Pipelined-Flash A/D 转换误差分布规律*

陶 瓦
(重庆师范大学 数学与计算机科学学院,重庆 400047)

摘 要:本文讨论参考文献[1]中两类四元非线性连续函数 $\triangle ERR_{dn}$ 与 $\triangle ERR_{dj}$ 之间的定量关系,对误差比率函数 $ERR_{\frac{100n}{m}\%}(\lambda_{\mathrm{centre}T}, n)$ 离散点域分布演变所起的决定性作用。定性地归纳各类误差离散点域的分布变化规律,为推出分时段并行 A/D 转换电路的各种可变参量裕度函数作好准备。

关键词:分时并行;A/D 转换;离散点域;分布规律
中图分类号:TB114.3 **文献标识码**:A **文章编号**:1672-6693(2005)01-0031-04

The Distributing Regular Pattern of Error Ratio Function of Pipelined-Flash A/D

TAO Wa
(College of Mathematics and Computer Science, Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China)

Abstract:This article discusses fix quantity connection between quaternion non-linearity continuous function $\triangle ERR_{dn}$ and $\triangle ERR_{dj}$ in the reference literature[1],and its decisive effect on distributing evolvement disperse drop field in the error ratio function $ERR_{\frac{100n}{m}\%}(\lambda_{\mathrm{centre}T}, n)$,thus paves the way for the function degree of redundancy of Pipelined-Flash A/D.

Key words:Pipelined-Flash;A/D;disperse drop field;distributing regular

根据误差比率函数 $ERR_{\frac{100n}{m}\%}(\lambda_{\mathrm{centre}T}, n)$ 来看[2],分时段并行(Pipelined-Flash)A/D 转换域中各点的误差分布在整体上是非线性和离散分布的。本文立足于离散点域内相邻离散点之间距离变化的连续性,引用参考文献[1]中两类连续函数 $\triangle ERR_{dn}$ 与 $\triangle ERR_{dj}$,通过全方位细致地讨论两者的相互关系,从而揭示本文主题。

1 离散点域内相邻离散点之间的两类增量的数学模型

参考文献[1]公式(6)和(7)的简略式

$$\triangle ERR_{dn} = \lambda_{\mathrm{centre}T} \cdot \frac{S(1+K)(V_{\mathrm{inmax}} - V_{\mathrm{inmin}})}{V_{mj} \cdot m} - 1$$

$$\triangle ERR_{dj} = \triangle ERR_{dn} + S\left[1 - \frac{K \cdot \triangle V_{jt}}{V_{mj}}\right]$$

再根据参考文献[2]所推出的中心点统调函数 $\lambda_{\mathrm{centre}T}$ 的公式(7)有

$$\lambda_{\mathrm{centreT}} = \frac{2K \cdot V_{\mathrm{jtmin}} + \left[1 + \frac{1}{S}\right] \cdot V_{mj} + \left[\frac{m}{S} - 1\right] \cdot K \cdot \triangle V_{jt}}{(1+K) \cdot \left[2V_{\mathrm{inmin}} + \left[\frac{1}{m} + 1\right] \cdot (V_{\mathrm{inmax}} - V_{\mathrm{inmin}})\right]}$$

将其代入上述简略式得两者详尽的四元高次表达式为

$$\triangle ERR_{dn} = \left[\frac{2K \cdot V_{\mathrm{jtmin}} + \left[1 + \frac{1}{S}\right] \cdot V_{mj} + \left[\frac{m}{S} - 1\right] \cdot K \cdot \triangle V_{jt}}{2V_{\mathrm{inmin}} + \left[\frac{1}{m} + 1\right] \cdot (V_{\mathrm{inmax}} - V_{\mathrm{inmin}})}\right] \cdot \frac{S(V_{\mathrm{inmax}} - V_{\mathrm{inmin}})}{V_{mj} \cdot m} - 1 \tag{1}$$

* 收稿日期:2004-07-01 修回日期:2004-12-28
作者简介:陶瓦(1954-),男,江苏南京人,高级实验师,主要从事计算机硬件工作。

$$\triangle ERR_{dj}=\left[\frac{2K\cdot V_{\text{jtmin}}+\left[1+\frac{1}{S}\right]\cdot V_{mj}+\left[\frac{m}{S}-1\right]\cdot K\cdot\triangle V_{jt}}{2V_{\text{inmin}}+\left[\frac{1}{m}+1\right]\cdot(V_{\text{inmax}}-V_{\text{inmin}})}\right]\cdot\frac{S(V_{\text{inmax}}-V_{\text{inmin}})}{V_{mj}\cdot m}-1+S\left[1-\frac{K\cdot\triangle V_{jt}}{V_{mj}}\right] \quad (2)$$

在公式(1)和(2)四元高次(非线性)表达式中,四种电路参量 V_{mj}、K、$\triangle V_{jt}$ 和 V_{jtmin} 各为两类增量连续函数的4种自变量[2],而式中的 m、S、V_{inmin} 和 V_{inman} 四者则为 A/D 转换外指标常量[2]。

2 误差比率函数离散点域的各种分布演变规律的分析

$\triangle ERR_{dn}$ 与 $\triangle ERR_{dj}$ 两者的相互关系对误差比率函数 $ERR_{\frac{100n}{m}\%}(\lambda_{\text{centre}T},n)$ 离散点域各种演变包括:点域面积大小、点域分布形状和边界演变、点域正最劣点和负最劣点的分布特点、点域分布的稳定性等等一系列问题都起着决定性的作用。由于两者相互关系的各种组合变化无限,不可能全部详尽地举出。只能综合性地依照 $ERR_{\frac{100n}{m}\%}(\lambda_{\text{centre}T},n)$ 离散点域面积的分布增大趋势分类画图(见表1)。

从表1的各种分布图中可知,依照误差比率函数离散点域面积分布的增大趋势,从理想匹配的零面积分布开始再由小到大可以大致分为13类。除去第一类满足于理想匹配使得整个离散点域退化为零轴上 $1\sim m$ 区间直线的理想情况之外(在实际的电路设计中将是可望而不可及的,只能作为定量计算的基准),后面从2到13共12类取值关系演化的各种离散点域千变万化分布现象,便是在分时段并行(Pipelined-Flash) A/D 转换误差定量分析和电路设计所要面对的各种实际情况了。现对图中后12类离散点域分布演化的各自特点与相互关系的差异作进一步细微的阐明。

第2和3类的本质是:只满足理想匹配不定方程组之中的第一项不定方程,即有:$V_{mj}-K\cdot\triangle V_{jt}=0$ 成立,而不满足第二项不定方程,即有:$V_{\text{inmax}}\cdot S\cdot K\cdot V_{\text{jtmin}}-V_{\text{inmin}}\cdot S\cdot K\cdot V_{\text{jtmin}}-V_{\text{inmin}}\cdot m\cdot V_{mj}\neq 0$ 存在所至。在这种部分地满足于理想匹配的条件下便构成下式成立

$$\triangle ERR_{dj}=\triangle ERR_{dn}=\frac{2K\cdot V_{\text{jtmin}}+\left[1+\frac{1}{S}\right]\cdot V_{mj}+\left[\frac{m}{S}-1\right]\cdot K\cdot\triangle V_{jt}}{\left[2V_{\text{inmin}}+\left[\frac{1}{m}+1\right]\cdot(V_{\text{inmax}}-V_{\text{inmin}})\right]}\cdot\frac{S\cdot(V_{\text{inmax}}-V_{\text{inmin}})}{V_{mj}\cdot m}-1$$

由式中第一项的大小来决定分类:小于1则形成第2类、大于1则形成第3类。在这两类的条件下,A/D 转换电路误差上下裕度的整体设计(把段内和段间一直在递增或递减的正负最劣点纳入上下裕度范围)将对各相邻离散点之间的比率误差增量的要求极其苛刻。换句话说便是,在满足如此高的精度和匹配度条件下,全体离散点都分布在一条倾斜的直线上,使得离散点域的面积为零。这对于各种电路元件的精确度和匹配要求都极高,各种元件裕度的浪费最大。在此种状态下,若能不惜成本地实现正、负最劣点的裕度控制,则整体电路将可达到稳定的精度质量。

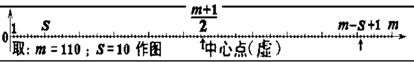
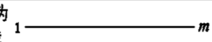
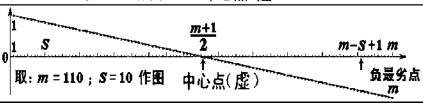
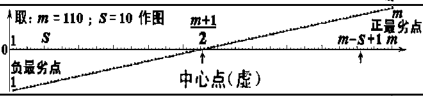
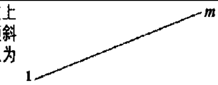
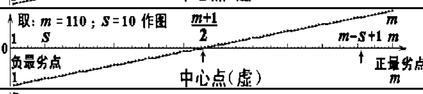
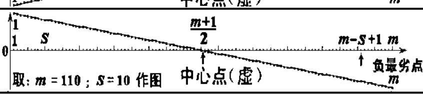
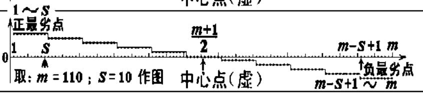
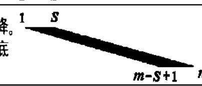
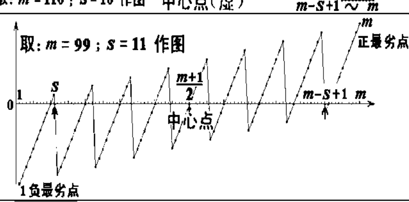
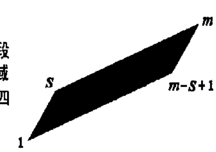
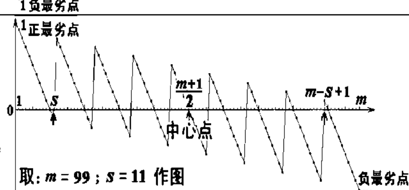
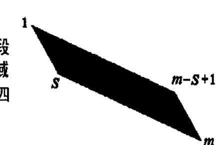
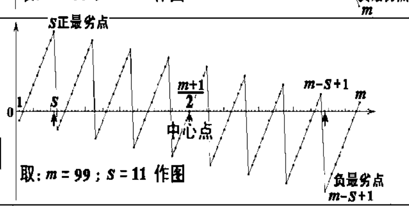
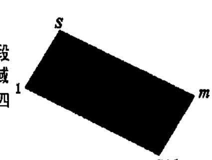
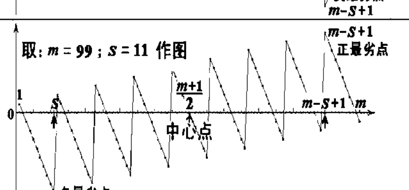
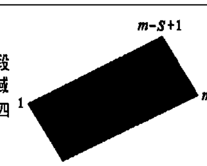
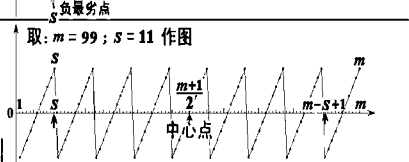
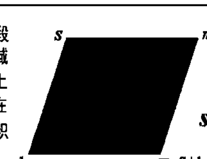
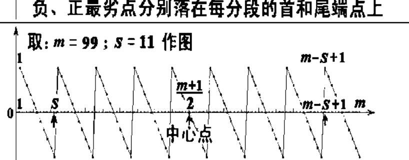
第4和5类的本质是在完全不满足理想匹配不定方程组的前提下,居然使得 $\triangle ERR_{dj}=0$ 成立,即

$$\frac{2K\cdot V_{\text{jtmin}}+\left[1+\frac{1}{S}\right]\cdot V_{mj}+\left[\frac{m}{S}-1\right]\cdot K\cdot\triangle V_{jt}}{\left[2V_{\text{inmin}}+\left[\frac{1}{m}+1\right]\cdot(V_{\text{inmax}}-V_{\text{inmin}})\right]}\cdot\frac{S\cdot(V_{\text{inmax}}-V_{\text{inmin}})}{V_{mj}\cdot m}-1=S\left[\frac{K\cdot\triangle V_{jt}}{V_{mj}}-1\right]$$

上式凑合着成立。这时则由该等式左边的第一项的大小来决定分类:小于1则形成第4类、大于1则形成第5类。在这两类的条件下,A/D 转换电路误差上下裕度的整体设计(把在段内一直在递增或者递减的正负最劣点纳入上下裕度范围)将对各相邻离散点之间的比率误差增量的要求也极其苛刻。换句话来说便是:对于各种电路元件的精确度和匹配要求也极高,元件裕度的浪费仅仅比第2和3类稍微松一点罢了。离散点域面积增大为非零状态。

第6和7类的本质是:不满足理想匹配不定方程组之中的第一项不定方程即有 $V_{mj}-K\cdot\triangle V_{jt}\neq 0$;但是却凑合出下式成立

表 1　离散点域分布状态图

两者取值关系	各段内与段间离散点分布坐标图	段内和段间离散点域分布说明	正最劣点	负最劣点
①类 $\triangle ERR_{dn}=\triangle ERR_{dj}=0$		满足于理想匹配离散域退化为零轴上1～m区间的一条直线。	无	无
②类 $\triangle ERR_{dn}=\triangle ERR_{dj}<0$		段内段间以相同的比率离散下降，离散点域退化为一条倾斜向下的直线。离散点域面积为零。	1	m
③类 $\triangle ERR_{dn}=\triangle ERR_{dj}>0$		段内段间以相同的比率离散上升，离散点域退化为一条倾斜向上的直线。离散点域面积为零。	m	1
④类 $\triangle ERR_{dn}>0$ $\triangle ERR_{dj}=0$		段内离散上升，段间水平过渡。离散点域总体分布为狭窄向上倾斜的平行四边型。	m	1
⑤类 $\triangle ERR_{dn}<0$ $\triangle ERR_{dj}=0$		段内离散下降，段间水平过渡。离散点域总体分布为狭窄向下倾斜的平行四边型。	1	m
⑥类 $\triangle ERR_{dn}=0$ $\triangle ERR_{dj}>0$		段内水平离散，段间阶梯上升。离散点域总体分布为底部与顶部水平平行的平行四边型。	最后分段上全体离散点：m-s+1～m	第一分段上全体离散点：1 ～ s
⑦类 $\triangle ERR_{dn}=0$ $\triangle ERR_{dj}<0$		段内水平离散，段间阶梯下降。离散点域总体分布为顶部与底部水平平行的平行四边型。	第一分段上全体离散点：1 ～ s	最后分段上全体离散点：m-s+1～m
⑧类 $\triangle ERR_{dn}>0$ $\triangle ERR_{dj}<0$ 同时具有： $(S-1)\triangle ERR_{dn}>\lvert\triangle ERR_{dj}\rvert$ 不等关系成立		段内离散上升，段间以大于段内S-1倍的负值下降。离散点域总体分布为倾斜向上的平行四边型。	m	1
⑨类 $\triangle ERR_{dn}<0$ $\triangle ERR_{dj}>0$ 同时具有： $(S-1)\lvert\triangle ERR_{dn}\rvert>\triangle ERR_{dj}$ 不等关系成立		段内离散下降，段间以小于段内S-1倍的正值上升。离散点域总体分布为倾斜向下的平行四边型。	1	m
⑩类 $\triangle ERR_{dn}>0$ $\triangle ERR_{dj}<0$ 同时具有： $(S-1)\triangle ERR_{dn}<\lvert\triangle ERR_{dj}\rvert$ 不等关系成立		段内离散上升，段间以大于段内S-1倍的负值下降。离散点域总体分布为倾斜向下的平行四边型。	s	m-s+1
⑪类 $\triangle ERR_{dn}<0$ $\triangle ERR_{dj}>0$ 同时具有： $(S-1)\lvert\triangle ERR_{dn}\rvert<\triangle ERR_{dj}$ 不等关系成立		段内离散下降，段间以大于段内S-1倍的正值上升。离散点域总体分布为倾斜向上的平行四边型。	m-s+1	s
⑫类 $\triangle ERR_{dn}>0$ $\triangle ERR_{dj}<0$ 同时具有： $(S-1)\triangle ERR_{dn}=\lvert\triangle ERR_{dj}\rvert$ 等式关系成立	负、正最劣点分别落在每分段的首和尾端点上	段内离散上升，段间以等于段内S-1倍的负值下降。离散点域总体分布为前后倾斜向上、上下水平平行的平行四边型。在这种情况下，离散点域的面积可以达到最大的分布。	每分段上的最后一个点：s、2s、3s ～m-s、m 共有s个正最劣点。	每分段上的第一个点：1、s+1、2s+1 ～ m-s+1 共有s个负最劣点。
⑬类 $\triangle ERR_{dn}<0$ $\triangle ERR_{dj}>0$ 同时具有： $(S-1)\lvert\triangle ERR_{dn}\rvert=\triangle ERR_{dj}$ 等式关系成立	正、负最劣点分别落在每分段的首和尾端点上	段内离散下降，段间以等于段内S-1倍的正值上升。离散点域总体分布为前后倾斜向下、上下水平平行的平行四边型。在这种情况下，离散点域的面积可以达到最大的分布。	每分段上的第一个点：1、s+1、2s+1 ～ m-s+1 共有s个负最劣点。	每分段上的最后一个点：s、2s、3s ～m-s、m 共有s个正最劣点。

$$\triangle ERR_{dn}=\frac{2K\cdot V_{\mathrm{jtmin}}+\left[1+\frac{1}{S}\right]\cdot V_{mj}+\left[\frac{m}{S}-1\right]\cdot K\cdot\triangle V_{jt}}{\left[2V_{\mathrm{inmin}}+\left[\frac{1}{m}+1\right]\cdot(V_{\mathrm{inmax}}-V_{\mathrm{inmin}})\right]}\cdot\frac{S\cdot(V_{\mathrm{inmax}}-V_{\mathrm{inmin}})}{V_{mj}\cdot m}-1=0$$

在这种偶然凑合的条件下,将由 $\triangle ERR_{dj}=\triangle ERR_{dn}+S\left[\frac{K\cdot\triangle V_{jt}}{V_{mj}}-1\right]$ 式中的 $\frac{K\cdot\triangle V_{jt}}{V_{mj}}$ 来决定分类:小于1则形成第6类、大于1则形成第7类。在这两类的条件下,段内各相邻离散点之间的比率误差增量为零,只在各个段间存在一直在递增或者递减的误差增量。

从第8类到13类的本质是:在完全不满足于理想匹配不定方程组的大前提,加上段内和段间两类增量都为非零状态的小前提之下,$\triangle ERR_{dj}$ 和 $\triangle ERR_{dn}$ 两者的各种定量组合对离散点域的各种分布总趋势,是离散点域的分布面积增大,各种电路元件精度和匹配度条件要求降低。直至到最后的第12类和13类之时,可推断在该条件之下的离散点域分布面积可达最大分布。从第2类到13类各种正、负最劣点始终恒定地呈现中心为零的对偶分布的状态。

最后特别要指出对 $ERR_{\frac{100n}{m}\%}(\lambda_{\mathrm{centre}T},n)$ 函数的4种自变量分别进行偏导分析,可得出如下分布特征。

1)若 V_{mj}、K、$\triangle V_{jt}$ 三者分别单独脱离理想匹配产生偏差,离散点域整体分布将呈现第10和第11类状态。正、负最劣点则将交替地落在 S 点和 $m-S+1$ 两点上。

2)若 V_{jtmin} 单独脱离理想匹配产生偏差,离散点域的整体分布将呈现第8和第9类状态。正、负最劣点则将交替地落在1和 m 两点上。

3 结论

在实际的A/D转换集成芯片电路设计中,将各类离散点域分布的全部正、负最劣点统统都稳定地纳入其上下精度极限范围之中是其总体精度设计必须达到的基础指标。根据本文分布规律的讨论可得出如下的判定结论。

1)正、负最劣点在第一分段和最后分布分段之上的分布机率最大,其中又以 S 和 $m-S+1$ 两点成为最劣点的概率为最大,而1和 m 两点成为最劣点的概率略次之。

2)当正(负)、负(正)最劣点分别对偶地落在 S 点和 $m-S+1$ 点上时,离散点域的稳定性将逐渐随分布面积的增大而趋向崩溃。

3)正(负)、负(正)最劣点分别对偶地落在每一分段的第一点和最后一点(离散点域呈水平状态的平行四边型分布)时,其离散点域随分布面积的增大的稳定性趋向崩溃情况将更远胜于结论2。

4)依据上述的结论,再结合多元分析基础[3]和泛函分析[4]有限维Banach空间共轭原理、不动点理论,可定性推测:离散点域的分布面积越大意味着对各电路变量的裕度要求趋向于宽松,但同时整体的上(正)、下(负)最劣点裕度控制的难度将随裕度的宽松而增大、电路整体稳定度将趋向越低。

上述各裕度的宽松与整体稳定性降低两种状态的相互抵触,其实质反映出了电路设计理论计算时将要面临的整体成本与质量两者之间的矛盾。

本文到此,由于还缺乏总体精度的裕度设计指标与各种可变的参量 V_{mj}、K、$\triangle V_{jt}$ 和 V_{jtmin} 上、下裕度函数的配合,仅仅依据分布状态图的第2类直到第13类都还无法定量讨论各种离散点域的稳定度。因此余下的首要问题便是,既然分时段并行(Pipelined-Flash)A/D转换误差电路设计所要面对的全体实际情况,就包含于状态图的第2类到第13类的无穷多种不能完全满足于理想匹配的状态之中,那么就必须将电路中的各种可变的参量 V_{mj}、K、$\triangle V_{jt}$ 和 V_{jtmin} 的裕度的上、下极限范围确定下来之后,方能继续进行后续电路设计的各种定量计算和精度可靠性讨论。为此,笔者将在另文推出电路量化界面的连续参量 V_{mj}、K、$\triangle V_{jt}$ 和 V_{jtmin} 四者各自的裕度函数,为建立可用于指导实际设计定量计算的精度可靠性设计数学模型奠定基础。

参考文献:

[1] 陶瓦. 分时段并行(Pipelined-Flash)A/D转换误差比率函数的性质[J]. 重庆师范学院学报(自然科学版),2000(3):44-50.
[2] 陶瓦. 分时段并行(Pipelined-Flash)A/D转换误差分析[J]. 重庆师范学院学报(自然科学版),2000(1):43-49.
[3] 曹定华,罗汉. 多元分析基础[M]. 北京:科学出版社,2001.
[4] (美)RUDIN W. 泛函分析[M]. Second Edition. 刘培德译. 北京:机械工业出版社,2004.

(责任编辑 李若溪)