

# 聚焦声源声场的有限元研究\*

林成, 王华, 李悦欣

(重庆师范大学物理学与信息技术学院, 重庆 400047)

**摘要:**以声波动方程及其边界条件为基础,建立了高强度聚焦超声的声场有限元模型,用该模型对水中的声场分布进行了数值模拟计算。首先与实验结果进行了对比,然后计算了轴向声场分布,并与瑞利积分的结果进行了比较,表明二者计算结果基本一致,并分析了造成误差的原因,从而验证了该方法的正确性。

**关键词:**高强度聚焦超声;声场;有限元

中图分类号:O426.2;TB559

文献标识码:A

文章编号:1672-6693(2007)02-0050-03

## A Research into Ultrasound Field of Focusing Radiator Based on Finite Element Method

LIN Cheng, WANG Hua, LI Yue-xin

(College of Physics and Information Technology, Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China)

**Abstract:** This paper studies the building of the FE model of sound field of HIFU based on wave function and boundary and the boundary condition. It calculates the distribution of sound field in the water by the model, comparing with the result of the experimentation. Then it calculates the distribution of sound field in axial direction and compares them with the result of Rayleigh's integral. As a result it shows that it is consistent in the result. Lastly, it analyzes the reasons of errors. So it verifies the method is correct.

**Key words:** HIFU; self-focusing radiator; ultrasound field; finite element

高强度聚焦超声(HIFU)技术起源于20世纪40年代,80年代初以来,随着计算机、成像及材料等科学技术的迅速发展,已应用到医学的各个领域。HIFU与聚焦光一样在体内聚焦到一个体积范围内,形成一个能量较高的区域——焦区,经过一定时间组织与超声相互作用,声波能量转化为热量,使焦区内的组织细胞遭到破坏<sup>[1]</sup>,其原理如图1所示,由于组织的声学性质和水的声学性质不同,组织中的超声声场参数与水中测量的参数也会不同,并且目前无法通过实验得到组织中的超声声场参数,所以通过模拟找出组织中的声场分布情况以及这些参数的不同,以此来指导实验和临床实践,这具有很大的意义。

本文以波动方程及其边界条件为基础,建立高强度聚焦超声的声场有限元模型,首先用该模型计算水中声场分布,并分别与瑞利积分和实验进行对

比,验证了该方法的正确性。

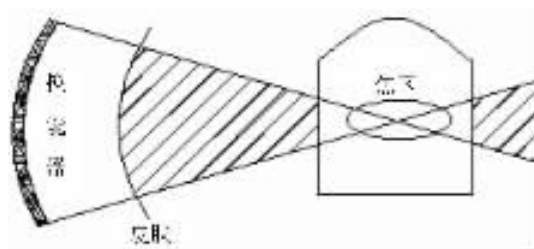


图1 HIFU治疗原理

### 1 有限元模型

假定某一自聚焦换能器发射出的声波透射进入某一液体物质,那么它在单位时间内向单位体积的空间提供了 $\rho q(r, t)$ 的媒质质量<sup>[2]</sup>,其波动方程表示为

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = -\rho \frac{\partial q}{\partial t} \quad (1)$$

\* 收稿日期 2006-12-01

修回日期 2007-03-20

作者简介:林成(1981-)男,硕士研究生,研究方向为声光检测和声场模拟。

式中  $c$  为液体中的声速,  $\rho$  为液体密度,  $p$  为声压,  $t$  为时间,  $\nabla^2$  为拉普拉斯算子。

该液体介质  $F_1$  可以分为靠近声源的区域  $\Omega_1$  和远离声源的区域  $\Omega_2$  两部分, 并且  $F_2$  趋于无穷大, 如图 2 所示。

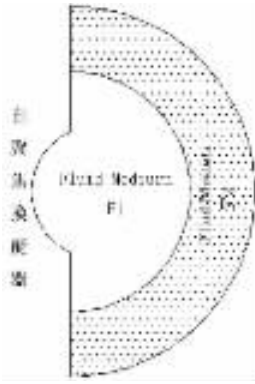


图2 系统图

本文研究中考虑边界为吸收边界, 声场边界的声压与声压梯度之间呈线性关系, 则其边界条件可以表示为

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -j\rho\omega \frac{p}{Z_s}$$

式中  $n$  为边界的外法线方向,  $Z_s$  为吸收壁内表面的声阻抗,  $\omega$  为角频率, 式中的负号表示声压振幅总是沿边界的法向速度方向下降。

通过坐标转换将无限大区域  $F_2$  映射到有限区域上, 将无限单元转换为有限元<sup>[3,4]</sup>, 那么整个区域划可以离散为有限个单元的组合, 单元  $e$  的有限元方程可以写成

$$[M_e]\{\ddot{p}_e\} + [C_e]\{\dot{p}_e\} + [K_e]\{p_e\} = [F_e] \quad (2)$$

式中  $M_e$  表示质量矩阵,  $K_e$  表示刚度矩阵,  $C_e$  表示阻尼矩阵

$$K_e = \int_s [N]^T [L]^T [L] [N] ds,$$

$$M_e = \int_s [N]^T [N] ds$$

$$C_e = \frac{j\rho\omega}{Z_s} \int_s [N]^T [N] dl$$

$$[L] = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right]^T$$

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots & N_n & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \dots & 0 & N_n \end{bmatrix}$$

按照有限元中矩阵组合原理<sup>[5]</sup>, 可以得到系统的整体矩阵

$$[M]\{\ddot{p}\} + [C]\{\dot{p}\} + [K]\{p\} = [F] \quad (3)$$

## 2 数值模拟

在数值模拟中, 声源孔径为  $2a = 45 \text{ mm}$ , 曲率半径为  $R = 34.5 \text{ mm}$ , 发射声压为  $100 \text{ Pa}$ , 频率为  $1 \text{ MHz}$ 。水密度为  $1000 \text{ kg/m}^3$ , 超声纵波速度为  $1460 \text{ m/s}$ 。组织采用牛肝, 其密度为  $1050 \text{ kg/m}^3$ , 超声纵波速度为  $1570 \text{ m/s}$ 。由于声源采用轴对称的球冠, 所以该问题只需要用二维网格, 网格取为每个波长划分 20 个单元<sup>[6]</sup>。

图 3 是用实验测得的聚焦声源在水中的声场分布, 图 4 是利用有限元计算的聚焦声源在水中的声场分布, 从图 3 和图 4 中可以知道声场的分布, 可以看出声波的传播情况, 以及声波的聚焦过程。



图3 实验测得水中声场分布

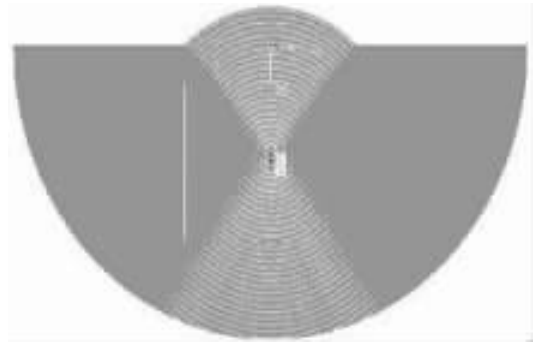


图4 水中的声场分布

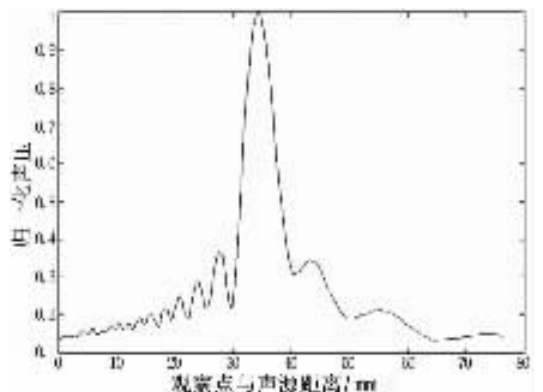


图5 水中轴向声压分布

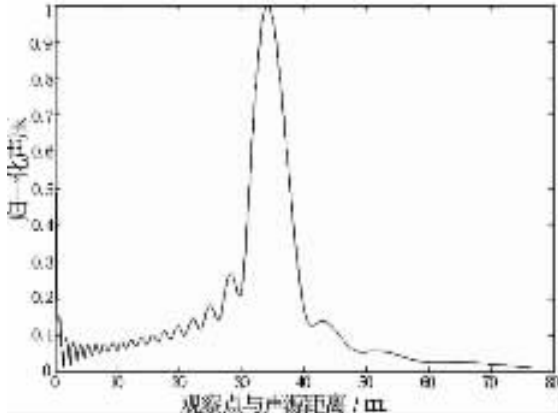


图6 瑞利积分的轴向声压分布

图5是聚焦声源在水中的轴向声压分布图,由图可知,在近声源处,声压较小,从声源到焦区,轴上声压增大,旁瓣所占百分比也增大,在焦区范围,轴上声压能量呈尖峰分布,离开焦区后,随着距离增大,轴上声压迅速下降,旁瓣所占百分比也迅速下降,在离声源较远处,声压较小。主瓣宽度约为11.39 mm,焦点位置在距离换能器顶点约34.41 mm处。第一左瓣宽度约为4.43 mm,所占百分比约为36.55%;第一右瓣宽度约为4.82 mm,所占百分比约为33.81%。

考虑了优势波的瑞利积分公式为

$$P(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_S j\rho\omega V \frac{\exp(-jkr)}{r} \cos\theta \left( jk + \frac{1}{r} \right) dx'dy' \quad (4)$$

式中 $\rho$ 为介质密度, $\omega$ 为频率, $V$ 为质点振速, $k$ 为波数, $r$ 为观察点到积分源的距离, $\theta$ 为换能器边缘到观察点与曲率半径的夹角。

图6是根据(4)式所做的轴向声压分布图,从图中得知,主瓣宽度为11.63 mm,焦点位置在距离换能器顶点约34.12 mm处。第一左瓣的宽度约为3.442 mm,所占百分比约为26.82%;第一右瓣宽度约为4.36 mm,所占百分比约为13.75%。

从以上的分析可得知,瑞利积分计算的主瓣宽度、焦点位置以及轴向声压的变化趋势同采用有限元方法计算的结果一致。但是从旁瓣来看两种方法存在一定的误差,造成这些误差的原因是多方面的。

第一,有限元方法是一种近似求解法,通过把连续域离散化为有限个单元,所有分布载荷都等效到节点上,利用节点上的数值,通过插值得到整个求解域上的近似解。第二,在有限元计算过程中,每个单元之间存在一定的能量误差和能量突变,离散化程度是造成能量误差和突变的重要原因。第三,插值函数的选取,插值函数必须满足一定的收敛性。第四,单元形状对计算精度也有一定的影响<sup>[7]</sup>。第五,在ANSYS记录的数据中包含着大量的噪声信号,它们对分析数据信号本身有的特性是有害的。第六,从ANSYS结果数据中抽取数据的时候存在一定的误差。

#### 参考文献:

- [1] KENNEDY J E. High-intensity Focused Ultrasound in the Treatment of Solid Tumours[J]. Nature Reviews Cancer, 2005, 5(4): 321-327.
- [2] 宁方立, 韦娟, 陈克安, 等. 计算小尺度封闭空间内混响时间的方法研究[J]. 西北工业大学学报, 2004, 22(4): 487.
- [3] SHIRRON J J, BABUSKA I. A Comparison of Approximate Boundary Conditions and Infinite Element Methods for Exterior Helmholtz Problems[J]. Comp Meth Appl Mech Eng, 1998, 164(1): 121-139.
- [4] ASTLEY R J, HAMILTON J A, WILKINSON B S. Accuracy and Conditioning of Infinite Element Schemes for Exterior Acoustics[C]. GUIDATI G, HUNT H, HELLER H, et al. Proc. of 7th International Congress on Sound and Vibration[A]. Munich: Kramer Technology Publishing, 2000. 2171-2178.
- [5] 李亚智, 赵美英, 万小明. 有限元法基础与程序设计[M]. 科学出版社, 2004. 49-50.
- [6] LIU Yu hui. Wave Propagation Study Using Finite Element Ansysis[D]. Illinois: University of Illinois at Urbana-Champaign, 2002.
- [7] KOCBACH J. Finite Element Modeling of Ultrasonic Piezoelectric Transducers[D]. Bergen: University of Bergen, Department of Physics, 2000.

(责任编辑 李若溪)