运筹学与控制论

DOI:10.11721/cqnuj20210416

可用度约束下 2M1B 生产系统设备预防维修策略优化研究*

刘勤明，汤乐成，陈　翔，叶春明
(上海理工大学 管理学院，上海 200093)

摘要:【目的】针对 2M1B 生产系统，提出了一种可用度约束条件下的设备预防维修模型，以预防维修周期和缓冲区库存量为自变量，以系统最低可用度要求为约束条件，以周期内单位时间总成本最小为优化目标，获得系统最优预防性维修周期以及最佳的缓冲区库存量。【方法】首先，针对 2M1B 生产系统的上游设备，通过更新酬劳理论计算设备周期内平均总维修费用；其次，通过分析缓冲区内库存的变化，得到周期内缓冲区库存的持有费用和缺货费用，建立系统周期内总费用模型；最后，在系统最低可用度要求的约束条件下，运用离散迭代对模型优化求解，得到最优预防性维修周期以及最佳缓冲区库存。【结果】通过案例分析，验证了模型的有效性。【结论】所建立的模型对 2M1B 生产系统确定最优预防维护周期和最佳缓冲库存是有效且实用的。

关键词:预防维修；可用度；缓冲区；更新酬劳理论；2M1B
中图分类号:TB472；F273.4　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2021)04-0001-09

随着客户对产品的质量、可靠性、交货期等方面要求的提高，现代制造企业对 2M1B(2 个设备中间有 1 个库存缓冲区)生产系统设备的可用度和稳定性提出了更高的要求。为了保证生产的连续性和系统的可用度，企业在两个设备之间加入 1 个库存缓冲区，该缓冲区可减少因上游设备故障而导致的生产中断。制定有效的设备维修计划和设置合理的库存缓冲区，可有效提高生产系统的生产连续性。

在 2M1B 系统设备维修管理方面，学者们从多个方面进行了深入的研究，如 Wijngaard[1] 首次提出了在两机设备之间加入库存缓冲区，根据设备的劣化情况将设备状态划分为 $m+1$ 个时段，其中第 0 个时段表示设备为全新的状态，第 m 个时段表示设备发生了随机故障需要进行维修的状态；然后使用再生点给出分析处理，评估了生产率不同时缓冲区对系统产能的影响。陆志强等人[2]针对 2M1B 生产系统，建立了以确保系统的高可用性和低总成本多目标决策模型，求解出系统最优预防性维护周期以及最佳缓冲区库存量。Kang 等人[3]在假设设备速率固定和设备故障完美维护的前提下，建立了故障设备的等周期预防性维护策略，同时决策设备之间缓冲区的大小。Rivera-Gómez 等人[4]针对 2M1B 生产系统联合维护管理和生产控制方法的分包约束问题，提出了最大缓冲库存的建模方法，但没有考虑缓冲区的缺货成本。Wu[5]通过假设设备故障完美维修，建立了相应的成本模型来确定最优维护周期。周炳海等人[6-7]针对 2M1B 生产系统，考虑了上下游设备故障的情况，建立了周期内预防性维护成本模型；然后以周期内总维护成本最小化为目标，通过迭代演化算法求解出最优预防性维护周期和最优缓冲量。刘学娟等人[8-9]针对仅含有两个部件的可修复系统，运用时间延迟和更新理论建立周期内预防性维修成本模型，以单位时间内总成本最小化为原则获得最优预防性维修周期。其他如李志颖、张云正等人[10-11]以单机系统为研究对象，进行了预防维修周期优化研究。

另外对 2M1B 生产系统来说，有些研究主要针对系统生产产品的质量缺陷对设备维修及缓冲区库存的影响。Rezg 和 Sana 等人[12-13]同样考虑了针对系统中设备的劣化导致产品质量因素问题，在准时制生产系统中联合优化了预防维修周期与缓冲区库存量。Bouslah 等人[14]针对不完善的生产系统，以批量大小和生产率为自变量建立了生产总成本模型。邵校等人[15]针对产品合格率随设备不断劣化而不断衰减的情况，建立了设备维修计

* **收稿日期**:2020-11-09　**修回日期**:2020-12-11　**网络出版时间**:2021-07-02 10:29
资助项目:国家自然科学基金(No. 71632008；No. 71840003)；上海市自然科学基金(No. 19ZR1435600)；2020 年上海市大学生创新创业训练计划项目(No. SH2020064)
第一作者简介:刘勤明，男，副教授，博士，研究方向为维护调度、人工智能等，E-mail:lqm0531@163.com；**通信作者**:汤乐成，男，E-mail:1519199871@qq.com
网络出版地址:https://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20210702.0959.002.html

划与生产决策联合优化模型。此外其他学者也进行了相关研究[16-19]。然而,以上研究没有考虑系统的可用度要求,因为在实际的生产中,人们对系统的可用度的要求极高。为此,本文从实际生产角度出发,在满足系统最低要求的可用度水平约束下进行优化研究,建立可用度约束条件下的设备预防性维修模型。首先,根据更新酬劳理论表达出周期内系统的平均维修总费用,包括故障维修费用以及预防性维修费用。然后,根据系统周期内缓冲区库存的变化轨迹,表达出系统周期内缓冲库存的总费用,包括库存持有费用以及缺货费用。最后,综合维修费用和缓冲区库存费用的基础上,在满足系统最低可用度水平的约束下,建立可用度约束条件下的设备完美预防性维修模型,以预防维修周期和缓冲区库存为决策变量,以系统单位时间内总成本最小为优化目标获得最优预防性维护周期以及最佳的缓冲库存量。

1 问题描述

本文所建立的模型是以2M1B生产系统设备为研究对象。半成品或原材料从上游设备 M_1 进入,经过 M_1 的加工进入缓冲区,下游设备 M_2 以固定速率从缓冲区中获取半成品,经过 M_2 加工进入到下一工序。在2M1B生产系统运行中,设备 M_1 以最大生产速率 U_{max} 进行生产,设备 M_2 始终以生产速率 d 从缓冲区获取半成品,其中 M_1 可以随时获取半成品或原材料,M_2 后的缓冲区不会发生堵塞。

当缓冲区库存达到额定量后,M_1 的生产速率恢复至 d。为保证生产系统的连续性,假设缓冲区额定库存量不小于1个生产周期内 M_1 故障维修和预防维修时,M_2 消耗缓冲区库存的平均值。假设在建立缓冲区时设备 M_1 不会发生故障,当缓冲区库存量达到额定库存量时,设备 M_1 的生产速率将恢复至为 d,与 M_2 保持同步生产,可认为设备 M_2 在生产周期内一直处于运行状态,不会发生故障。在对设备 M_1 进行故障维修或预防维修时,缓冲区库存来供给 M_2 的需求。

针对2M1B生产系统,本文建立的可用度约束下的设备完美预防维修模型,以预防维修周期和缓冲区库存量为决策变量,在满足系统最低要求的可用度水平下,以周期内单位时间总费用最小为优化目标,周期内的总费用包括设备故障维修费用、预防维修费用、缓冲区库存持有费用和缺货费用。

2 符号说明与相关假设

本文相关符号的含义见表1。

表1 符号说明

Tab.1 Symbol description

符号	含义	符号	含义	符号	含义
$g_p(t)$	预防维修时间的概率密度函数	u_c	设备平均修复时间	$\lambda(t)$	设备的故障率
$g_c(t)$	设备事后维修时间的概率密度函数	u	设备的平均寿命	M_c	每次故障维修成本
u_p	预防性维修的平均持续时间	$R(t)$	设备的可靠性函数	M_p	每次预防维修成本
$f(t)$	设备寿命的概率密度函数	h	缓冲区库存量	C_s	单位库存的持有成本
$F(t)$	设备寿命的概率分布函数	T	预防维修周期	C_p	单位库存的缺货成本
D_k	生产周期内设备 M_1 的停机时间	d	设备 M_2 生产速率	$C(h,T)$	单位时间的总平均成本
W_k	生产周期内设备 M_1 的运行时间	U_{max}	设备 M_1 最大生产率		

本文的模型假设如下:

1) 在单个生产周期内,设备 M_2 不会发生故障,一直处于正常生产运行的状态;

2) 设备 M_1 维修后恢复到最初全新的状态,即完美维修;

3) 当设备 M_1 发生故障时,能瞬间检测到故障,且采用事后维修;

4) 设备故障率服从二参数的威布尔分布,缓冲区库存量可快速达到库存额定值。

3 数学模型

3.1 维修费用

设备何时进行预防维修对企业减少设备维修管理成本来说至关重要,科学的预防性维修策略能够避免设备

随机故障的发生，从而大大减少系统或设备的维修费用。合理的规划预防性维修周期，找出最佳的预防维修策略能够使系统总维修费用最小正是本文研究的重点。维修成本关系见图 1。

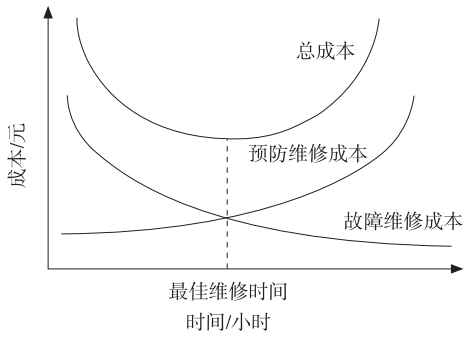

图 1　维修成本关系图

Fig. 1　Maintenance cost diagram

系统周期内的维修费用由设备故障维修费用和预防维修费用构成，则系统周期内维修总费用 $\delta(t)$ 在时间 $[0,t]$ 之间可表示为：

$$\delta(t)=M_cN_c(t)+M_pN_p(t)。\tag{1}$$

其中：$N_c(t)$ 是在 $[0,t]$ 之间执行故障维修的次数，$N_p(t)$ 是在 $[0,t]$ 之间执行预防维修的次数。由于设备故障是随机发生的，所以当生产周期趋于无限大时，单位时间的平均费用为：

$$\varphi(t)=\lim_{t\to\infty}\left\{\frac{E(\delta(t))}{t}\right\}。\tag{2}$$

所以由(1)，(2)式可得：

$$\varphi(t)=\lim_{t\to\infty}\left\{M_c\,\frac{E(N_c(t))}{t}+M_p\,\frac{E(N_p(t))}{t}\right\}。\tag{3}$$

根据更新理论[20]可得 $\varphi(t)$ 为：

$$\varphi(t)=\frac{M_cF(t)+M_pR(t)}{\int_0^T R(u)\mathrm{d}u+u_cF(t)+u_pR(t)}。\tag{4}$$

(3)，(4)式的推导过程如下：由更新酬劳定理可知，在无限时间内的平均酬劳等于 1 个循环周期内的酬劳期望与 1 个循环周期时间期望的比值。所以 $\varphi(t)$ 为周期内的维修成本与生产周期长度之比，即：$\varphi(t)=\dfrac{E(C)}{E(L)}$。

因为周期内系统设备的故障是随机的，所以 $E(C)$ 是一个随机变量，可得：$C=\begin{cases}M_c,\text{w. p. }1-R(t)\\M_p,\text{w. p. }R(t)\end{cases}$，则周期内的维修成本期望值为：$E(C)=M_c(1-R(t))+M_pR(t)$。

又因 $F(t)=1-R(t)$，所以 $E(C)$ 为：

$$E(C)=M_cF(t)+M_pR(t),\tag{5}$$

系统生产周期为系统正常运行时间与停机时间之和。由可靠性理论可知，设备在周期内正常工作的时间为 $\int_0^T R(t)\mathrm{d}t$，停机时间为 $u_cF(t)+u_pR(t)$，则：

$$E(L)=\int_0^T R(t)\mathrm{d}t+u_cF(t)+u_pR(t)。\tag{6}$$

所以由(5)，(6)式得出(4)式成立。

在生产系统中随机故障设备的故障率如果是逐渐增加的过程，且满足 $M_c>M_p$，$\dfrac{M_c}{u_c}\geqslant\dfrac{M_p}{u_p}$，则存在唯一的 T^* 使得 $\varphi(T)$ 最小。对(4)式求式导得：

$$\frac{\mathrm{d}\varphi(t)}{\mathrm{d}T}=\frac{\lambda(T)\int_0^T R(u)\mathrm{d}u+\lambda(T)\left(\dfrac{u_pM_c-u_cM_p}{M_c-M_p}\right)-F(t)-\dfrac{M_p}{M_c-M_p}}{\left(\int_0^T R(u)\mathrm{d}u+u_cF(t)+u_pR(t)\right)^2}。$$

其中：$\lambda(T)=\dfrac{f(T)}{R(T)}$，让 $A(T)=\left(\int_0^T R(u)\mathrm{d}u+u_CF(T)+u_pR(T)\right)^2$，又因为 $B(T)=A(T)\dfrac{\mathrm{d}\varphi(T)}{\mathrm{d}T}$，所以有：

$$B(T)=\lambda(T)\int_0^T R(u)\mathrm{d}u+\lambda(T)\left(\frac{u_pM_c-u_cM_p}{M_c-M_p}\right)-F(t)-\frac{M_p}{M_c-M_p}。$$

其中：$A(T)>0$ 恒成立，所以只需证明在周期内 $B(T)\geqslant 0$ 成立即可。对 $B(T)$ 求导可得：

$$\frac{\mathrm{d}B(T)}{\mathrm{d}T}=\frac{\mathrm{d}\lambda(T)}{\mathrm{d}T}\left(\int_0^T R(u)\mathrm{d}u+\frac{u_pM_c-u_cM_p}{M_c-M_p}\right)。\tag{7}$$

由(7)式可知，$\dfrac{\mathrm{d}\lambda(T)}{\mathrm{d}T}\geqslant 0$ 成立，$\int_0^T R(u)\mathrm{d}u\geqslant 0$ 在周期内也成立，所以只需使 $\dfrac{u_pM_c-u_cM_p}{M_c-M_p}\geqslant 0$ 成立即可，从而

可以推出当 $M_c>M_p$，$\frac{M_c}{u_c}\geqslant\frac{M_p}{u_p}$时，$\frac{u_pM_c-u_cM_p}{M_c-M_p}\geqslant 0$ 成立，所以存在唯一的 T^* 使得 $\varphi(T)$最小。

3.2 缓冲区库存费用

在2M1B生产系统中，缓冲区库存的变化轨迹见图2。其中阶段1表示缓冲区库存累积阶段，即设备 M_1 以最大速率 U_{max}进行生产。阶段2表示缓冲区库存平衡阶段，即缓冲区库存已达到额定库存，此时 M_1 和 M_2 的生产速率相同。阶段3表示缓冲区库存消耗阶段，即设备 M_1 进行故障维修或预防维修时，M_2 从缓冲区获取半成品进行生产。由图2可知，在生产周期 T_k 中，可分为两种情况：第1种情况为没有缺货损失的生产周期，即生产中断的时间小于缓冲区库存的消耗时间$\left(D_k\leqslant\frac{h}{d}\right)$；第2种情况为有缺货损失的生产周期$\left(D_k>\frac{h}{d}\right)$。

针对第1种情况，生产周期内缓冲区无缺货损失，缓冲区库存的变化轨迹如图3所示。此时对设备 M_1 进行故障维修的时间小于缓冲区的库存消耗时间，缓冲区费用即为库存的持有费用，而生产周期内库存控制的总费用即为库存的持有费用，即图3曲线在 T_k 上围成的面积，所以缓冲区库存费用为：

$$\tau_{NL}(h)=C_s(h(D_k+W_k))-\frac{dU_{max}D_k^2}{2(U_{max}-d)}。$$

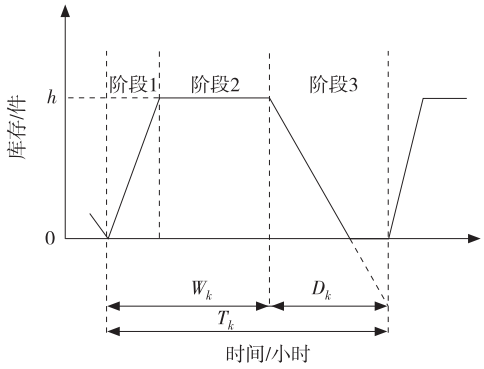

图2　缓冲库存的变化轨迹

Fig. 2　Buffer inventory trajectories

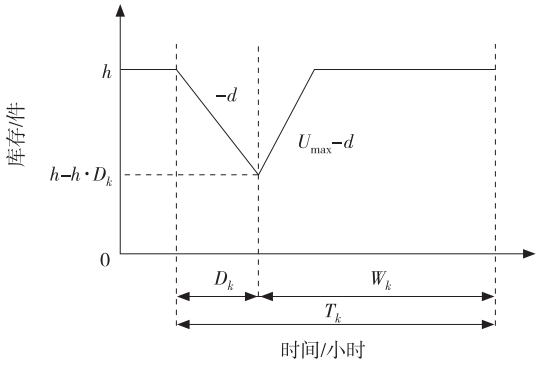

图3　无缺货损失时生产周期内库存变化轨迹

Fig. 3　Track of inventory change in production cycle with no cargo loss

第2种情况下，生产周期内有缺货损失，即对设备 M_1 进行故障维修的时间大于缓冲区库存的消耗时间，缓冲区内库存不能支持 M_2 的消耗，缓冲库存的变化轨迹见图4。此时，生产周期内缓冲区库存总费用包括库存的持有费用和缺货费用，即曲线与 T_k 围成的面积，所以此时在生产周期内缓冲区总费用为：

$$\tau_{WL}(h)=$$
$$C_s\left(\frac{h^2}{2d}+\frac{h^2}{2(U_{max}-d)}+h\left(W_k-\frac{h}{U_{max}-d}\right)\right)+C_pd\left(D_k-\frac{h}{d}\right)。$$

因此，生产周期内设备 M_1 的故障是随机发生的，且不确定因素很多，也就不能确定维修时间；而且在生产周期内缓冲区既有可能存在缺货情况，也有可能存在维修时间内缓冲区库存能够满足 M_2 的消耗。此时只有库存持有费用。系统生产周期内缓冲区总预期费用为：

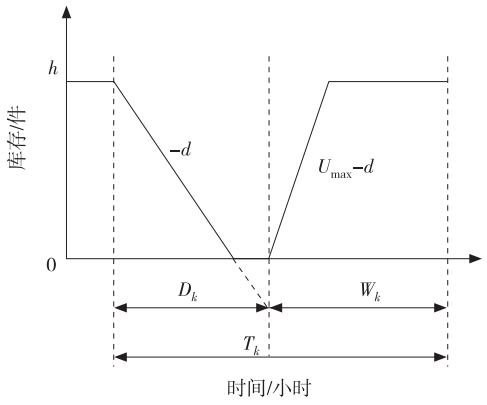

图4　有缺货损失时生产周期内库存变化轨迹

Fig. 4　Track of inventory changes in the production cycle with out-of-stock losses

$$\tau(h)=\tau_{NL}(h)\left(1-R_D\left(\frac{h}{d}\right)\right)+\tau_{WL}(h)R_D\left(\frac{h}{d}\right)。\tag{8}$$

其中：$R_D\left(\frac{h}{d}\right)=\int_{\frac{h}{d}}^{+\infty}g_D(u)\mathrm{d}u$ 为生产周期内缓冲库存有缺货的概率。

把上式代入(8)式可得生产周期内缓冲区库存单位时间的平均总费用 $\theta(h,T)$为：

$$\theta(h,T)=\frac{1}{E(T_k)}\left[C_sE(W_k)h+C_sh^2\frac{U_{max}-2d}{2d(U_{max}-d)}R_D\left(\frac{h}{d}\right)+\right.$$

$$C_s\int_0^{\frac{h}{d}}\left(xh-\frac{dU_{\max}x^2}{2(U_{\max}-d)}\right)g_D(x)\mathrm{d}x+C_pdE\left[\left(D_k-\frac{h}{d}\right),D_k>\frac{h}{d}\right]R_D\left(\frac{h}{d}\right)\Big]。\tag{9}$$

其中：

$$g_D(x)=F(T)g_c(x)+R(T)g_p(x),\tag{10}$$

$$E(W_k)=\int_0^T R(x)\mathrm{d}x,\tag{11}$$

$$E(D_k)=F(T)u_c+R(T)u_p,\tag{12}$$

$$E(T_k)=E(W_k)+E(D_k),\tag{13}$$

$$E\left[\left(D_k-\frac{h}{d}\right),D_k>\frac{h}{d}\right]R_D\left(\frac{h}{d}\right)=\int_0^{\frac{h}{d}}\left(x-\frac{h}{d}\right)g_D(x)\mathrm{d}x。\tag{14}$$

在两设备之间构建缓冲区库存是为了减少生产周期内设备随机故障导致的生产中断对企业所带来的影响。若缓冲区库存过多，则增加了企业的产品费用和管理费用，直接使得产品成本增加；若缓冲区库存过少，则不能保证缓冲区的安全库存量，会产生很大的生产损失费用。因此寻找最经济的缓冲区库存量对于减少企业生产成本同样至关重要。

3.3 系统可用度建模

可用度是指在任一时刻设备或系统在任务开始时刻处于可正常工作的概率，它反映的是设备或系统可靠性的程度。本文是基于系统的有效使用时间来定义可用度，因此将从稳态可用度的角度来表达系统最低要求的可用度。提出的预防维修模型要求系统可用度满足系统最低可用度水平，生产系统的稳态可用度为：$A=\frac{\text{周期内设备运行时间}}{\text{总周期时间}}$。

由(13)式可知，生产周期为 $E(W_k)$和 $E(D_k)$之和，其中 D_k 为生产周期内设备 M_1 的停机时间，W_k 为生产周期内设备 M_1 的运行时间。所以由(11)，(12)式可得稳态可用度$S_A(T)=\dfrac{\int_0^T R(u)\mathrm{d}u}{\int_0^T R(u)\mathrm{d}u+F(T)u_c+R(T)u_p}$。

Ait-Kadi 等人[21]已经证明对于故障率增加的系统，稳态可用度在周期内是凸函数，所以存在唯一的 T 使得 $S_A(T)$最大(图 5)。

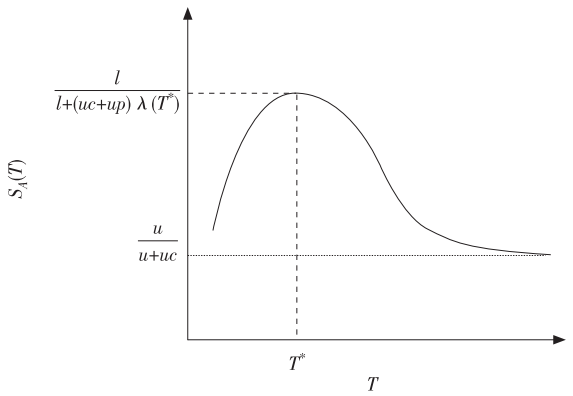

图 5　可用度函数

Fig. 5　The availability function

3.4 模型构建

本文是以 2M1B 生产系统为研究对象，同时考虑缓冲区库存的影响，建立周期内系统总生产费用模型，以满足系统最低要求的可用度水平 A_0，以周期内单位时间总维修费用最小为优化目标，则可得模型为：

$$\min C(h,T)=\theta(h,T)+\varphi(t)=\frac{1}{E(T_k)}\Big[C_sE(W_k)h+C_sh^2\frac{U_{\max}-2d}{2d(U_{\max}-d)}R_D\left(\frac{h}{d}\right)+$$
$$C_s\int_0^{\frac{h}{d}}\left(xh-\frac{dU_{\max}x^2}{2(U_{\max}-d)}\right)g_D(x)\mathrm{d}x+C_p\int_{\frac{h}{d}}^{+\infty}(xd-h)g_D(x)\mathrm{d}x+[M_cF(T)+M_pR(T)]\Big]。\tag{15}$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}S_A(T)\geqslant A_0\\ h\geqslant 0\\ T>0\end{cases}。$$

3.5 模型分析

本文所建立的可用度约束下设备完美预防维修模型是优化预防维修周期和缓冲区库存这两个参数，以实现在满足系统最低要求可用度水平下，使单位时间总生产费用最小的目标。为了说明所建立模型的有效性及合理性，需要验证单位时间总维修费用 $C(h,T)$关于 h 的二阶导数，来证明建立的目标函数为凹函数，从而确定所建

模型的最优解。由(15)式可知,$C(h,T)$由$\theta(h,T)$和$\varphi(t)$两部分组成,在3.1节已经证明$\varphi(t)$是凹函数,即存在唯一的T^*使得$\varphi(t)$最小,所以只需要证明$\theta(h,T)$是凹函数即可,由(9)式可得$\theta(h,T)$。

因为在2M1B生产系统中,M_1以最大生产速率$U_{\max}$进行生产,M_2始终以生产速率d从缓冲区获取半成品,为避免造成过大的缓冲区库存,根据实际企业生产情况,$U_{\max}$取值为d的倍数,且取值为$2d$。所以当$U_{\max}=2d$的情况下,有:

$$\frac{\mathrm{d}(\theta(h,T))}{\mathrm{d}h}=\frac{1}{E(T_k)}\left[(E(W_k)+E(D_k))C_s-C_sh\int_{\frac{h}{d}}^{+\infty}x\,g_D(x)\mathrm{d}x-C_pR_D\left(\frac{h}{d}\right)\right]。\tag{16}$$

把(10)~(14)式代入(16)式可知,对于任意h,它的二阶导数都是正的,所以$\theta(h,T)$也是凹函数。同理,当$U_{\max}=d$,同样可证明对于任意h,它的二阶导数都是正的,所以$\theta(h,T)$也是凹函数。经过上述分析可知,目标函数$C(h,T)$是一个凹函数,所以本文所建立的2M1B生产系统的预防维修模型是合理的,即有最优解。

3.6 模型求解

对于建立的可用度约束条件下的设备完美预防维修模型,模型中含有一定数量的积分表达式,很难通过求导的方法来获得最优值。因此从约束条件入手,对于故障率逐渐增加的系统,$S_A(T)$在生产周期T中是一个凸函数,所以存在唯一的最大值。主要的思想是求出满足系统最低可用性A_0的时间间隔$[T_1,T_2]$,在此时间间隔内找出最优的T值,使得系统单位时间的总生产费用最小。详细的算法流程图见图6。

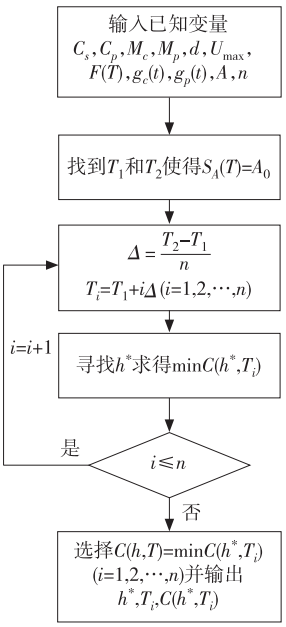

图6 算法流程图

Fig. 6 Algorithm flow chart

通过离散迭代算法,首先确定离散迭代变量,并赋予迭代变量的初始值,其次确定离散迭代递推关系,利用迭代步长,分别建立迭代递推关系,最后确定离散迭代过程和离散迭代终止条件。图6中的n是设置步长的关键因素,可采用枚举法获得最优的取值,可得迭代步长$\Delta=\frac{T_2-T_1}{n}$。具体的求解过程如下:

第1步,设定可用度约束值A_0以及输入已知变量$C_s,C_p,M_c,M_p,d,U_{\max},F(T),g_c(t),g_p(t),A,n$。

第2步,令$S_A(T)=A_0$,通过可用度表达式求出满足该条件的决策变量值的取范围$[T_1,T_2]$。

第3步,求解决策变量的步长Δ,即每次循环该决策变量T_i都增加Δ,令$T_i=T_1+i\Delta$。

第4步,求解$C(h,T_i)$,得到h^*,使$C(h^*,T_i)$最小,并记录。

第5步,如果$i\leqslant n$,则$i=i+1$,转第3步;否则转第6步。

第6步,从记录的所有数据中选择最小的$C(h^*,T_i)$,输出$h^*,T_i,C(h^*,T_i)$。

4 数值分析

考虑系统的实际生产情况,对模型所需的数据如下:

1) $f(t)$服从形状参数为2和尺度参数为100的二参数威布尔分布;$g_p(t)$服从均值为0.1的指数分布;$g_c(t)$服从均值为0.05的指数分布;时间单位为小时。

2) $C_s=2$元·小时$^{-1}$,$C_p=250$元·小时$^{-1}$。

3) $M_c=2\,000$元·次$^{-1}$,$M_p=300$元·次$^{-1}$。

4) $d=21\,600$个·天$^{-1}$,$U_{\max}=43\,200$个·天$^{-1}$。

5) $n=26$[22]。

4.1 最低可用度对应的预防维修区间的确定

由3.6节可知,建立的可用度约束条件下设备完美预防维修模型必须满足系统最低要求的可用度水平,即系统的最低可用度$A_0=81.7\%$。通过把以上数据代入(12)式,用Matlab作图可得出图7,即满足系统最低可用

度要求的预防维修时间$[T_1, T_2]$为[80,185]，则可得迭代步长 $\Delta=\frac{T_2-T_1}{n}=4$，$T_i=T_1+4i(i=1,2,\cdots,26)$。所以接下来在此区间内寻找单位时间内总生产费用最小的最优预防维修周期 T 与最佳缓冲区库存量 h。

4.2 结果分析

本文模型是单位时间总生产费用最小化为优化目标，同时满足系统最低要求可用度水平下，来确定最优预防维修周期 T 与最佳缓冲区库存量 h。根据构建的可用度约束条件下的设备完美预防维修优化模型，代入以上相关数据，运用给出的目标函数优化求解方法，应用 Matlab 软件编程，通过离散迭代来实现可用度约束条件下缓冲库存和预防维修周期的最优化问题，具体结果见表 2。

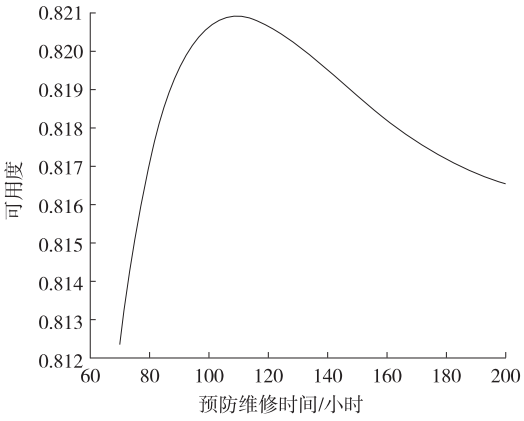

图 7　不同预防维修时间下的系统可用度

Fig. 7　System availability at different preventive maintenance times

表 2　不同 T 值下的最佳缓冲库存和最小成本

Tab. 2　Optimal buffer inventory and minimum cost at different T values

T_i	h^*	$C(h^*, T_i)$	T_i	h^*	$C(h^*, T_i)$	T_i	h^*	$C(h^*, T_i)$
80	3 831.8	17 468	152	2 510.3	15 357	116	2 881.8	15 842
88	3 544.7	16 966	160	2 469.4	15 338	124	2 764.3	15 662
96	3 306.9	16 553	168	2 438	15 341	132	2 669.8	15 528
104	3 111	16 219	176	2 414	15 361	140	2 594.5	15 435
112	2 950.5	15 953	184	2 396	15 395	148	2 535	15 375
120	2 819.9	15 746	84	3 681.6	17 205	156	2 488.6	15 344
128	2 714.4	15 590	92	3 420.2	16 749	**164**	**2 452.6**	**15 337**
136	2 630	15 477	100	3 204.2	16 337	172	2 425.2	15 349
144	2 563	15 401	108	3 026.7	16 078	180	2 404.4	15 376

为验证迭代步长的有效性，取迭代步长为 1，计算每个 $T(T_i=T_1+i(i=1,2,\cdots,105))$取值下的 $C(h^*, T_i)$，仍可得最优预防维修周期 $T=164$，$h^*=2\ 452.6$，$C(h^*, T_i)=15\ 337$，但是计算耗时较大，因此可说明 $\Delta=4$ 在计算耗时和获得最优值方面都是最优的。

为了说明本文提出的预防维修模型的有效性，通过 Matlab 模拟了系统维修单位时间总费用与预防维修周期、缓冲库存量的关系(图 8)。从图 8 也可看出表 2 所求结果是正确的，当 $T=164$ 和 $h=2\ 453$ 时是在图像的最低点，即此时对应的系统费用最小。同时从图 8 也可看出，当 T 趋于无穷大时，即没有预防性维修时，系统总费用明显高于有预防性维修的时刻；当 h 趋于 0 时，即生产系统中没有缓冲库存时，系统总费用也明显高于有缓冲库存的生产系统总费用。所以验证了本文提出的预防维修策略模型的有效性。

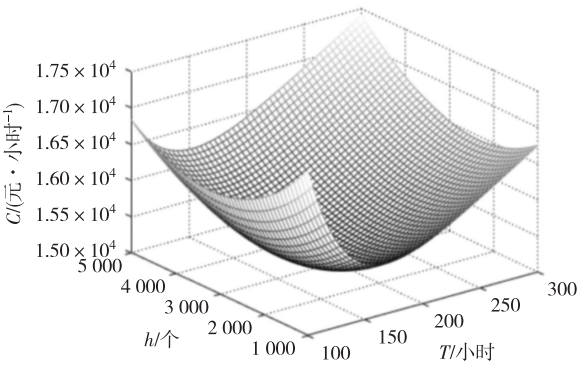

图 8　不同 T，h 下的单位时间总费用

Fig. 8　Total cost per unit time under different T and h

为了说明提出维修策略模型的有效性，通过分别求解考虑和不考虑缓冲库存的预防维修策略模型和事后维修策略模型，求解结果见表 3。当不考虑缓冲库存时，总的生产成本包括设备的维修成本以及停机损失成本等。由表 3 可知，在考虑和不考虑缓冲库存的情况下，与事后维修策略模型相比，文中提出的设备完美预防维修策略的平均生产成本最小，说明了在考虑缓冲库存情况下，本文提出的完美预防维修策略模型性能最优，且是有效的

和可行的。

表3 两种维修策略比较结果

Tab.3 Comparison of results between the two maintenance strategies

最小平均生产成本	完美预防维修策略	完美事后维修策略
不考虑缓冲库存	15 960	19 457
考虑缓冲库存	15 337	17 922

5 结论

本文以2M1B生产系统设备为研究对象,在设备维修后"修复如新"的假设条件下,建立了可用度约束条件下的设备完美预防维修模型。首先,通过更新酬劳理论表达了系统周期内维修的平均费用;通过缓冲区的库存变化情况表达了缓冲区库存费用;所建立的完美预防维修费用模型包括故障维修费用、预防维修费用、缓冲区库存持有费用以及缓冲区库存的缺货费用。然后,以满足系统要求的最低可用度水平为约束条件,建立单位时间内系统总生产费用最小为目标的设备完美预防维修模型,旨在找出最优预防维修周期和最佳缓冲库存量。最后,通过数值实验结果表明,所建立的模型对2M1B生产系统确定最优预防维护周期和最佳缓冲库存是有效且实用的。

参考文献:

[1] WIJNGAARD J. The effect of interstage buffer storage on the output of two unreliable production units in series with different production rates[J]. AIIE Transactions,1979,11(1):42-47.

[2] 陆志强,王佳跃,周炳海. 带缓冲区的可修复设备多目标预防性维护决策模型[J]. 计算机集成制造系统,2010,16(10):2124-2128.
LU Z Q,WANG J Y,ZHOU B H. Multi-objective preventive maintenance decision-making model for repairable equipment with buffer[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems,2010,16(10):2124-2128.

[3] KANG K C, SUBRAMANIAM V. Integrated control policy of production and preventive maintenance for a deteriorating manufacturing system[J]. Computers & Industrial Engineering,2018,118:266-277.

[4] RIVERA-GÓMEZ H,GHARBI A,KENNÉ J P,et al. Subcontracting strategies with production and maintenance policies for a manufacturing system subject to progressive deterioration[J]. International Journal of Production Economics,2018,200:103-118.

[5] WU T Y,MA X B,YANG L,et al. Proactive maintenance scheduling in consideration of imperfect repairs and production wait time[J]. Journal of Manufacturing Systems,2019,53:183-194.

[6] 周炳海,高忠顺. 带缓冲区的设备预防性维护优化建模[J]. 计算机集成制造系统,2012,18(2):364-368.
ZHOU B H,GAO Z S. Equipment preventive maintenance optimal modeling with buffer[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems,2012,18(2):364-368.

[7] 余佳迪,周炳海. 带缓冲的串行生产系统预防性维护策略[J]. 上海交通大学学报,2014,48(12):1694-1699.
YU J D,ZHOU B H. Preventive maintenance policy for serial production systems with intermediate buffers[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University,2014,48(12):1694-1699.

[8] 刘学娟,赵斐,马晓洋. 考虑生产率调整的多产品EPQ与设备维修整合模型[J]. 系统工程学报,2018,33(1):136-144.
LIU X J,ZHAO F,MA X Y. Integrated EPQ and maintenance model for a multi-product production system with varying production rate[J]. Journal of Systems Engineering,2012,33(1):136-144.

[9] 刘学娟,冯志鹏. 基于随机系数增长模型的状态维修与EPQ联合优化[J]. 系统工程理论与实践,2019,39(1):251-258.
LIU X J,FENG Z P. Joint optimization of condition-based maintenance and EPQ based on the random coefficient growth model [J]. Systems Engineering-Theory & Practice,2019,39(1):251-258.

[10] 李志颖,倪婧,秦萍,等. 有限产能批量问题生产调度与设备维护集成优化研究[J]. 现代制造工程,2019(7):30-35.
LI Z Y,NI J,QIN P,et al. Research on integration optimization of production scheduling and equipment maintence for capacitated lot-sizing problem[J]. Modern Manufacturing Engineering,2019(7):30-35.

[11] 张云正,张晓红,曾建潮. 租赁设备的状态维修决策建模与优化[J]. 系统工程理论与实践,2019,39(7):1732-1743.
ZHANG Y Z,ZHANG X H,ZENG J C. Optimal decision of condition-based maintenance strategy for leased equipment[J]. Systems Engineering-Theory & Practice,2019,39(7):1732-1743.

[12] REZG N,CHELBI A,XIE X L. Modeling and optimizing a joint inventory control and preventive maintenance strategy for a randomly failing production unit: analytical and simulation approaches[J]. International Journal of Computer Integrated Manufacturing,2005,18(2/3):225-235.

[13] SANA S S. Preventive maintenance and optimal buffer inventory for products sold with warranty in an imperfect production

system[J]. International Journal of Production Research,2011,50(23):6763-6774.
[14] BOUSLAH B,GHARBI A,PELLERIN R. Joint optimal lot sizing and production control policy in an unreliable and imperfect manufacturing system[J]. International Journal of Production Economics,2013,144(1):143-156.
[15] 邵校,陈志祥,伏开放. 考虑产品合格率衰变的设备维修与生产决策[J]. 工业工程与管理,2017,22(3):7-15.
SHAO X,CHEN Z X,FU K F. Equipment maintenance and production decision with degeneration of product qualified rate[J]. Industrial Engineering and Management,2017,22(3):7-15.
[16] 冉悄然,王强,王双川. 考虑预防性维修策略的维修工时需求预测模型[J]. 计算机应用,2019,39(S1):155-158.
RAN Q R,WANG Q,WANG S C. Maintenance man-hour prediction model considering preventive maintenance[J]. Journal of Computer Applications,2019,39(S1):155-158.
[17] LIU A J,HU H S,ZHANG X,et al. Novel two-phase approach for process optimization of customer collaborative design based on Fuzzy-QFD and DSM[J]. IEEE Transactions on Engineering Management,2017,64(2):193-207.
[18] 高俏俏,岳德权,赵冰. 有延迟修理的两部件串联系统的预防维修策略[J]. 运筹学学报,2018,22(4):73-82.
GAO Q Q,YUE D Q,ZHAO B. The preventive maintenance policy for a two-component series system with delayed repair[J]. Operations Research Transactions,2018,22(4):73-82.
[19] ZHU X Y,BEI X Q,CHATWATTANASIRI N,et al. Optimal system design and sequential preventive maintenance under uncertain aperiodic-changing stresses[J]. IEEE Transactions on Reliability,2018,67(3):907-919.
[20] ÇINLAR E. Introduction to stochastic processes[M]. Englewood Cliffs:Prentice-Hall,Inc,1975:107-125.
[21] AIT-KADI D,CHELBI A. Periodic replacement strategies for availability maximization[C]//5th International Conference on Probabilstic Safety Assessment and Management,Vol. 4,Nou 27-Dec 1,2000,Osaka,Japan,2020.
[22] 林数,吕文元. 可用度约束条件下的设备不完美预防维修策略[J]. 计算机技术与发展,2020,30(1):160-166.
LIN S,LÜ W Y. Imperfect equipment prevention maintenance strategy under availability constrains[J]. Computer Technology and Development,2020,30(1):160-166.

Operations Research and Cybernetics

Research on Equipment Preventive Maintenance Strategy Under Availability Constraints

LIU Qinming, TANG Lecheng, CHEN Xiang, YE Chunming
(College of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: [**Purposes**]Aiming at 2M1B production system, a preventive maintenance model with availability constraints is proposed. The preventive maintenance cycle and buffer inventory are independent variables, the minimum availability requirement of the system is constrained, and the minimum total cost per unit time in the cycle is taken as the optimization objective to obtain the optimal preventive maintenance cycle of the system, and the optimal buffer inventory. [**Methods**]First, according to the upstream equipment of 2M1B production system, the average total maintenance cost in the equipment cycle is calculated by updating the compensation theory. Then, by analyzing the changes of the inventory in the buffer zone, the holding cost and the out-of-stock cost of the buffer inventory in the cycle are obtained, and the total cost model in the system cycle is established. Finally, the lowest total maintenance cost in the system can be obtained. Under the constraints of usage requirement, the discrete iteration is used to optimize the model, and the optimal preventive maintenance cycle and optimal buffer inventory are obtained. [**Findings**]The validity of the model is verified by case study. [**Conclusions**]The established model is effective and practical for determining the optimal preventive maintenance cycle and buffer inventory of 2M1B production system.

Keywords: preventive maintenance; availability; buffer; renewal compensation theory; 2M1B

(责任编辑 黄 颖)