导体球壳内的第一边 值问题。

2)把电荷禁闭与夸克禁闭理论相类比,通过接 地导体球壳对电偶极子禁闭的讨论,可得到一种启 示,可以设想带有色荷的夸克位于"色势"不变半径 相当于强子半径的"壳"内,从而防止了色力线的穿 出,成功地阻止了色场的外露,将带有色荷的夸克永 远的禁锢在强子半径的范围内了。

参考文献:

- [1]李政道.场论与粒子物理学(下册 [M].北京 科学出版 社,1981.23-38.
- [2] HANS F, ERNEST M. Subatomic Physics M]. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1984. 353-365.
- [3]哈罗德·弗里茨. 夸克·物质的基元[M].北京:高等 教育出版社,1988.182-194.
- [4]杨福家,王炎森,陆福全. 原子核物理[M].上海:复旦 大学出版社,1993.382-394.
- [5] 蒋明宇,胡先权.均匀电解质椭球内极化场强研究[J]. 重庆师范大学学报 2004 21(1) #1-45.
- [6] 辜永红,胡先权.量子力学中对电磁场矢势的再认识[J].重庆师范大学学报 2004,21(1):46-48.
- [7] 邓海, 胡先权. 似稳条件下导体圆柱内的涡电流分布研 究 J]. 重庆师范大学学报, 2004 21(3) 28-31.
- [8] 欧红叶 胡先权.两个带电导体球之间相互作用力的计算[J].重庆师范学院学报 2003 20(2) 90-93.
- [9]李旭,胡先权.偏心圆柱面静电场电势分布和电场强度 分布[J].重庆师范学院学报 2002,19(4):47-51.
- [10]梁昆森.数学物理方法(第3版)[M].北京:高等教育 出版社,1998 219-223 290-293 318-320.
- [11] J. D 杰克逊. 经典电动力学[M]. 北京:人民教育出版 社,1978.93-113.
- [12]郭硕鸿.电动力学[M].北京:高等教育出版社,1997. 63-64.
- [13] 潘忠诚. 数学物理方法教程[M]. 天津:南开大学出版 社,1993.79-87 476-478 501-505.
- [14] 蔡圣善 朱耘 徐建军. 电动力学[M]. 北京 :高等教育 出版社, 2002.64-91.
- [15] B. B. 巴蒂金, M. H. 托普蒂金. 电动力学习题集[M]. 北京: 人民教育出版社, 1964. 218.
- [16] BLEANEY B I ,BLEANEY B. Electricity and Magnetism
 (Third Edition) [M]. Great Britain : Oxford University Press ,1975.48-51.

(责任编辑 许文昌)