

# 温度场熵在矩形散热翅片中的应用\*

陈曦

(重庆师范大学 化学学院, 重庆 400047)

**摘要:** 在热力学熵和物理场熵的基础上定义了温度场熵的概念, 并根据物理场熵的计算方法推导出了温度场熵的计算公式。将此公式应用于矩形散热翅片的研究中, 根据翅片表面温度分布函数, 计算出翅片表面的温度场熵。在与翅片传热效率比较后可定量地描述矩形散热翅片的热力学完善程度。

**关键词:** 物理场熵 矩形散热翅片 温度场熵 热效

中图分类号: TX123

文献标识码: A

文章编号: 1672-6693(2007)02-0053-04

## The Application of Temperature Field Entropy in Rectangle Fin Radiator

CHEN Xi

(College of Chemistry, Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China)

**Abstract:** The study emphasizes on the definition of temperature field entropy and its application. By the calculation methods of physical field entropy, a quantitative correlation equation is deduced to calculate the temperature field entropy. According to the temperature distributing function of rectangle wing radiator, we can calculate the temperature field entropy on the wing radiator surface. By comparison with heat transfer efficiency the temperature field entropy on the wing surface can quantitatively describe its thermodynamics consummate degree. The research also proves that the temperature field entropy on the wing surface changes with its own parameters: Length, thickness and heat conduction coefficient. It demonstrates, within a certain range, that the  $H_r$  reduces as the rising of heat conduction coefficient and thickness, or increases as the rising of length.

**Key words:** physical field entropy; rectangle fin exchanger; temperature field entropy; heat transfer efficiency

通过熵产分析改善传热及流动体系的热力学性能, 利用低位废热节能降耗、减少环境热污染是当前清洁生产技术开发领域的开发热点之一<sup>[1-3]</sup>。其关键技术在于怎样减少传热过程的不可逆损失, 最大限度地利用传热推动力。但目前研究手段仅限于热力学熵的分析。本文拟在物理场熵及热力学第二定律的基础上, 建立起温度场熵的概念, 通过矩形散热翅片表面的温度场分布, 计算其温度场熵, 并以此评价传热体系热力学完善程度, 使有限的传热推动力得到最大限度地利用, 为传热及流动过程的热力学分析增加新方法。

## 1 温度场熵的定义

1870年, 玻尔兹曼<sup>[4]</sup>从概率统计的角度建立起了微观分子无规则运动混乱程度和熵之间的关系

$$S = K \ln \Omega \quad (1)$$

给定的物质系统存在的分子微观状态总数为  $\Omega$ , 每种状态出现的可能性相同, 则其出现机率为  $1/\Omega$ , (1)式可改写成  $S = -K \sum_{\Gamma} \frac{1}{\Omega} \ln \left( \frac{1}{\Omega} \right)$ 。若以  $p$  表示分子微观状态出现的机率, 即  $p = 1/\Omega$ , 则  $S = -K \sum p \ln p$ , 在玻尔兹曼和申农的理论基础上, 我国

\* 收稿日期 2006-11-10 修回日期 2007-03-21

基金项目: 国家高技术研究发展计划项目(2002AA647020); 国家自然科学基金(No. 20476063)

作者简介: 陈曦(1972-)男, 四川雅安人, 博士, 研究方向为化工热力学。

学者张学文<sup>[5]</sup>提出物理场熵的数学表达式  $H_x = -C \int_V f(x) \ln f(x) dx$ 。根据物理场熵的定义,选定任意空间  $V$  内的温度  $T$  作为考查空间体系差异程度的物理量,此时的物理场熵就称为空间体系的温度场熵<sup>[6-7]</sup>,用下式表达

$$H_T = -C \int_V f(T) \ln f(T) dT \quad (2)$$

$f(T)$  是空间体积  $V$  内温度  $T$  的概率分布密度函数。

## 2 温度场熵与热力学熵的联系

根据(2)式,如果存在温度分布的空间体积为  $V$ ,在空间  $V$  内进行温度抽样,抽取的概率用温度  $T$  所占的体积  $dV$  与总体积  $V$  的比值来表示,如果此时  $dV$  所对应的温度变化为  $dT$ ,则温度场熵的计算式为

$$H_T = -C \int_V \left| \frac{1}{V} \frac{dV}{dT} \right| \ln \left| \frac{1}{V} \frac{dV}{dT} \right| dT \quad (3)$$

(3)式就是温度场熵的计算通式,它表明在空间  $V$  内存在温度梯度,就能用温度场熵来描述温度  $T$  的分布差别程度和丰富程度。从这个意义来说温度场熵也可以称为是温度梯度熵。

目前用热力学熵及熵产分析方法来计算传热和流动体系的不可逆损失,评价体系的热力学完善程度的研究已有大量的报告<sup>[8-9]</sup>。根据 Degroot 和 Mazur 的理论<sup>[10]</sup>,体系的热力学熵可用熵流和熵产来表达

$$\frac{dS}{dt} = J_s + \delta_s =$$

$$J_s \frac{1}{T^2} J_q \cdot \text{grad}T - \frac{1}{T} \sum_{k=1}^n J_k \cdot (T \text{grad} \frac{\varphi_k}{T} - F_k) - \frac{1}{T} \prod \text{Grad}V - \frac{1}{T} \sum_{j=1}^r J_j A_j \quad (4)$$

其中  $J_s$  为熵流项,  $\delta_s$  是熵产项。在没有流动且无相变的单相传热系统中(4)式简化为

$$\frac{dS}{dt} = \frac{J_q}{T} - \frac{1}{T^2} J_q \cdot \text{grad}T = J_q \left( \frac{1}{T} - \frac{\text{grad}T}{T^2} \right) \quad (5)$$

(5)式表明体系的热力学熵可由体系的热力学流  $J_q$  与热力学力(传热推动力)  $\text{grad}T/T^2$  的乘积表示,很明显传热推动力  $\text{grad}T/T^2$  与空间的温度分布(或温度梯度)有关。对(5)式积分得

$$\int \frac{dS}{dt} dV = \int_V dV \cdot J_q \left( \frac{1}{T} - \frac{\text{grad}T}{T^2} \right) \quad (6)$$

这里  $T$  是  $V$  的函数,因而体系的传热推动力是由空间的温度场所决定的,因而在没有流动且无相变的

单相传热系统中温度场熵和热力学熵是一致的,都能对系统的不可逆损失进行计算,对传热体系的热力学完善程度进行评价。

## 3 温度场熵在矩形散热翅片的应用

以下研究在散热翅片的热传导中如何计算温度场熵,并根据计算结果来分析温度场熵与散热翅片的传热效率关系。选择较为简化的翅片传热模式进行研究。翅片为一长为  $L$ ,宽为  $B$ ,厚度为  $2\sigma$  的矩形翅片,热源为与其垂直的一壁面,壁温恒定为  $T_w$ ,翅片不断地向周围环境传热,环境温度为恒定的温度  $T_e$ ,见图1。

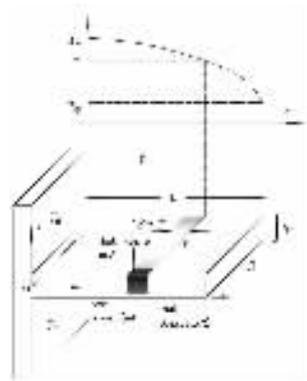


图1 散热翅片的模型

计算翅片的温度场熵,首先要分析翅片温度场的分布函数。如果认为在  $\sigma \ll L$  和  $\sigma \ll B$  的情况下只进行一维传热,即热量传导只在翅片的长度  $L$  方向进行,翅片边界近似为绝热边界。建立如图1中所示的坐标系。通过下面的能量衡算可计算出翅片温度分布函数。

$$\boxed{\text{热传导传入热量}} - \boxed{\text{热传导导出热量}} = \boxed{\text{散发到环境中的热量}}$$

在翅片中任取一段  $\Delta z$  代入无量纲温度  $\theta$ ,无量纲距离  $\xi$  及无量纲系数  $N$  积分并整理得到矩形翅片散热的温度分布函数

$$\theta = \frac{\text{ch}N(1-\xi)}{\text{ch}N} \quad (7)$$

其中  $\theta = \frac{(T - T_e)}{(T_w - T_e)}$ ,  $\xi = \frac{z}{L}$ ,  $N^2 = \frac{hL^2}{k\sigma}$  此函数为一双曲函数。对于温度在  $\theta \rightarrow \theta + \Delta\theta$  的变化,假定在翅片上进行随机抽样实验,温度  $\theta$  成为被抽取的概率实验的随机变量,而  $\theta$  对应的每小块面积被抽取的概率都相等,那么依据古典概率定义,温度被抽取的概率为

$$\theta \rightarrow \Delta\theta \text{ 的概率} = \frac{\text{温度出现在 } \theta \rightarrow \Delta\theta \text{ 的面积}}{\text{翅片散热总面积}}$$

用  $P$  表示  $\theta$  出现在  $\theta \rightarrow \theta + \Delta\theta$  的概率, 则有  $P = \frac{2B\Delta z}{2BL} = \frac{\Delta z}{L}$   $z$  是温度变化为  $\Delta\theta$  时长度  $z$  的变化量,

分子分母同除以  $L$  得  $P = \frac{\Delta z}{L} = \frac{\Delta z/L}{L/L} = \Delta\xi$ ; 用  $\Delta\theta$  去除  $P$  就得到单位温度增量下的概率(即温度分布概率密度)  $\frac{P}{\Delta\theta} = \frac{\Delta\xi}{\Delta\theta}$ ; 用  $f(\theta)$  来表示  $\frac{P}{\Delta\theta}$   $f(\theta) = \frac{\Delta\xi}{\Delta\theta}$  在  $\Delta\theta$  趋近于 0 时, 用  $\frac{d\xi}{d\theta}$  来代替  $\frac{\Delta\xi}{\Delta\theta}$ , 整理后可得

$$f(\theta) = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\theta} \frac{\Delta\xi}{\Delta\theta} = \left| \frac{d\xi}{d\theta} \right| \quad (8)$$

加上绝对值符号是为了保证概率密度函数  $f(\theta)$  始终取值为正。将 (7) 式微分后代入 (8) 式得  $f(\theta) = \frac{1}{N} \left| \frac{chN}{shN(1-\xi)} \right|$ , 进一步化简得到温度分布概率密度函数的最终表达式为

$$f(\theta) = \frac{1}{N} \frac{chN}{\sqrt{\theta^2 \cdot ch^2N - 1}} \quad (9)$$

根据物理场熵的定义, 将 (9) 式代入 (2) 式, 得到翅片散热过程翅片表面温度场熵的计算式为

$$H_T = -C \int f(\theta) \ln f(\theta) d\theta = - \int_1^{\frac{1}{shN}} \frac{chN}{N \sqrt{\theta^2 \cdot ch^2N - 1}} \ln \frac{chN}{N \sqrt{\theta^2 \cdot ch^2N - 1}} d\theta$$

其中  $H_T$  单位为 nat 时,  $C = 1$ , 设  $X = \sqrt{\theta^2 \cdot ch^2N - 1}$ , 代入 (9) 式得

$$H_T = - \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{ch^2N - 1}} \frac{1}{N \sqrt{1 + X^2}} \ln \frac{chN}{NX} dX$$

进一步化简得

$$H_T = \ln \frac{chN}{N} + \int_{shN}^0 \frac{\ln X}{\sqrt{1 + X^2}} dX \quad (10)$$

(10) 式即为翅片散热过程中温度场熵表达式。

### 4 翅片传热效能与温度场熵的关系分析

(10) 式表明温度场熵只与无量纲化的传热系数  $N$  有关,  $N = \sqrt{\frac{h}{k\sigma}} L$ , 而  $N$  与矩形翅片的长度  $L$ 、厚度  $\sigma$ 、翅片内的导热系数  $k$  及表面散热的传热系数  $h$  有关。由于  $h$  值受外界影响较大, 并且为了简化了计算过程的复杂程度, 将传热系数  $h$  视为定值。这样翅片表面温度场熵是与翅片导热系数、长度和厚度的函数。根据翅片表面的热效率定义<sup>[11]</sup>,

$\eta = \frac{\text{翅片的实际散热速率}}{T_w \text{ 的等温翅片散热速率}}$ , 代入参数得

$$\eta = \frac{\int_0^B \int_0^L h(T - T_c) dz dy}{\int_0^B \int_0^L h(T_w - T_c) dz dy} = \frac{thN}{N} \quad (11)$$

(11) 式表明, 翅片传热效能与翅片的温度场熵一样, 也只与翅片的无量纲传热系数有关, 如果视  $h$  为定值, 则  $\eta$  只与  $k, l, \sigma$  相关。

一般情况下, 可由热效公式计算得到热效与翅片长度和厚度的关系图, 实用时可依据曲线图查得翅片的效率。图 2 和图 3 分别表示了钢、铝合金和铝 3 种材质的矩形翅片  $L, \sigma$  与  $\eta$  的曲线图, 其中翅片表面均温在  $200^\circ\text{C}$ , 散热翅片向空气中的散热系数  $h = 7.5 \text{ W/m}^2\text{K}$ 。

图 2 表明, 翅片热效曲线随翅片厚度  $\sigma$  的增加而逐渐升高, 在  $\sigma < 0.001 \text{ m}$  的情况下, 曲线坡度较大, 热效增长的速率较快。图 3 则显示, 当翅片长度增加时, 翅片的热效降低, 并当  $L > 0.4 \text{ m}$  时曲线变化接近直线。在翅片长度和导热系数不变的情况下,  $\sigma$  与  $H_T$  的关系如图 4。

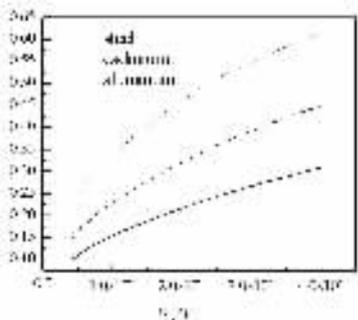


图 2 热效  $\eta$  与翅片厚度关系

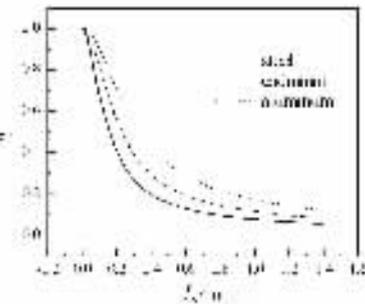


图 3 热效  $\eta$  与翅片长度关系

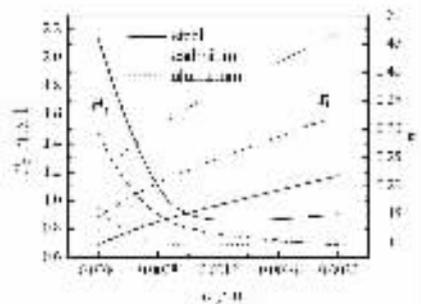


图 4  $H_T$  及  $\eta$  与翅片厚度关系

在翅片厚度和导热系数保持不变的情况下, 翅

片的长度  $L$  与  $H_T$  的关系如图 5。图 4 揭示了散热翅片

厚度和温度场熵之间的变化规律,从图可知在一定的厚度范围内,随着翅片厚度的增加,翅片的温度场熵减小,在 $\sigma < 0.001$  m的情况下曲线变化较陡,温度场熵衰减加剧,即翅片厚度增大使翅片表面的温度分布差异程度减小,所需要的传热推动力的减小,此时热效增幅加大。翅片长度变化对温度场熵与厚度的影响刚好相反,并在 $L > 0.4$  m时两者都接近线性变化。从图5中可以得到,随着翅片长度的增加,温度在翅片表面的分布层次增加,温度场熵增大。

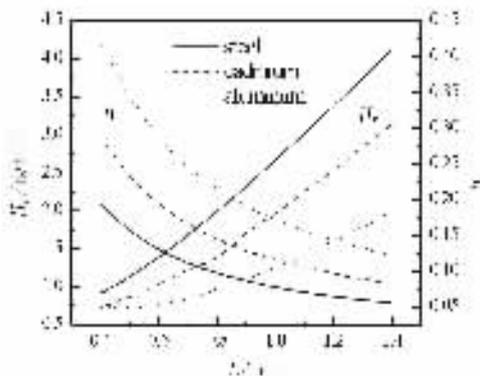


图5  $H_r$  及  $\eta$  与翅片长度关系

图4、5比较还可以得到热效与温度场熵的关系图6。图6反应出翅片热效随翅片表面温度场熵变化趋势刚好相反。根据(6)式,温度场熵越大,温度分布层次越丰富,所需由温度场决定的传热推动力增大,体系不可逆损失增大,传热过程中的无用能耗增加,翅片的传热热效随之降低。反之,如果能尽量减小温度场熵,则传热过程所需推动力较小,则过程中的不可逆损失减小,翅片的热效就会提高。

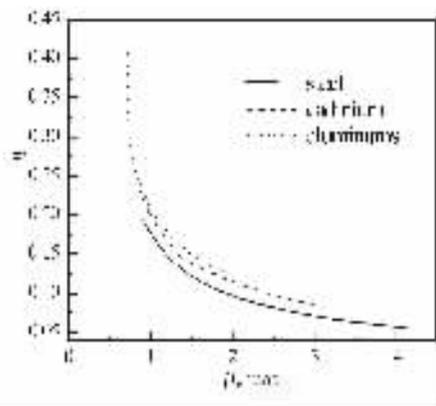


图6 温度场熵  $H_r$  与热效  $\eta$  关系

## 5 小结

1) 通过热力学熵和物理场熵的研究,定义温度场熵的概念,在此概念的上推导出在任意空间内温度场熵的计算方法。通过翅片表面的温度分布函数,可计算出翅片的温度场熵与一定范围内变化的导热系数 $k$ 和厚度 $\sigma$ 成反比,与翅片长度 $L$ 成正比。并能通过对传热过程所需的由温度场所决定的传热推动力的大小定量分析过程的不可逆损失,解释翅片热效变化规律。2) 翅片表面的温度场熵不仅反映了温度分布的层次和丰富程度同时也反映了传热过程传热推动力不可逆损失大小,是描述系统热力学完善程度,改善换热器热力学性能的新工具。

### 参考文献:

[1] 朱家骅,夏素兰,杜怀明,等. DAP尾气循环联产MAP过程分析与现场实验[J]. 化工学报,2004,55(12): 1158-1164.

[2] Benjan A. A Study of Entropy Generation in Fundamental Convective Heat Transfer[J]. J Heat Transfer,1979,101: 718-725.

[3] 李慧玲. 用一种零标架研究 Reissner-Nordström 黑洞的 Dirac 场的熵[J]. 西华师范大学学报(自然科学版),2005,26(2):113-117.

[4] 林祯祺. 从量子论到玻色-爱因斯坦统计[J]. 重庆师范大学学报(自然科学版)2006,23(4):45-49.

[5] 张学文. 物理场熵及其自发减小现象[J]. 自然杂志,1986,20(11):49-52.

[6] 张先起,梁川,刘慧卿. 基于熵权的属性识别模型在地下水水质综合评价中的应用[J]. 四川大学学报(工程科学版)2005,37(3):28-31.

[7] 詹前涌. Fuzzy 熵在环境优序评价中的应用[J]. 系统工程理论与实践,2000,1:118-124.

[8] OZTOP H F. Effective Parameters on Second Law Analysis for Semicircular Ducts in Laminar Flow and Constant Wall Heat Flux[J]. International Communications in Heat and Mass Transfer,2005,32:266-274.

[9] ZIMPAROV V. Extended Performance Evaluation Criteria for Enhanced Heat Transfer Surfaces: Heat Transfer Through Ducts with Constant Wall Temperature[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer,2000,43:3137-3155.

[10] DEGROOT S R, MAZUR P. Thermodynamics of Irreversible Processes[M]. Amsterdam:North-Holland Publishing Company,1962.1-37.

[11] 博德,斯图尔特,莱特富特. 传递现象[M]. 戴干策,戎顺熙,石炎福译. 北京:化学工业出版社,2004.278-279.