

基于最佳断点的圆形件 T 形下料算法^{*}

陈 燕^{1,2}, 宁晓军¹, 胡小春³, 王 珂¹

(1. 广西大学 计算机与电子信息学院; 2. 广西多媒体通信与网络技术重点实验室, 南宁 530004;

3. 广西财经学院 信息与统计学院, 南宁 530007;)

摘要:【目的】圆形件下料问题广泛存在于工业生产中,如汽车、船舶零部件的制造等。通过提高材料利用率,减少切割成本可有效降低企业生产成本。基于此,提出了一种基于最佳断点的圆形件 T 形下料算法。【方法】首先根据需求的圆形件种类生成多规格的标准条带,然后根据规范长度求得点长度集合,再用全容量动态规划算法生成排样方式,遍历断点长度集合,得出最佳断点长度和排样方式,确定排样方式的使用次数并加入排样方案,直到满足所有圆形件的需求;最后根据价值修正公式不断调整圆形件价值,通过迭代生成多种排样方案,以防算法陷入局部最优。【结果】与文献数据相比,该算法能够提高材料利用率,降低切割成本。【结论】实验结果表明,该算法在降低企业生产总成本上具有有效性。

关键词:最佳断点; T 形; 圆形件下料; 动态规划; 顺序价值修正

中图分类号:TP391

文献标志码:A

文章编号:1672-6693(2021)06-0056-07

圆形件下料问题广泛存在于工业生产中,如汽车、船舶零部件的制造等^[1-2]。圆形件下料通常采用剪切和冲裁工艺,即板材先被切割成条带,再从条带上冲出需要的圆形件^[3]。圆形件下料过程中的主要成本包括:切割成本和材料成本。选取恰当的排样方式和有效的排样算法,可减少板材消耗量或降低切割成本,从而降低企业生产总成本。

目前文献中对于圆形件下料问题的研究主要集中在对布局图和求解方法的改进上。对布局方式的改进主要有:曾兆敏等人^[4]提出一种两段布局的排样方法,可有效提高材料利用率;陈菲等人^[5]提出一种 3 块布局方式对圆形件进行排样,采用两条相互垂直的分割线将板材分为 3 块子板材,然后分别对每块子板材进行动态规划方式确定里面的条带;高淑婷等人^[6]介绍了一种 4 块布局的排样方式下料算法,采用线性规划和启发式算法相结合的方式求解,实验表明比一般下料算法更节省材料。对算法的改进主要有:Lintzmayer 等人^[7]对二维圆形件填充的背包问题进行研究,提出一种多项式时间的近似算法。He 等人^[8]研究一种二维圆形件装填问题,先使用 GACOA 算法初始化布局,再通过 ALNS 算法不断迭代重新寻找最优解。管卫利等人^[9]将线性规划和启发式算法相结合对带剪刀长度约束的圆形件下料问题进行求解。闫常丽等人^[10]提出一种混合遗传算法对圆形件问题进行求解,实验证明该算法是收敛的。王婷婷等人^[11]提出主动生成规范余料的方法,并与不允许生成余料的方法进行比较,表明允许生成余料的方法可降低企业长期的材料成本。对于圆形件下料的 T 形排样优化问题,Cui 等人^[12-13]分别针对圆形件下料问题中的材料利用率最大问题和生成条带数最少问题,采用 T 形排样方式,并应用列生成算法求解。但文献^[12]没有对下料过程中圆形件的价值进行调整,容易陷入局部最优,且列出的生成算法不适合求解大规模问题。

本文提出基于最佳断点的圆形件下料算法,首先根据所需圆形件的种类生成标准条带,然后根据规范长度确定断点长度集;再用全容量动态规划算法求解背包问题,遍历所有的断点长度集合,确定最佳断点长度、T 形条带的组合和排样方式的使用次数,直到满足所有圆形件的需求;最后采用顺序价值修正启发式算法对圆形件价值进行调整,通过迭代生成多种排样方案,从中选择最好的排样方案。

^{*} 收稿日期:2020-07-30 修回日期:2021-07-06 网络出版时间:2021-11-17 10:06

资助项目:国家自然科学基金(No. 71371058);广西自然科学基金(No. 2020GXNSFAA159090)

第一作者简介:陈燕,女,教授,博士,研究领域为智能算法及应用、智能集成制造、工业互联网,E-mail: cy@gxu.edu.cn;通信作者:胡小春,男,副教授,E-mail: huxch999@163.com

网络出版地址:https://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20211116.1936.016.html

1 下料问题的相关概念及数学模型

1.1 相关概念

条带中的圆形件布局。板材中含1根或多根条带,每根条带布局的圆形件大小相同,且行数不超过3。图1列举了两种条带,图中圆形件直径为 d ,工艺余量为 δ 。圆形件到条带边界的最小距离为 $\frac{\delta}{2}$,相邻圆形件的距离为 δ 。图1a中条带的宽度为 $d+\delta$,图1b中3个圆形件的圆心相连构成一个边长为 $d+\delta$ 的等边三角形。圆形件在条带中的布局可参考文献[14]。

排样方案和排样方式。1个排样方案由1个或多个排样方式组成。圆形件的剪切下料通常有单向直排、T形排样和多段排样等方式^[1]。本文采用T形排样方式,如图2所示。条带的排列有两个相互垂直的方向。用1条分界线将板材分成两段,X方向段条带水平排列,Y方向段条带竖直排列。应当注意,最优排样方式可仅含1个方向段,即等效于X或Y方向段的长度为零,因此单向直排是T形排样方式的特例。

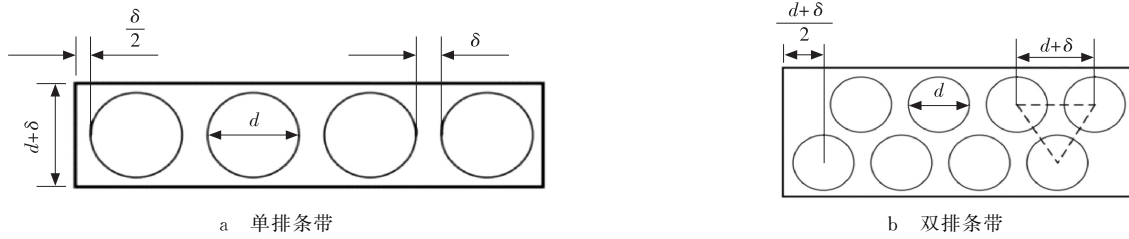


图1 条带中的圆形件布局

Fig. 1 The layout of circular parts in a strip

1.2 下料问题的数学模型

设1次下料需要 m 种圆形件,第 i 种圆形件的直径和需求分别为 d_i 和 b_i , $i=1,\dots,m$,可用板材的长宽分别为 L 和 W 。要求从可用板材中切割出满足生产需求的圆形件,同时要求消耗的板材和生成的条带数最少。1个排样方案由1个或多个排样方式组成,并要确定某一种排样方式的使用次数。即:

$$\min Z = \sum_{k=1}^K Sx_k, \quad (1)$$

$$\text{s. t. } \sum_{k=1}^K a_{ik}x_k \geq b_i, i=1,\dots,m, \quad (2)$$

$$x_k \in Z_0^+, k=1,\dots,K. \quad (3)$$

其中: K 为排样方案中所含排样方式种类, x_k 为每种排样方式的使用次数, a_{ik} 为第 k 种排样方式含第 i 种圆片的数量, S 为1张板材的成本。排样方案的目标是使消耗的板材成本最少,即下料总成本最少。排样方案的整数规划模型可用(1)~(3)式表示,约束条件为圆形件的需求必须得到满足,而且排样方式的使用次数 x_k 为非负整数。

2 算法设计与实现

2.1 算法主要步骤

本文选取最大迭代次数 $G_{\max}=100$,每次迭代形成1个排样方案。设 G 为当前迭代次数,初始值为0。主算法的步骤如下:

步骤1:令 $G=G+1$,当前排样方案的消耗成本为 $Z_{\min}=+\infty$,圆形件剩余需求 $r_i=b_i$,令若 $G=G_{\max}$,则转步骤8。

步骤2:调用GetPoint()函数,求出断点长度集合 P ,依次遍历所有的断点长度,调用GetPattern()函数确定断点长度 p 的对应价值 $F(W,L,p)$ 。

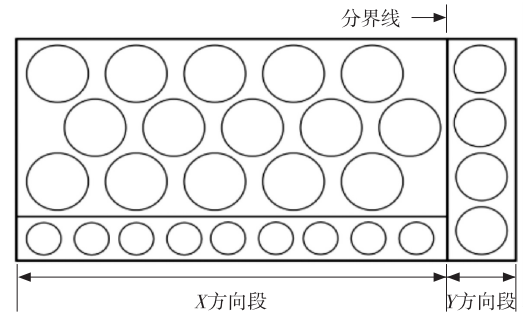


图2 T形排样方式

Fig. 2 T-shape layout

步骤 3: 确定最佳断点长度, 得到最佳 T 形排样方式, 令当时所含 n_i 种圆形件, 并确定其使用次数 f 。

步骤 4: 将当前排样方式添加到排样方案中, 调整圆形件的剩余需求 $r_i = r_i - fn_i$ 。

步骤 5: 调用价值修正函数 CorrectValue() 修正圆形件的价值 v_i 。

步骤 6: 若 $r_i > 0$, 则转步骤 2; 否则转步骤 7。

步骤 7: 令当前排样方案的材料成本为 Z , 若 $Z < Z_{\min}$, 则令 $Z_{\min} = Z$, 并将当前排样方案记为最佳排样方案; 否则, 转步骤 1。

步骤 8: 输出最佳 T 形排样方案。

2.2 断点长度生成函数 GetPoint()

圆形件排样主要采用品排方式进行排样, 其中奇数行排样和偶数行排样断点长度存在不一致的情况, 如图 3 所示。

奇数断点的长度集合为: $P_i^O = \{p_n^O \mid p_n^O = n(d_i + \delta), 0 \leq p_n^O \leq L, n \in Z_0^+, \text{偶数}\}$

断点的长度集合为: $P_i^E = \{p_n^E \mid p_n^E = (d_i + \frac{\delta}{2}) + n(d_i + \delta), 0 \leq p_n^E \leq L, n \in Z_0^+\}$, 当

前板材所有可能的断点长度的集合为: $P_i = P_i^O \cup P_i^E$, m 种

板材所有可能的断点长度集合为: $P = P_1 \cup P_2 \cup \dots \cup P_m$ 。

2.3 T 形排样方式生成函数 GetTPattern()

圆形件的排样方式有 X 方向和 Y 方向两种, 排样方式如图 4 所示。

根据 GetPoint() 函数求得的断点长度集合 P , 设当前断点长度为 $p (p \in P)$, 先进行 Y 方向条带拼接, 再进行 X 方向条带拼接。如图 4 所示将条带分为 $p \times W$ 和 $(L-p) \times W$ 两个子板材, $p \times W$ 子板材按 Y 方向进行条带拼接, 价值为 $F^Y(y, p)$, 其中 $0 \leq y \leq W$; $(L-p) \times W$ 子板材按 X 方向进行条带拼接, 价值为 $F^X(x, p)$, $0 \leq x \leq L-p$ 。

设第 i 种圆片的价值为 v_i , 当前剩余需求为 r_i , $\eta_y(W, i)$ 表示当前进行 Y 方向拼接时, 宽度为 w_i 的条带所含的第 i 种圆片的数量, 该条带所含的圆形件数量为 z_i , 有效圆形件个数为 $c_i = \min\{z_i, r_i - \eta_y(W - w_i, i)\}$, 价值为 $v'_i = c_i \cdot v_i$ 。 $\eta_x(L-p, i)$ 表示进行 X 方向拼接时, 宽度为 w 的条带所含的第 i 种圆片的数量, 该条带所含圆形件的数量为 z_i , 有效圆形件个数为 $c_i = \min\{z_i, r_i - c_i - \eta_x(W - w_i, i)\}$, 价值为 $v'_i = c_i \cdot v_i$ 。

对排样方式进行求解的过程可视为求解背包问题的过程, 本文采用全容量的动态规划算法求解。递推公式如下:

$$\begin{aligned} F^X(0, p) &= 0, F^Y(0, p) = 0; \\ \eta_y(0, i) &= 0, \eta_x(0, i) = 0, i = 1, \dots, m; \\ R &= \max(v_i + F^Y(y - w_i, p_g)), y \geq w_i, \eta_y(y - w_i, i) < r_i, \\ Q &= \max(v_i + F^X(x - w_i, p)), x \geq w_i, \eta_x(x - w_i, i) < r_i, \\ F^Y(y, p_g) &= \max \begin{cases} F^Y(y-1, p_g) \\ R \end{cases}, \\ F^X(x, p) &= \max \begin{cases} F^X(x-1, p_g) \\ Q \end{cases}, \\ F(L, W, p_g) &= \max(F^Y(W, p_g), F^X(L-p_g, p_g)). \end{aligned}$$

根据全容量动态规划算法的特性可知, 只需计算当 $y=W$, 且 $x=L-p$ 时, $F^Y(W, p)$ 和 $F^X(L-p, p)$ 的值, 即可求出所有 $F^Y(y, p)$ 和 $F^X(x, p)$ 的值。求到 $F(L, W, p)$ 后, 通过回溯可获得当前排样方式中条带的数量

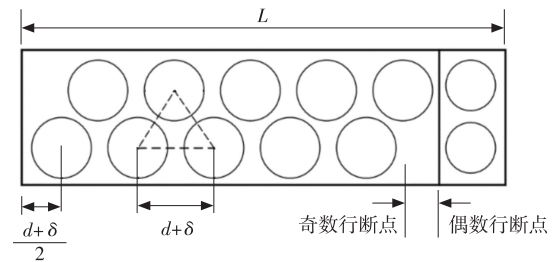


图 3 奇偶断点图

Fig. 3 Even and odd breakpoint graph

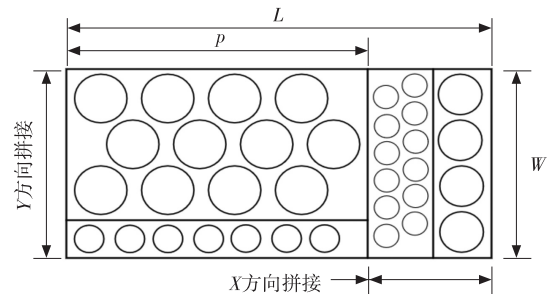


图 4 条带拼接图

Fig. 4 Strip splicing graph

$s(p)$ 和第 i 种圆形件的数量 n_i 。

2.4 板材最优排样方式及使用次数的确定

令 p 从头开始遍历断点集合 P ,记 p_0 为最优排样方式的值,若所有的 p 值满足: $F(L,W,p_0) > F(L,W,p)$,而且 $s(p_0) \geq s(p)$ 时,则 p_0 为当前板材的最佳断点,对应的排样方式价值最大,而且条带数最少。

根据下面两式确定当前排样方式的使用次数 x_k ,其中 $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整。

$$f = \min \left\{ \left\lfloor \frac{r_i}{n_i} \right\rfloor \mid r_i > 0 \right\},$$

$$x_k = \begin{cases} 1, & f < 1 \\ f, & f \geq 1 \end{cases}.$$

2.5 价值修正函数 CorrectValue()

在求解圆形件下料问题中,求解一种排样方式相当于求解一次背包问题。如果每次求解圆形件的价值不变,在循环过程中得到的解的质量也不会改变。因此,通过不断修正圆形件的价值,可以使生成的排样方式多样化,从中选出最优的排样方式作为问题的解。价值修正法具体计算式为:

$$v_i = g_1 v_i + \frac{g_2 s_i^\gamma}{u},$$

$$g_2 = \frac{\Omega n_i}{b_i + r_i}, g_1 = 1 - g_2,$$

$$u = \sum_{i=1}^m s_i n_i, s_i = \pi \left(\frac{d_i}{2} \right)^2,$$

其中: s_i 为第 i 种圆形件的面积, u 为当前排样方式的利用率, n_i 为当前排样方式中第 i 种圆形件的个数,系数 $\Omega=0.75, \gamma=1.03$ 。

3 实验计算结果

算法使用C#语言在Visual Studio 2013上实现,具体硬件环境为:CPU型号为i5-4200M,主频2.50 GHz,内存8 GB。实验测试主要与文献[11]采用的算法和文献[12]的T形排样算法进行比较,以验证本文算法的有效性(文献[11]和文献[12]的下料算法程序由原作者提供)。实验可用板材规格均为2 000 mm×1 000 mm。其中文献[11]和文献[13]的工艺余量 δ 分别为5和0 mm,最大迭代次数 $G_{\max}=100$ 。测试实验先用一个小算例给出具体的排样方案,以证明本文算法的有效性;然后用30组数据进行测试,以全面说明本文算法较文献[11]和[12]算法的优势。

3.1 算法有效性验证

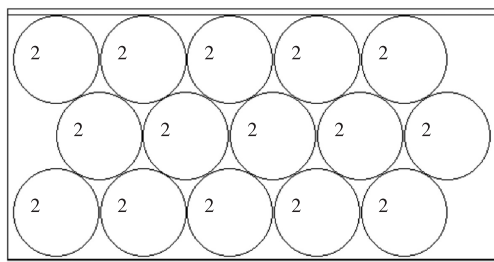
一个订单需求的圆形件种类 $m=4$,直径规格分别为302,350,364,396(单位:mm),需求数量分别为864,629,608,1 157(单位:个),圆形件毛坯从1至4进行编号。

应用文献[11]下料算法得出的排样方案(图5)。从图5中可见,排样方案总共有4种排样方式,消耗284张板材,利用率为57.78%。应用本文下料算法求解得出的排样方案如图6所示,共有4种排样方式,消耗265张板材,板材利用率为61.92%。由此可见,在排样方案利用率方面,本文算法比文献[11]提高了4.14%。与文献[11]算法相比,本文算法能有效提高材料利用率。

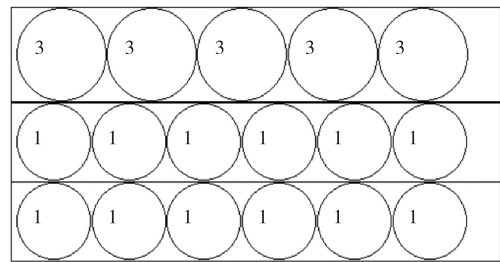
3.2 排样方案消耗板材成本比较

测试的30组订单数据来自文献[11]。这里耗材成本也分别与文献[11]采用的两种策略进行比较,对比结果如表1所示。其中,总体利用率=所需圆形件总面积/板材消耗面积。 Δ_{1-1} 表示本文算法与文献[11]策略1的差值, Δ_{1-2} 表示本文算法与文献[11]策略2的差值。

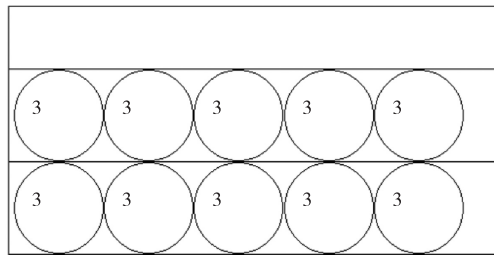
与文献[11]主动产生余料的策略(策略1)相比,与本文算法所消耗的板材略有减少,节约数量为271 m²,利用率提高了0.78%,接近1个百分点。尽管在节省板材方面的优势不明显,但由于本文算法不主动生成余料,可避免产生大量余料所增加的额外库存管理成本。而且在需求量大的制造加工企业中,对材料成本的节省,提高1个百分点所产生的直接经济效益也是明显的^[3]。



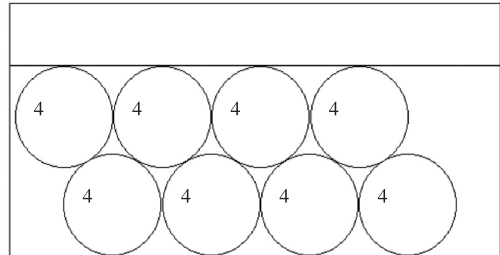
a 排样方式 1,使用次数为 42



b 排样方式 2,使用次数为 72



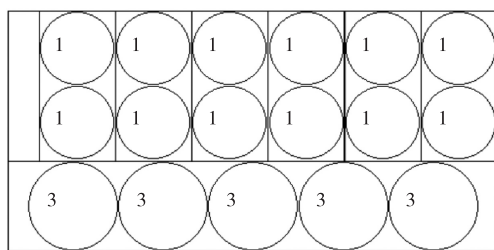
c 排样方式 3,使用次数为 25



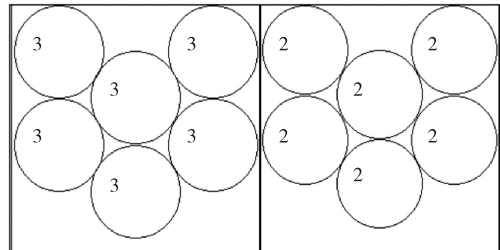
d 排样方式 4,使用次数为 145

图 5 文献[11]算法的排样方案

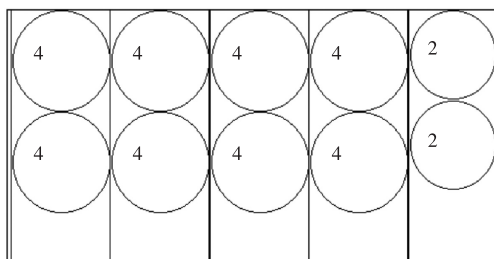
Fig. 5 The cutting plan of reference [11]



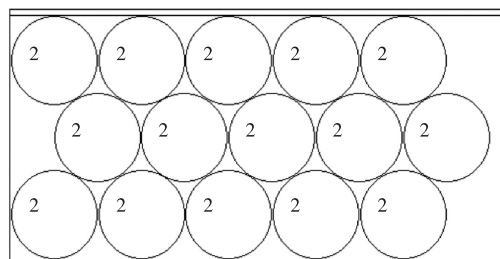
a 排样方式 1,使用次数为 72



b 排样方式 2,使用次数为 42



c 排样方式 3,使用次数为 145



d 排样方式 4,使用次数为 6

图 6 本文算法的排样方案

Fig. 6 The cutting plan of this paper

表 1 本文算法和文献[11]算法比较

Tab. 1 Comparison with reference [11]

算法	本文算法	文献[11]策略 1	Δ_{1-1}	文献[11]策略 2	Δ_{1-2}
板材消耗面积/ m^2	34 148	34 148	271	35 388	1 240
总体利用率/%	64.29	63.51	0.78	62.03	2.26

与文献[11]不允许生成余料的策略 2 相比,本文算法所消耗的板材节约了 $1\,240\text{ m}^2$,利用率提高了 2.26% 。也就是说,在不考虑主动生成余料的情况下,本文算法比文献[11]的算法较为明显地降低了板材成本。因此本文算法由于减少成本所带来的收益是明显的。

3.3 排样方案切割成本比较

测试的 30 组订单数据来自文献[3]的附录表 A-2。本文与文献[12]的 T 形布局算法比较如表 2 所示。表 2 中的 Δ_{12} 表示本文算法与文献[12]各参数的差值。切割成本主要由下料方案所包含的条带数量来度量,材料成本由板材的张数来度量。假设 1 张板材的材料成本为 $S=100$ 元,从板材上切割 1 根条带的平均成本为 $c=2$ 元。排样方案总成本等于材料成本与切割成本之和。

从表 2 可以看出本文算法比文献[12]算法多消耗了 24 张板材,增加了 0.73%的材料成本,增加的金额为 2 400 元。但是排样方案所包含的条带数量却减少了 2 151 根,从而减少了 21.67%的切割成本,减少的金额为 4 302 元。从总成本的金额变化看,实际上是减低了 1 902 元。

表 2 本文算法与文献[12]比较
Tab.2 Comparison with reference [12]

算法	本文算法	文献[12]算法	Δ_{12}
总体利用率/%	78.53	79.26	0.73
生成条带数/根	7 775	9 926	2 151
消耗板材数/张	2 702	2 678	-24
切割成本/元	15 550	19 852	4 302
材料成本/元	270 200	267 800	-2 400
总成本/元	285 750	287 652	1 902

4 结语

本文针对单板材无约束条件的圆形件下料问题,提出最佳断点集合的策略,以减少求最优排样方式的遍历时间;将价值修正法和动态规划相结合,使算法不易陷入局部最优。与文献算法相比,实验结果表明,本文算法在保证板材利用率较高的同时,可有效减少切割成本和下料方案的总成本。今后的研究可考虑结合智能化算法,进一步优化下料问题。

参考文献:

[1] 崔耀东. 计算机排样技术及其应用[M]. 北京:机械工业出版社,2004.
CUI Y D. Computer layout technology and its application[M]. Beijing:China Machine Press,2004.

[2] AN L, XUE Q. Low-carbon economy and eco-design of commodity packing[J]. Computer Aided Drafting Design and Manufacturing, 2011, 21(1): 52-55.

[3] 陈燕. 考虑可用余料的下料问题解法研究[D]. 广州:华南理工大学,2019.
CHEN Y. Research on the solution methods of the cutting stock problems with usable leftovers[D]. Guangzhou:South China University of Technology,2019.

[4] 曾兆敏,张春利. 基于两段方式的圆形片约束排样算法[J]. 锻压技术,2017,42(8):180-184.
ZENG Z M, ZHANG C L. A constrained nesting algorithm of circle pieces based on two-segment patterns[J]. Forging Technology, 2017, 42(8): 180-184.

[5] 陈菲,刘勇,刘睿,等. 基于 3 块方式的圆形片剪冲排样算法[J]. 计算机工程,2009,35(14):195-196.
CHEN F, LIU Y, LIU R, et al. Cutting and punching layout algorithm for circle blanks based on three blocks patterns[J]. Computer Engineering, 2009, 35(14): 195-196.

[6] 高淑婷,李碧青. 基于 4 块排样方式的电机用圆形片下料算法[J]. 微特电机,2017,45(10):74-77.
GAO S T, LI B Q. A cutting algorithm based on four block layout for circle pieces of motor[J]. Electronics Process Technology, 2017, 45(10): 74-77.

[7] LINTZMAYER N C, MIYAZAWA K F, XAVIER E C. Two-dimensional knapsack for circles[C]//Latin American Symposium on Theoretical Informatics. Cham:Springer,2018:741-754.

[8] HE K, TOLE K, NI F, et al. Adaptive large neighborhood search for solving the circle bin packing problem[J]. Computers & Operations Research, 2021, 127: 105-140.

- [9] 管卫利,王祺.带剪刀长度约束的圆形片二维优化下料算法[J].锻压技术,2018,43(3):176-180.
GUAN W L,WANG Q. Optimal algorithm of two dimensional cutting stock for circle pieces with blade length constraint[J]. Forging Technology,2018,43(3):176-180.
- [10] YAN C L,WANG L M,ZHANG M X, et al. Research based on genetic algorithm of circles' stock[J]. The Practice and Understanding of Mathematics,2016,46(2):293-296.
- [11] 王婷婷,崔耀东,陈燕,等.考虑余料生成及利用的圆片下料算法[J].锻压技术,2019,44(4):40-47.
WANG T T,CUI Y D,CHEN Y, et al. An algorithm of circle piece cutting stock considering generation and utilization of margin[J]. Forging Technology,2019,44(4):40-47.
- [12] CUI Y,XU D. Strips minimization in two-dimensional cutting stock of circular items[J]. Computers and Operations Research, 2010,37(4):621-629.
- [13] CUI Y. Generating optimal T-shape cutting patterns for circular blanks[J]. Computers and Operations Research,2005,32(1): 143-152.
- [14] 张立,陈燕,陈秋莲,等.条带上圆片的优化排样[J].锻压技术,2018,43(10):179-184.
ZHANG L,CHEN Y,CHEN Q L, et al. Optimized layout of circle pieces on strip[J]. Forging Technology,2018,43(10):179-184.

An Algorithm for T-shaped Blanking of Circular Items with Best Break Points

CHEN Yan^{1,2}, NING Xiaojun¹, HU Xiaochun³, WANG Ke¹

(1. School of Computer, Electronics and Information, Guangxi University;

2. Guangxi Key Laboratory of Multimedia Communications Network Technology, Nanning 530004;

3. School of Information and Statistics, Guangxi University of Finance and Economics, Nanning 530007, China)

Abstract: [Purposes] There are various circular items cutting stock problem in industrial production, such as the manufacture of automobile and ship parts. By improving the material utilization rate and reducing the cutting cost, the production cost of enterprises can be effectively reduced. [Methods] It proposes a T-shaped pattern algorithm for circular items with the best break points. Firstly, the best break points algorithm generates multi-standard strips according to the type of circular items required and obtains the set of break points length according to the concept of standard length. Secondly, this algorithm traverses all the set of break points length and uses the full-capacity dynamic programming algorithm to determine the best break point length and the best layout. The algorithm then determines the number of times and adds a cutting plan until all circular items are met. Finally, this algorithm adjusts the value of circular items according to the value correction formula and iteratively generates many cutting plans to prevent the algorithm from falling into the local best. [Findings] Compared with the data in the early related literatures, this algorithm can improve the material utilization rate and reduce the cutting cost. [Conclusions] The experimental results show that the algorithm is effective in reducing the total production cost.

Keywords: best break points; T-shape; cutting stock of circular items; dynamic programming; sequential value correction

(责任编辑 许 甲)