DOI：10.3969/J. ISSN. 1672-6693.2010.02.014

高阶半线性抛物型方程解的整体存在性*

陈爱敏
（重庆大学 数理学院，重庆 400044）

摘要：研究了如下高阶半线性抛物型方程的 Cauchy 问题 $\begin{cases} u_t+(-\Delta)^m u=|u|^{p-1}u,(x,t)\in \mathbf{R}^n\times \mathbf{R}_+^1 \\ u(x,0)=u_0(x),x\in \mathbf{R}^n \end{cases}$ 的解的整体存在性，其中 m 是正整数，$p>1+2m/n$，$n\geqslant 2$。首先将该问题转化为与之等价的积分方程，然后通过引入该问题的一个自相似核构造了一个积分方程，该积分方程的解控制了原问题的等价积分方程的解，最后通过证明构造的积分方程的解有界，从而得到等价积分方程的解有界，因此，当 $m\geqslant 2$ 且初值 $u_0(x)$ 满足 $|u_0(x)|\leqslant \alpha/(1+|x|^{2m/(p-1)})$ 时，该问题有整体强解。另外在条件 $\lim\limits_{|x|\to\infty}\inf|x|^{2m/(p-1)}u_0(x)>0$ 下，利用弱解的定义和试验函数的紧支性证明了该问题的弱解的负部相对于正部是不能忽略的。

关键词：高阶抛物型方程；整体存在；自相似解；试验函数
中图分类号：O175.26　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1672-6693(2010)02-0052-05

本文研究高阶半线性抛物型方程 Cauchy 问题

$$\begin{cases} u_t+(-\Delta)^m u=|u|^{p-1}u,(x,t)\in \mathbf{R}^n\times \mathbf{R}_+^1 \\ u(x,0)=u_0(x),x\in \mathbf{R}^n \end{cases} \tag{1}$$

解的整体存在性，其中 m 是大于等于 1 的整数，$n\geqslant 2$，$p>1+2m/n$，$\Delta=\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{\partial^2}{\partial x_i^2}$ 表示 Laplace 算子。

高阶半线性和拟线性热方程在许多领域，诸如薄胶片理论，火苗蔓延，双稳定系统，相位平移和高阶扩散，都有重要的应用[1]。文献[2-5]详细研究了问题(1)在 $m=1$ 时的情况，其中文献[2]得到了如下结论：若 $n\geqslant 2$，$p>1+2/n$，$\alpha>0$ 且 $|u_0(x)|\leqslant \alpha/(1+|x|^{2/(p-1)})$，则问题(1)存在整体解，进一步，对 $\forall(x,t)\in \mathbf{R}^n\times[0,\infty)$，存在 $A>0$ 使得 $|u(x,t)|\leqslant A/(1+|x|^{2/(p-1)}+t^{1/(p-1)})$。在文献[6]中，Gazzola 和 Grunau 研究了 $m=2$ 的情行并证明了，当 $n\geqslant 2$，$p>1+4/n$ 和 $\alpha>0$ 时，如果初值 $u_0(x)$ 满足 $|u_0(x)|\leqslant \alpha/(1+|x|^{4/(p-1)})$，则该问题存在整体解且对任意的 $(x,t)\in \mathbf{R}^n\times[0,\infty)$，存在 $A>0$，使得 $|u(x,t)|\leqslant A/(1+|x|^{4/(p-1)}+t^{1/(p-1)})$。

首先如下定义集合 H，如果 $v(x,t)$ 满足以下条件，则 $v\in H$：

1）存在 $\psi_1\in C_0^\infty(\mathbf{R}^n)$ 和 $\psi_2\in C_0^\infty(\mathbf{R}_+)$，使得 $v(x,t)=\psi_1(x)\psi_2(t)$；

2）在 v 的支集 $spt(v)$ 内部有 $\psi_1(0)=\psi_2(0)=1$ 和 $v(x,t)>0$；

3）$\int_{spt(v)}|v_t|^q|v|^{1-q}<\infty$ 和 $\int_{spt(v)}|(-\Delta)^m v|^q|v|^{1-q}<\infty$，其中 $q=\dfrac{p}{p-1}$。

本文在文献[2,6]的基础上推广到 m 为一般的情况，得到如下结论。

定理 1　当 $n\geqslant 2$，$p>1+2m/n$，$\alpha>0$ 时，如果初值 $u_0(x)$ 满足

$$|u_0(x)|\leqslant \frac{\alpha}{1+|x|^{2m/(p-1)}} \tag{2}$$

则(1)式有整体解，且对 $\forall(x,t)\in \mathbf{R}^n\times[0,\infty)$，存在 $A>0$，使得

* 收稿日期：2009-05-10　修回日期：2009-09-02
资助项目：国家自然科学基金（No. 10771226）；重庆大学“211 工程”三期创新人才培养项目（No. S-09110）
作者简介：陈爱敏，女，硕士研究生，研究方向为偏微分方程。

$$|u(x,t)| \leqslant \frac{A}{1+|x|^{2m/(p-1)}+t^{1/(p-1)}} \tag{3}$$

定理2 假设 $u_0 \in L^\infty(\mathbf{R}^n)$ 和

$$\lambda = \liminf_{|x|\to\infty} |x|^{2m/(p-1)} u_0(x) > 0 \tag{4}$$

则存在 $\Lambda > 0$,若 $\lambda > \Lambda$,有(1)式的带有初始数据 u_0 的任意弱解 u 满足:对 $\forall v \in H$ 和 $\forall \gamma < 1$,有

$$\liminf_{R\to\infty} R^{2mp/(p-1)} \int_{spt(v)} (|u^-(Ry,R^{2m}\tau)|^p - \gamma |u^+(Ry,R^{2m}\tau)|^p) v(y,\tau)\,\mathrm{d}y\mathrm{d}\tau > 0 \tag{5}$$

其中 $u^+ = \begin{cases} u, u \geqslant 0 \\ 0, u < 0 \end{cases}$ 为 u 的正部,$u^- = \begin{cases} |u|, u < 0 \\ 0, u \geqslant 0 \end{cases}$ 为 u 的负部。如果(4)式改为 $\limsup\limits_{|x|\to\infty} |x|^{2m/(p-1)} u_0(x) < 0$,则在(5)式中交换 u^+ 和 u^-,结论同样成立。

在第1节给出本文用到的两个引理,第2节证明本文结论。

1 预备知识

在此给出两个引理,由文献[6]的思想易得,故证明从略。

引理1 假设 $n \geqslant 2, p > 1 + 2m/n$,则对 $\forall (x,t) \in \mathbf{R}^n \times [0,\infty)$,存在一个常数 $m_1 = m_1(n,p,\mu) > 0$,使得 $\omega_1 \int_{\mathbf{R}^n} \exp\left(-\mu\left(\frac{|y|^{2m}}{t}\right)^{1/(2m-1)}\right) \frac{\mathrm{d}y}{t^{n/(2m)}(1+|x-y|^{2m/(p-1)})} \leqslant \frac{m_1}{1+|x|^{2m/(p-1)}+t^{1/(p-1)}}$。

引理2 假设 $n \geqslant 2, p > 1 + 2m/n$,则对 $\forall (x,t) \in \mathbf{R}^n \times [0,\infty)$,存在一个常数 $m_2 = m_2(n,p,\mu) > 0$,使得 $\omega_1 \int_0^t \int_{\mathbf{R}^n} \exp\left(-\mu\left(\frac{|y|^{2m}}{s}\right)^{1/(2m-1)}\right) \frac{\mathrm{d}y\mathrm{d}s}{s^{n/(2m)}(1+(t-s)^{1/(p-1)}+|x-y|^{2m/(p-1)})^p} \leqslant \frac{m_2}{1+|x|^{2m/(p-1)}+t^{1/(p-1)}}$。

2 本文结论的证明

证明 (定理1)首先考虑与方程(1)等价的积分形式

$$u(t) = b(t) * u_0 + \int_0^t b(t-s) * |u(s)|^{p-1} u(s)\,\mathrm{d}s \tag{6}$$

其中 $b(t) = b(x,t)$ 是与(1)式的线性主要部分相一致的发展算子的核,且

$$b(x,t) = t^{-n/(2m)} f(\eta), \eta = xt^{-1/(2m)}, f(\eta) = (2\pi)^{-n/2} \int_0^\infty \mathrm{e}^{-s^{2m}} (|\eta| s)^{n/2} J_{(n-2)/2}(\delta|\eta|)\,\mathrm{d}s$$

在此 J_m 是 m 阶 Bessel 函数。

当 $m = 1$ 时,利用比较原理,得到 u 整体存在,文献[2]已证;

当 $m > 1$ 时,核 b 改变符号,故不能用比较原理,为此文献[7]引入优化核

$$\tilde{b}(x,t) = \omega_1 t^{-n/(2m)} \exp\left(-\mu \frac{|x|^{2m}}{t}\right)^{1/(2m-1)} \tag{7}$$

其中常数 $\mu, D > 0, \omega_1 = \left[\int_{\mathbf{R}^n} \exp(-\mu|y|)^{2m/(2m-1)} \mathrm{d}y\right]^{-1}$,使得

$$|b(x,t)| \leqslant D\tilde{b}(x,t) \tag{8}$$

现考虑如下积分方程

$$v(t) = \tilde{b}(t) * v_0 + D\int_0^t \tilde{b}(t-s) * v^p(s)\,\mathrm{d}s \tag{9}$$

其中 $v_0(x) := D|u_0(x)|$,D 同(8)式中,由(8)式存在性知,只要 $v(t)$ 存在,则 u 便是(6)式的解且有

$$|u(x,t)| \leqslant v(x,t) \tag{10}$$

事实上,如果 v 整体有界,则 u 也整体有界,于是定义

$$\forall v \in L^\infty(\mathbf{R}^n \times [0,\infty)), \tilde{B}v(x,t) := \tilde{b}(t) * v_0 + D\int_0^t \tilde{b}(t-s) * v^p(s)\,\mathrm{d}s \tag{11}$$

对 $T > 0$,有

$$M := \frac{1}{2D(2)^{1/(p-1)}} \tag{12}$$

引入集合 $S_T := \left\{ v \in C(\mathbf{R}^n \times [0,T]) : 0 \leqslant v(x,t) \leqslant \frac{M}{1+|x|^{2m/(p-1)}+t^{1/(p-1)}} \right\}$。

下证 1) $S_T \subset (\mathbf{R}^n \times [0,T])$ 且是一个非空的、闭的、有界凸的集合;2) $\tilde{B}(S_T) \subset S_T$;3) $\tilde{B}S_T$ 关于 L^∞ 范数在 S_T 中紧;4) $\tilde{B}$ 连续。

对于结论 1),由 S_T 定义知显然成立;

对于结论 2),$\forall v \in S_T$,则

$$\tilde{B}v(x,t) = \tilde{b}(t) * v_0 + D\int_0^t \tilde{b}(t-s) * v^p(s)\mathrm{d}s, \tilde{b}(x,t) = \omega_1 t^{-n/(2m)} \exp\left(-\mu\left(\frac{|x|^{2m}}{t}\right)^{1/(2m-1)}\right)$$

显然 $\tilde{B}v \geqslant 0$,由(2)式、$v_0(x) := D|u_0(x)|$ 和引理 1 得

$$[\tilde{b}(t) * v_0](x) \leqslant \frac{\alpha D c_1}{1 + |x|^{2m/(p-1)} + t^{1/(p-1)}} = \frac{1}{2}M\left(\alpha = \frac{1}{2^{p/(p-1)} D^{p/(p-1)} c_1 c_2^{1/(p-1)}}\right)$$

进一步,由 $\forall v \in S_T$,有 $\int_0^t \tilde{b}(t-s) * v^p(s)\mathrm{d}s = \omega_1 \int_0^t \int_{\mathbf{R}^n} \exp\left[-\mu\left(\frac{|y|^{2m}}{s}\right)^{1/(2m-1)}\right] \frac{v^p(x-y,t-s)}{s^{n/(2m)}} \mathrm{d}y\mathrm{d}s \leqslant$

$$\omega_1 M^p \int_0^t \int_{\mathbf{R}^n} \exp\left[-\mu\left(\frac{|y|^{2m}}{s}\right)^{1/(2m-1)}\right] \frac{\mathrm{d}y\mathrm{d}s}{s^{n/(2m)}(1 + |x-y|^{2m/(p-1)} + (t-s)^{1/(p-1)})^p}$$

由引理 2 知

$$\int_0^t \tilde{b}(t-s) * v^p(s)\mathrm{d}s \leqslant \frac{c_2 M^p}{1 + |x|^{2m/(p-1)} + t^{1/(p-1)}} = \frac{M}{2D}$$

于是 $\tilde{B}v(x,t) \leqslant \frac{M}{1 + |x|^{2m/(p-1)} + t^{1/(p-1)}}$,即 $\tilde{B}v \in S_T$,由 v 的任意性知 $\tilde{B}S_T \subset S_T$。

结论 3)、4)的证明见文献[8-9]。

综上由 Schauder's 不动点定理知,$\tilde{B}$ 存在不动点 $v_T \in S_T$,对 $\forall T > 0$,构造函数 $V_T(x,t) = \begin{cases} v_T(x,t), t \leqslant T \\ v_T(x,T), t > T \end{cases}$,对 $\forall x \in \mathbf{R}^n, t \in [0,T]$,有 $v_T(x,t) = \tilde{B}v_T(x,t) \leqslant \frac{M}{1 + |x|^{2m/(p-1)} + t^{1/(p-1)}}$,故 $\{V_T\}$ 一致有界且等度连续,由 Ascoil-Arzela's 定理,存在子列 $\{V_{Tm}\}$ 一致收敛到 $\mathbf{R}^n \times [0,\infty)$ 的任意紧子集内一函数 v[10]。

又 $V_{Tm}(x,t) = \tilde{b}(t) * v_0 + D\int_0^t \tilde{b}(t-s) * V_{Tm}^p(s)\mathrm{d}s$,由控制收敛定理,有 $v = \tilde{B}v$,即 v 是(9)式的整体解,故 u 是问题(1)的整体解。　　证毕

证明　(定理 2) 令 $v(x,t) = \psi_1(x)\psi_2(t) \in H$ 且 $K = spt(\psi_1)$,$[0,T] = spt(\psi_2)$。对 $\forall R > 0$,取 $\phi_R(x,t) = v\left(\frac{x}{R}, \frac{t}{R^{2m}}\right) = \psi_1\left(\frac{x}{R}\right)\psi_2\left(\frac{t}{R^{2m}}\right)$ 作为试验函数,则有

$$\int_0^{R^{2m}T} \int_{RK} |u(x,t)|^{p-1} u(x,t) v\left(\frac{x}{R}, \frac{t}{R^{2m}}\right) \mathrm{d}x\mathrm{d}t + \int_{RK} u_0(x)\psi_1\left(\frac{x}{R}\right)\mathrm{d}x =$$

$$R^{-2m} \int_0^{R^{2m}T} \int_{RK} u(x,t)\left[-v_t\left(\frac{x}{R}, \frac{t}{R^{2m}}\right) + (\Delta)^m v\left(\frac{x}{R}, \frac{t}{R^{2m}}\right)\right] \mathrm{d}x\mathrm{d}t =: I$$

同一个公式中的正常数 c 可能不是同一个值,下面估计 I。固定 $\gamma < 1$,取 $\delta = \frac{1-\gamma}{1+\gamma}$,则有 $\gamma = \frac{1-\delta}{1+\delta}$,由带权的 Young 不等式知,存在 $C_\delta > 0$,使得

$$I = R^{-2m} \int_0^{R^{2m}T} \int_{RK} u(x,t) v^{1/p}\left(\frac{x}{R}, \frac{t}{R^{2m}}\right) \frac{-v_t\left(\frac{x}{R}, \frac{t}{R^{2m}}\right) + (\Delta)^m v\left(\frac{x}{R}, \frac{t}{R^{2m}}\right)}{v^{1/p}\left(\frac{x}{R}, \frac{t}{R^{2m}}\right)} \mathrm{d}x\mathrm{d}t \leqslant$$

$$\delta \int_0^{R^{2m}T} \int_{RK} |u(x,t)|^p v\left(\frac{x}{R}, \frac{t}{R^{2m}}\right) \mathrm{d}x\mathrm{d}t + \frac{C_\delta}{R^{2mq}} \int_0^{R^{2m}T} \int_{RK} \frac{\left|v_t\left(\frac{x}{R}, \frac{t}{R^{2m}}\right)\right|^q + \left|(\Delta)^m v\left(\frac{x}{R}, \frac{t}{R^{2m}}\right)\right|^q}{v^{q-1}\left(\frac{x}{R}, \frac{t}{R^{2m}}\right)} \mathrm{d}x\mathrm{d}t$$

作变量代换 $x = Ry$,$t = R^{2m}\tau$,有

$$I \leqslant \delta \int_0^{R^{2m}T} \int_{RK} |u(x,t)|^p v\left(\frac{x}{R}, \frac{t}{R^{2m}}\right) \mathrm{d}x\mathrm{d}t + C_\delta R^{n-2m/(p-1)} \int_0^T \int_K \frac{|v_t(y,\tau)|^q + |(\Delta)^m v(y,\tau)|^q}{v^{q-1}(y,\tau)} \mathrm{d}y\mathrm{d}\tau \leqslant$$

$$\delta\int_0^{R^{2m}T}\int_{RK}|u(x,t)|^p v\left(\frac{x}{R},\frac{t}{R^{2m}}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}t + cR^{n-2m/(q-1)}$$

由(4)式知存在 $C,\rho>0$,使得对 $\forall\ |x|\geqslant\rho$ 时,有 $|x|^{2m/(p-1)}u_0(x)\geqslant\lambda/2$。再令 R 足够大,使得 $B_\rho\subset BK$,有

$$\int_{RK}u_0(x)\psi_1\left(\frac{x}{R}\right)\mathrm{d}x = \int_{R_\rho}u_0(x)\psi_1\left(\frac{x}{R}\right)\mathrm{d}x + \int_{RK\backslash B_\rho}u_0(x)\psi_1\left(\frac{x}{R}\right)\mathrm{d}x \geqslant$$

$$-\|\psi_1\|_\infty\int_{R_\rho}|u_0(x)|\mathrm{d}x + \frac{\lambda}{2}\int_{RK\backslash B_\rho}\psi_1\left(\frac{x}{R}\right)\frac{\mathrm{d}x}{|x|^{2m/(p-1)}}$$

若 R 足够大,则存在 $0<\alpha<\beta$,使得 $X_R:=\{x\in\mathbf{R}^n,\alpha R<|x|<\beta R\}\subset RK\backslash B_\rho$。

于是以上不等式就变成 $\int_{RK}u_0(x)\psi_1\left(\frac{x}{R}\right)\mathrm{d}x\geqslant -c+\frac{\lambda}{2}\min\limits_{\alpha\leqslant|y|\leqslant\beta}\psi_1(y)\int_{X_R}\frac{\mathrm{d}x}{|x|^{2m/(p-1)}}\geqslant -c+c\lambda R^{n-2m/(p-1)}$,于是

$$\int_0^{R^{2m}T}\int_{RK}|u(x,t)|^{p-1}u(x,t)v\left(\frac{x}{R},\frac{t}{R^{2m}}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}t\leqslant$$

$$\delta\int_0^{R^{2m}T}\int_{RK}|u(x,t)|^p v\left(\frac{x}{R},\frac{t}{R^{2m}}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}t + cR^{n-2m/(p-1)} - c\lambda R^{n-2m/(p-1)} + c$$

从而

$$(1-\delta)\int_0^{R^{2m}T}\int_{RK}|u^+(x,t)|^p v\left(\frac{x}{R},\frac{t}{R^{2m}}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}t - (1+\delta)\int_0^{R^{2m}T}\int_{RK}|u^-(x,t)|^p v\left(\frac{x}{R},\frac{t}{R^{2m}}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}t\leqslant cR^{n-2m/(p-1)} - c\lambda R^{n-2m/(p-1)} + c$$

不等式两边同时除以 $1+\delta$ 得

$$\gamma\int_0^{R^{2m}T}\int_{RK}|u^+(x,t)|^p v\left(\frac{x}{R},\frac{t}{R^{2m}}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}t - \int_0^{R^{2m}T}\int_{RK}|u^-(x,t)|^p v\left(\frac{x}{R},\frac{t}{R^{2m}}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}t\leqslant cR^{n-2m/(p-1)} - c\lambda R^{n-2m/(p-1)} + c$$

取 R、λ 足够大,即使 $\lambda\geqslant\Lambda$,上面不等式即为

$$\int_0^{R^{2m}T}\int_{RK}|u^-(x,t)|^p v\left(\frac{x}{R},\frac{t}{R^{2m}}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}t - \gamma\int_0^{R^{2m}T}\int_{RK}|u^+(x,t)|^p v\left(\frac{x}{R},\frac{t}{R^{2m}}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}t\geqslant cR^{n-2m/(p-1)}$$

作变量代换 $x=Ry,t=R^{2m}\tau$,得

$$R^{2mp/(p-1)}\int_0^T\int_K\left(|u^-(Ry,R^{2m}\tau)|^p - \gamma|u^+(Ry,R^{2m}\tau)|^p\right)v(y,\tau)\mathrm{d}y\mathrm{d}\tau\geqslant c>0\Rightarrow$$

$$\lim_{R\to\infty}\inf R^{2mp/(p-1)}\int_{spt(v)}\left(|u^-(Ry,R^{2m}\tau)|^p - \gamma|u^+(Ry,R^{2m}\tau)|^p\right)v(y,\tau)\mathrm{d}y\mathrm{d}\tau>0$$

即(5)式成立。 证毕

参考文献:

[1] Peletier L A,Troy W C. Spacial patterns :higher oeder models in physics and mechanics[M]. Boston-Berlin :Birkhauser,2001.

[2] Lee T Y,Ni W M. Global existence large time behavior and life span of solutions of a semilinear parabolic Cauchy problem[J]. Trans Am Math Soc,1992,333 :365-378.

[3] Hayakawa K. On nonexistence of global solutions of some semilinear parabolic differential equations[J]. Proc Japan Acad,1973,49 :503-505.

[4] Kobayashi K,Sirao T,Tanaka H. On the growing problem for semilinear heat equations[J]. J Math Soc Japan,1977,29 :407-424.

[5] Wang X. On the Cauchy problem for reaction-diffusion equations[J]. Trans Amer Math Soc,1993,337 :549-590.

[6] Gazzola F,Grunau H-C. Global solutions for superlinear parabolic equations involving the biharmonic operator for initial data with optimal slow decay[J]. Calculus of Variations and Partial Differential Equations,2007,30(3) :389-415.

[7] Galaktionov V A,Pohozaev S I. Existence and blow-up for higher-order semilinear parabolic equations :majorizing order-preserving operators[J]. Indiana Univ Math J,2002,51 :1321-1338.

[8] Zhang Q S. Global existence and local continuity of solutions for semilinear parabolic equations[J]. Comm Partial Differential Equations,1997,22 :1529-1557.

[9] Caristi G,Mitidieri E. Existence and nonexistence of global solutions of higher-order parabolic problems with slow decay initial data[J]. J Math Anal Appl,2003,279 :710-722.

[10] Zhao Z. On the existence of positive solutions of nonlinear elliptic equations—a probabiListic potential theory approach[J]. Duke Math J,1993,69(2) :247-258.

Existence of Global Solutions of Higher-Order Semilinear Parabolic Equations

CHEN Ai-min

(College of Mathematics and Physics, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: The existence of global solution to the following Cauchy problem for the higher-order semilinear parabolic equation is studied in this paper: $\begin{cases} u_t + (-\Delta)^m u = |u|^{p-1}u, (x,t) \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^1_+ \\ u(x,0) = u_0(x), x \in \mathbf{R}^n \end{cases}$, where $p > 1 + 2m/n$ and m is a positive integer. First, the problem is transformed into an equivalent integral equation, then another integral equation, whose solution can control the solution of the equivalent integral equation, is constructed by introducing a self-similar kenel function. Finally, the boundedness of the equivalent integral equation can be obtained by proving the boundedness of the integral equation structured. Thus, if $m \geqslant 2$ and $u_0(x)$ satisfies $|u_0(x)| \leqslant \alpha/(1 + |x|^{2m/(p-1)})$, the solution of the problem is global. Besides, if $\lim\limits_{|x|\to\infty} \inf |x|^{2m/(p-1)} u_0(x) > 0$ holds, then using the definition of the weak solution and the compactness of test function, the negative part of the weak solution can not be ignored with respect to the positive part.

Key words: higher-order parabolic equation; existence of global solution; self-similar solution; test function

(责任编辑　黄　颖)