关于一类树的优美性*

廖 江 东
(重庆师范大学 数学与计算机科学学院,重庆 400047)

摘　要:在 n 阶树用 0,1,2,…,$n-1$,不同的 n 个数对顶点标号,使得每一条边的标号也不相同(相关联一对顶点的标号差的绝对值不相同),即{1,2,…,n},称这种标号是优美标号。根据优美图的定义,研究了优美树问题中,Rosa[1]猜想树是优美树。本文研究了一类树 $T_{k_3}^1$ 的优美性。

关键词:图;优美树;完美对集;树 $T_{k_3}^1$
中图分类号:O157.5　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2007)02-0016-03

On the Graceful of a Class of Tree

LIAO Jiang-dong
(College of Mathematics and Computer Science, Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China)

Abstract: If the vertices of the on n vertices are labeled by the distinct numbers 0,1,2…,n-1, in such a way that the set of edge-differences(the between the labels on adjacent pairs of vertices) are exactly {1,2,…,n}, such a labeling is called a graceful labeling. According to graceful graph definition, in the problem of graceful graph. Rosa [1] conjectures that tree is graceful. In this paper we discuss a class of tree which is indicated with $T_{k_3}^1$.

Key words: graph; graceful tree; perfect matching; tree $T_{k_3}^1$.

1　基本定义

本文未给出的记号和定义见参考文献[2]。关于优美树的讨论是数学家 G. Ringel 在 1963 年和 1966 年 A. Rosa 的一篇论文中提出的,在之后很多数学家在这方面作了大量的工作,并且于 1966 年由 A. Rosa 提出了著名的优美树猜想(在文献[2]的第 15 个未解决的问题);在这几十年来国际上一些数学家从多方面入手研究此问题[1,3];本文研究了一类树 $T_{k_3}^1$ 的优美性标号。

定义 1[4]　一棵有 n 个顶点的树 T,若存在着用集{0,1,2,…,$n-1$}分配给它的顶点的一个标号 l,使得由 $l'(uv)=|l(u)-l(v)|$ 定义的顶点标号 l' 分配给各边以不同的标号,则称树 T 是优美的。

定义 2　在 m 个顶点的路 p_m 的顶点上或者以 1 条边为支路,或者以 3 条边为支路,所得到的树记为 $T_{k_3}^1$,不防设有 3 条边的支路的顶点有 k 个,并且有 3 条边的路的顶点排在路 p_m 的后面 k 个顶点上,且 $0\le k\le m$(见图 1)。

树 $T_{k_3}^1$

2　定理及其证明

定理 1　树 $T_{k_3}^1$ 具有完美对集。

证明　见图 1,用粗线表示的边就构成 $T_{k_3}^1$ 的完美对集。　证毕

通过 $T_{k_3}^1$ 的定义容易得到下面 3 个结论。

1) $T_{k_3}^1$ 的完美对集 M,则 $|M|=m+k$;

2) $T_{k_3}^1$ 的顶点数为 $2m+2k$;

* 收稿日期:2006-08-14　　修回日期:2006-11-02
资助项目:重庆市教委科研基金项目(No. 010204)
作者简介:廖江东(1981-),男,重庆彭水人,硕士研究生,研究方向为代数图论。

3) $T_{k_3}^1$ 的边数为 $2m+2k-1$。

将 $A=\{0,1,2,\cdots,2m+2k-1\}$ 分成两个集合为 B 和 C,并且 $B=\{i|i=2b+1,b\in N_0,i\in A\}$,$C=\{j|j=2c,c\in N_0,j\in A\}$,即 $B=\{1,3,5,\cdots,2m+2k-1\}$,$C=\{0,2,4,\cdots,2m+2k-2\}$,显然 $|B|=|C|$,且任意 $b\in B$,存在唯一的元素 $c\in C$,使得 $b+c=2m+2k-1$,$|c-b|\in B$ 为 $m+k$ 不同的奇数。下面给出本文最重要的结论。

定理2 树 $T_{k_3}^1$ 是优美的。

证明 设 $T_{k_3}^1$ 的完美对集为 M,由前面的结论可得 $|M|=m+k$ 现在对 $T_{k_3}^1$ 的顶点给出标号的基本原则为

1) $\forall e\in M$,且 $e=uv$,不防设 $\theta(u)\in B$,$\theta(v)\in C$,其中 $B=\{1,3,5,\cdots,2m+2k-1\}$,$C=\{0,2,4,\cdots,2m+2k-2\}$;

2) $\theta(u)+\theta(v)=2m+2k-1$。容易证明在上述标号的原则下有以下结论。

i) $\forall e\in M$,且 $e=uv$,$|\theta(u)-\theta(v)|\in B$,即在对集 M 中的每一条的边标号为 $m+k$ 不同的连续的奇数;

ii) 树 $T_{k_3}^1$ 每个顶点标号都不相同,且属于 A。

下面讨论不属于完美对集的边的标号,从而来确定每一个顶点的具体标号。

在路 P_m 顶点的从右向左记为:$x_{k_0}^1,x_{k_1}^1,\cdots,x_{k_{k-1}}^1,x_{m-k}^1,x_{m-k-1}^1,\cdots,x_3^1,x_2^1,x_1^1$ 分两步进行证明。

第一步,对路 p_m 的顶点上吊3条边的路顶点标号。吊在路 p_m 顶点的3个顶点的路的顶点记为 x_i^j,其中 $i=k_0,k_1,\cdots,k_{k-1}$,$j=2,3,4$。

$$\begin{cases}\theta(x_{k_0}^1)=0\\ \theta(x_{k_0}^2)+\theta(x_{k_0}^1)=2m+2k-1\\ |\theta(x_{k_0}^3)-\theta(x_{k_0}^2)|=2m+2k-2\\ \theta(x_{k_0}^4)+\theta(x_{k_0}^3)=2m+2k-1\end{cases}$$

从而确定了 $\theta(x_{k_0}^1)$,$\theta(x_{k_0}^2)$,$\theta(x_{k_0}^3)$,$\theta(x_{k_0}^4)$,同时确定了 $|\theta(x_{k_0}^3)-\theta(x_{k_0}^2)|$;

$$\begin{cases}|\theta(x_{k_1}^1)-\theta(x_{k_0}^1)|=2m+2k-4\\ \theta(x_{k_1}^2)+\theta(x_{k_1}^1)=2m+2k-1\\ |\theta(x_{k_1}^2)-\theta(x_{k_1}^3)|=2m+2k-6\\ \theta(x_{k_1}^3)+\theta(x_{k_1}^4)=2m+2k-1\end{cases}$$

从而确定了 $\theta(x_{k_1}^1)$,$\theta(x_{k_1}^2)$,$\theta(x_{k_1}^3)$,$\theta(x_{k_1}^4)$,同时确定了 $|\theta(x_{k_1}^1)-\theta(x_{k_0}^1)|$,$|\theta(x_{k_1}^2)-\theta(x_{k_1}^3)|$;

$$\begin{cases}|\theta(x_{k_2}^1)-\theta(x_{k_1}^1)|=2m+2k-8\\ \theta(x_{k_2}^2)+\theta(x_{k_2}^1)=2m+2k-1\\ |\theta(x_{k_2}^3)-\theta(x_{k_2}^2)|=2m+2k-10\\ \theta(x_{k_2}^4)+\theta(x_{k_2}^3)=2m+2k-1\end{cases}$$

从而确定了 $\theta(x_{k_2}^1)$,$\theta(x_{k_2}^2)$,$\theta(x_{k_2}^3)$,$\theta(x_{k_2}^4)$,同时确定了 $|\theta(x_{k_2}^1)-\theta(x_{k_1}^1)|$,$|\theta(x_{k_2}^3)-\theta(x_{k_2}^2)|$;

… … … … … … … … … ;

$$\begin{cases}|\theta(x_{k_{k-1}}^1)-\theta(x_{k_{k-2}}^1)|=2m-2k+4\\ \theta(x_{k_{k-1}}^1)+\theta(x_{k_{k-1}}^2)=2m+2k-1\\ |\theta(x_{k_{k-1}}^3)-\theta(x_{k_{k-1}}^2)|=2m-2k+2\\ \theta(x_{k_{k-1}}^3)+\theta(x_{k_{k-1}}^4)=2m+2k-1\end{cases}$$

从而确定了 $\theta(x_{k_{k-1}}^1)$,$\theta(x_{k_{k-1}}^2)$,$\theta(x_{k_{k-1}}^3)$,$\theta(x_{k_{k-1}}^4)$ 同时确定了 $|\theta(x_{k_{k-1}}^1)-\theta(x_{k_{k-2}}^1)|$,$|\theta(x_{k_{k-1}}^3)-\theta(x_{k_{k-1}}^2)|$。

在上述过程中,确定了 $\theta(x_{k_i}^{\ j})$,其中 $i=0,1,2,\cdots k-1$;$j=1,2,3,4$,且一共是 $4k$ 不同的数;同时也确定了 $|\theta(x_{k_{i+1}}^1)-\theta(x_{k_i}^1)|=a_i$,其中 $i=0,1,2,\cdots,k-2$;$|\theta(x_{k_j}^3)-\theta(x_{k_j}^2)|=b_j$,$j=0,1,2,\cdots,k-1$;$a_i,b_j\in\{2m-2k+2,2m-2k,\cdots,2m+2k-4,2m+2k-2\}=D$。即这些边的标号为 $2k-1$ 个不同的连续偶数。

第二步,对路 p_m 的顶点上吊1条边的路顶点标号。吊在路 p_m 顶点的1条边另一个顶点记为 $x_i^{\ j}$,其中 $i=m-k,m-k-1,\cdots,3,2,1$;$j=2$)。

$$\begin{cases}|\theta(x_{m-k}^1)-\theta(x_{k_{k-1}}^1)|=2m-2k\\ \theta(x_{m-k}^1)+\theta(x_{m-k}^2)=2m+2k-1\end{cases}$$

因为在上面已求的 $\theta(x_{k_{k-1}}^1)$,所以 $\theta(x_{m-k}^1)$,$\theta(x_{m-k}^2)$ 就可以求出来了,同时可以确定出 $|\theta(x_{m-k}^1)-\theta(x_{k_{k-1}}^1)|$;

$$\begin{cases}|\theta(x_{m-k-1}{}^1)-\theta(x_{m-k}{}^1)|=2m-2k-2\\ \theta(x_{m-k-1}{}^1)+\theta(x_{m-k-1}{}^2)=2m+2k-1\end{cases}$$

从而可以确定 $\theta(x_{m-k-1}^1)$,$\theta(x_{m-k-1}^2)$,就可以求出来了,同时可以确定出 $|\theta(x_{m-k-1}^1)-\theta(x_{m-k}^1)|$;

… … … … … … … … … ;

$$\begin{cases}|\theta(x_1{}^1)-\theta(x_2{}^1)|=2\\ \theta(x_1{}^1)+\theta(x_1{}^2)=2m+2k-1\end{cases}$$

上述方法可确定 $\theta(x_i^{\ j})$,其中 $i=1,2,\cdots,m-k$,$j=1,2$;同时也确定了 $|\theta(x_i{}^1)-\theta(x_{i+1}^1)|=c_i$,$i=1,2,\cdots,m-k$,其中

$$c_i\in\{2,4,\cdots,2m-2k-2,2m-2k\}=E$$

即这些边的标号为 $m-k$ 个不同的连续的偶数。

通过第一、二步的讨论，可以确定不属于对集 M 边的标号为 $m+k-1$ 个不同的连续偶数，且 $D\cup E=C-\{0\}$。

总之，树 $T_{k_3}^1$ 的边的标号为 $B\cup(D\cup E)=B\cup(C-\{0\})=A-\{0\}=\{1,2,3,\cdots,2m+2k-2,2m+2k-1\}$。

证毕

综上所述，树 $T_{k_3}^1$ 为优美树。

3　结束语

本文用了比较简单的方法研究了一类优美树的优美性，证明了一类树 $T_{k_3}^1$ 是优美的。优美树的研究是一个非常有趣的课题，得到了国际上许多数学家的高度关注，希望更多的研究者加入进来。

参考文献：

[1] ROSA A. On Certain Valuations of the Vertices of a Graph Theory of Graphs [C]. Sympos Rome：Proc Internat，1966.

[2] BONDY J A，MURTY U. Graph Theory with Application [M]. New York：Elsevier，1976.

[3] 丁孝全. 一类图的优美性[J]. 四川师范大学学报(自然科学版)，2000，23(6)：603-604.

[4] 马克杰. 优美图[M]. 北京：北京大学出版社，1991.

（责任编辑　黄　颖）

研究快讯

一种基于移动 Agent 的网格资源发现机制研究*

马　燕[1,2]，邱玉辉[2]，李明勇[1]

（1. 重庆师范大学 物理学与信息技术学院，重庆 400047；2. 西南大学 计算机与信息科学学院，重庆 400715；）

关键词：网格；资源发现；移动 Agent；LDAP

中图分类号：TP393　　文献标识码：B　　文章编号：1672-6693(2007)02-0018-01

本文提出一种基于 Agent 的资源发现方法，该方法结合了 Agent 的自治性、智能性等特点。将 Agent 技术与目录服务发现机制结合起来，充分发挥二者的优势，有效地减少网格资源发现和监控过程中的通讯代价。

在对 Globus 中网格资源发现和监控模式的研究基础上，充分考虑网格计算环境自身的特殊情况（分布的、异构的、动态的等）下结合移动 Agent 的分布式特征，在分析 Grid Ferret 系统应用于网格资源发现和监控的基础之上，提出了基于移动 Agent 的网格资源发现和监控模型。本模型与 Globus 的资源发现机制相比具有以下优点：①采用基于移动 Agent 的分布式计算特点，更适合 Internet 上资源众多但较广分布的网格计算环境；②采用本地存储网格资源信息，同时全局目录服务器存储网格资源的静态信息和位置信息，用户可以根据静态信息进行第一步的查询过滤，然后根据位置信息派发移动代理进行下一步的查询；③通过移动代理进行虚拟组织的动态建立并且虚拟组织成员可以随时加入和离开，具有很大的灵活性，实现了动态注册和注销；④用虚拟组织避免了因采用端对端的结构体系时端对端的主动测试的相互干扰而使性能下降。

本文还介绍了系统的总体框架、工作机制，并分析了资源发现的实现策略。

（责任编辑　游中胜）

* 收稿日期：2007-02-26

资助项目：重庆市教委应用基础研究基金(No. KJ060808)；重庆市高校中青年骨干教师资助计划([2003] No. 2)

作者简介：马燕(1960-)，男，云南昭通人，博士研究生，教授，研究方向为网络体系结构与网格资源管理、教育网格。