

考虑缺陷品数量折扣的随机联合补货及混合骨干差分进化算法^{*}

崔利刚, 田 瑜, 刘锦杏, 李亚丽
(重庆交通大学 经济与管理学院, 重庆 400074)

摘要:【目的】为了满足客户需求的多样性并最大限度地减少缺陷品对顾客满意度的影响。【方法】同时考虑随机需求和随机存在的缺陷项目数量,设计算法对缺陷品进行 100% 筛选后进行全单位数量折扣处理。【结果】根据骨干差分进化算法(Bare-bones differential evolutionary algorithm, BBDE),结合模拟退火算法(Simulated annealing algorithm, SA)算法的 Metropolis 准则,设计了基于 SA 的混合骨干差分进化算法(SA-based hybrid BBDE, SAHBBDE),以提高 BBDE 的全局寻优能力。【结论】数值实验表明,该算法在总成本最佳、平均值最低及标准误差最小的表现上优于遗传进化算法(Genetic algorithm, GA)、粒子群算法(Particle swarm optimization algorithm, PSO),与骨干粒子群算法(Bare bones PSO algorithm, BBPSO)、差分进化算法(Differential evolution algorithm, DE)和 BBDE 相比也表现出优异的性能。

关键词:联合补货;随机需求;缺陷品;元启发式算法

中图分类号:O29;F252.3;F272.3

文献标志码:A

文章编号:1672-6693(2022)01-0052-10

在 B2C 业务中,商品通常是分批补货再通过零售点出售。考虑到客户需求的多样性和多变性,B2C 平台企业需要处理多种产品以维持足够的服务能力,同时以较低的运营成本构建企业竞争力,这涉及对服务成本、商品质量和商品供应多样性等综合因素的平衡^[1]。针对这一现实问题,学者提出了联合补货问题(Joint replenishment problem, JRP),来处理如何从单个供应商处对多产品进行分组补货^[2],从而达到为企业节省成本和提高客户满意度的目的。

经典 JRP 是对经济订购量(Economic ordering quantity, EOQ)的拓展^[2]。现实中,由于生产批次的波动性、多产品处理的复杂性以及快速交付以响应客户要求等影响,极有可能产生质量损坏或质量缺陷,并导致将缺陷品交付给客户的严重后果^[3]。然而,在对大量缺陷品的产品建模时,大多数研究往往倾向于假设缺陷品的数量是固定的比例或者是预先所给定的^[4-5],或在检查后进行 100% 的筛选^[5-6]。而现实生活中,不仅客户的需求存在不确定性,而且在每次补货中缺陷品数量也存在不确定性^[7],因此本研究中将假设缺陷品数量随机。

同时,现有 JRP 建模很少考虑缺陷品假设。实践中,该问题的难点在于对于含有缺陷的多种产品,不仅要考虑多产品的综合分组策略,而且在补货操作和模型中,通常还要考虑缺陷品所导致的成本支出,如变质支出、延期交货惩罚或延期交货成本等^[8]。此外,目前在对 JRP 问题的研究中对含缺陷品数量的假设多建立在确定性的基础之上^[8-9],可见对具有随机数量缺陷品的 JRP 研究有较强的学术及现实意义。

分析针对缺陷品后续处理策略的研究主要存在两种方式。一种方式是筛选出缺陷品并返工^[10-11],这在一定程度上增加了物流成本,同时还需将货物交付给二级市场,操作程序太过复杂。另一种方式是直接进行一次性折扣^[12-13],操作简便。其中,数量折扣是当购买者购买数量较大时提供的一种基于数量的阶梯式折扣。因此,本研究考虑引入缺陷品折扣。近几十年来,国内外的许多学者都致力于研究将数量折扣运用在物流相关问题上。在 1964 年,Veinott 等人^[14]首先提出了具有数量折扣的 EOQ 模型,而数量折扣通常是由供应商提供,作为鼓励买家购买更多数量的一种手段。王林等人^[15]考虑的是单一商品,构建了可用采购资金及运输工具最大载重量约束下有数量折扣的 JR-LIP 协同优化模型。Cui 等人^[16]建立了一个 JRP 模型,同时考虑了全单位折扣、增量折扣、总量折扣这 3 种情况,以确定多物品的基本周期时间和联合补货频率。

^{*} 收稿日期:2021-05-24 修回日期:2021-07-05 网络出版时间:2022-02-09 16:33

资助项目:国家自然科学基金(No. 71602015);教育部人文社会科学研究青年项目(No. 21YJC630016)

第一作者简介:崔利刚,男,副教授,博士生导师,研究方向为物流系统工程,E-mail:cligang@126.com

网络出版地址:https://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20220209.1207.014.html

由于 JRP 为非确定性多项式困难(Non-deterministic polynomial hard, NP-hard)问题^[17],因此许多混合算法被运用到求解 JRP 中。考虑到骨干差分进化混合算法(Bare-bones differential evolutionary algorithm, BBDE)结合了基于骨架粒子群进化混合算法(Bare bones PSO algorithm, BBPSO)和自适应进化策略,以平衡勘探和开发搜索能力,并已经被开发用于解决离散优化问题^[18],本文考虑引入 BBDE 机制进行搜索。此外,考虑模拟退火算法(Simulated annealing algorithm, SA)有较强的局部搜索能力,其中的 Metropolis 接受准则也能够提高种群的多样性^[19]。因此,为了提高 BBDE 全局搜索能力,本研究尝试设计基于 SA 的混合骨干差分进化算法(SA-based hybrid BBDE, SAHBBDE)含随机缺陷品的 JRP 模型。

综上所述,本文同时考虑随机需求和随机数量缺陷品,引入缺陷品数量折扣,建立了以总成本最小为目标的 IJRP 模型,并运用 SAHBBDE 进行求解。本研究主要分为 3 个部分:1) 描述在随机需求与随机数量缺陷品下的联合补货问题,并构建 IJRD 模型;2) 介绍 SAHBBDE 模型求解算法设计过程;3) 分析 SAHBBDE 的最优概率组合,验证 SAHBBDE 的求解效率和稳定性,并进行敏感性和模型有效性分析。

1 问题描述及模型构建

1.1 问题描述

基于随机 JRP,假定客户需求遵循正态分布。同时,考虑缺陷品为随机数量,这在实践中接近真实情况,考虑到提高处理缺陷品的合理性,选择以全单位数量折扣进行处理。本文模型中假设为:1) 顾客需求被假设为随机并遵循正态分布。2) 不完善产品数量随机给定,仅在初期即时筛选。3) 假设库存持有成本和销售损失的惩罚成本。4) 对所筛选出来的缺陷品进行全单位数量折扣。表 1 给出了用于建立模型的符号。

表 1 符号说明
Tab. 1 Notation descriptions

符号	含义及描述	符号	含义及描述
参数	i 产品数 $1 \leq i \leq N$, 其中 N 是总数	参数	y_i 产品 i 的缺陷品数量
	D_i 对确定性情况的产品 i 的需求率		X_i 产品 i 的需求的随机数量
	Q_i 产品 i 的订购数量		Y_i 产品 i 的缺陷品的随机数量
	S 主要订购成本,与具体产品无关		e_i 每单位商品 i 的采购单价
	S_i 产品 i 的次要订购成本,与具体产品有关		Q_c 产品 i 中缺陷品数量断点
	h_i 每单位商品 i 年持有成本		d_i 当缺陷品数量超过断点 Q_c 对产品 i 所给的折扣
	T_i 产品 i 的订货周期	决策变量	T 基本循环时间, $T \in (0, 1)$
	p_i 每批订货的缺陷品率		k_i 产品 i 的补货频率(T 的整数乘子), 其中 $k_i \in \mathbf{N}$
	p_i^s 产品 i 在保护间隔期间的允许缺货概率		z_i 产品 i 的安全储存系数
	π_i 缺货期间每个产品 i 的惩罚成本	函数	x^+ 获取 x 和 0 的较大元素的运算符, 其中 $x^+ = \max(0, x)$
	π_i' 每单位商品 i 的边际销售利润		$g(\cdot)$ p_i 的概率密度函数
	α_i 缺货期间销售损失比率		$f[\cdot]$ 需求的标准正态分布密度函数
	σ_i 单位时间内需求波动方差		$F[\cdot]$ 需求的标准正态累积分布函数
	L_i 产品 i 的固定提前期		$E[\cdot]$ 期望函数
	x_i 产品 i 的需求量		$C[\cdot]$ 成本函数, 如订货相关成本、持有成本、销售损失成本和采购成本分别表示为 C_o, C_h, C_l, C_p

1.2 模型构建

在补货过程中,本文假设一旦收到补货后,假设通过 100% 筛选出缺陷品产品,缺陷品不会被发送到客户的订单排队系统,而是会储存到下一个补货订单到达时,再对有缺陷品批次货物进行全单位数量折扣处理,最后缺陷品退回给供应商。

假设每个补货周期预计缺货订单数量 $\alpha_i E[(X_i - R_i)^+]$, 预计损失的销售额 $(1 - \alpha_i) E[(X_i - R_i)^+]$ 。在新订

单到达前,净库存水平下降到 $R_i - \mu_i + (1 - \alpha_i)E[(X_i - R_i)^+]$ 。在周期开始时,在到达订单中筛选出缺陷品 i 的数量为 y_i 。如果订单大小为 Q_i ,则可供客户使用的项目为 $Q_i - y_i$ 。如果用随机变量 Y_i 表示缺陷品项 i 个数,则循环时间的平均长度为:

$$E(T_i) = \frac{E[Q_i - y_i]}{D_i} = k_i T. \quad (1)$$

其中: $D_i' = \frac{E(Q_i)}{k_i T}$ 。随机存在的缺陷品项会干扰最大库存水平(完善品项+缺陷品项)和再订购点。因此,考虑有缺陷品时,有:

$$R_i = D_i' [E(T_i) + L_i] + z_i \sigma_i \sqrt{E(T_i) + L_i}. \quad (2)$$

在观察期内,期望的缺陷品项数为 $E(Y_i)$ 。在 $k_i T + L_i$ 收到新订单时,完善品的预期库存水平如下:

$$\bar{Q}_i = \frac{1}{2} E[Q_i - y_i] + z_i \sigma_i \sqrt{E(T_i) + L_i} (1 - \alpha_i) E[(X_i - R_i)^+], \quad (3)$$

与此相反,缺陷品的预期库存水平为 $\bar{Q}_i' = E(Y_i)$ 。因此,观察期内的平均持有成本为完善品持有成本与缺陷品持有成本之和,即:

$$C_h^1 = \sum_{i=1}^n h_i \bar{Q}_i + \sum_{i=1}^n h_i' \bar{Q}_i'. \quad (4)$$

(4)式的前一部分为预期完善品持有成本,后一部分为预期缺陷品持有成本,因此应该计算 $E(Y_i)$ 。

假设对于给定的在一批订单 Q_i 中缺陷率 p_i 同时服从二项分布 Y_i :

$$\Pr\left(\frac{Y_i}{p_i}\right) = C_{y_i}^{Q_i} p_i^{y_i} (1 - p_i)^{Q_i - y_i}, \quad (5)$$

其中: $y_i = 0, 1, 2, \dots, Q_i$ 。对于二项分布可以设定 $E\left(\frac{Y_i}{p_i}\right) = \bar{Q}_i p_i$, 因此可以得到:

$$E(Y_i) = \int_0^1 E\left(\frac{Y_i}{p_i}\right) g(p_i) dp_i = E(Q_i) E(p_i). \quad (6)$$

基于(6)式得到 $E(T_i) = \frac{E(Q_i - Y_i)}{D_i} = \frac{E(Q_i)[1 - E(p_i)]}{D_i}$, 结合(1)式,得到 $E(Q_i) = \frac{k_i T D_i}{1 - E(p_i)}$ 。

如果给出了缺陷率的具体分布,例如,通过参考(6)式的假设,即缺陷率 p_i 遵循 β 分布 $\beta(a_i, b_i)$, 其中 $a_i > 0$ 和 $b_i < 0$ 是两个形状参数,则 $E(p_i) = \frac{a_i}{a_i + b_i}$, 持有成本 C_h^1 为:

$$C_h^1 = \sum_{i=1}^n h_i \left[\frac{1}{2} E[Q_i - y_i] + z_i \sigma_i \sqrt{E(T_i) + L_i} (1 - \alpha_i) E[(X_i - R_i)^+] \right] + \sum_{i=1}^n h_i' E(Y_i). \quad (7)$$

如果 $f(z_i)$ 和 $F(z_i)$ 被定义为安全系数 z_i 的标准正态概率密度函数和累积分布函数,则:

$$E[(X_i - R_i)^+] = \int_{R_i}^{\infty} (x_i - R_i) f(x_i, E(T_i) + L_i) d\frac{x_i}{T_i} = \frac{1}{E(T_i)} \sigma_i \sqrt{E(T_i) + L_i} \int_{z_i}^{\infty} (y - z_i) f(y) dy = \frac{1}{E(T_i)} \sigma_i \sqrt{E(T_i) + L_i} \left(\int_{z_i}^{\infty} y f(y) dy - z_i \int_{z_i}^{\infty} f(y) dy \right) = \frac{1}{E(T_i)} \sigma_i \sqrt{E(T_i) + L_i} (f(z_i) - z_i [1 - F(z_i)]). \quad (8)$$

缺陷品的销售损失成本 C_l^1 由两部分组成,一部分是未完成订单的惩罚(每单位每项罚款假设为 π_i),另一部分是机会利润损失成本(单位每项损失假设为 π_i'),相应地 C_l^1 为:

$$C_l^1 = \sum_{i=1}^n (\pi_i + \pi_i' (1 - \alpha_i)) E[(X_i - R_i)^+] = \sum_{i=1}^n \frac{(\pi_i + \pi_i' (1 - \alpha_i))}{E(T_i)} \sigma_i \sqrt{E(T_i) + L_i} (f(z_i) - z_i [1 - F(z_i)]). \quad (9)$$

一般来说,物资的采购成本不包括在联合补货过程的总成本中。本文针对缺陷品考虑了进行全单位数量折扣,其中: d_i 为当总补货量等于或超过断点数量 Q_e 时,买方收到的 i 项的折扣; e_i 为 i 项不进行打折的基本单位采购价格,为:

$$e_i = \begin{cases} e_i, 0 \leq \bar{Q}'_i < Q_e \\ e_i(1-d_i), \bar{Q}'_i \geq Q_e \end{cases} \quad (10)$$

因此采购成本 C_p^1 为:

$$C_p^1 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n c_i (\bar{Q}_i + \bar{Q}'_i). \quad (11)$$

总订购成本由主要订购成本和次要订购成本组成。因此,单位时间的年总订购成本 C_o^1 为:

$$C_o^1 = \frac{S}{T} + \sum_{i=1}^n \frac{s_i}{E(T_i)}. \quad (12)$$

基于(1)~(12)式,IJRP 的总成本 $C_{l_{total}}$ 为:

$$C_{l_{total}} = C_o^1 + C_h^1 + C_l^1 + C_p^1. \quad (13)$$

2 模型求解算法设计

2.1 SAHBBDE

BBDE 结合差分进化算法(Differential evolution algorithm,DE)和 BBPSO^[20]解决了 PSO 既定早熟收敛,寻优精度不高的问题,且只有一个控制参数 P_r ,这一特性使得 BBDE 在搜索过程中所受外界影响最小。

为进一步提升 BBDE 的寻优性能,本文引入基于 SA 的 Metropolis 准则对 BBDE 进行改进以提高算法的全局搜索能力和种群多样性。

2.2 基于 SAHBBDE 的 JRP 求解流程

SAHBBDE 中输入的参数需要提前给出数据的包括:群体规模 N_p ,最大迭代次数为 G_m , t 表示为迭代到第 t 代,染色体长度为 N_d ,计算为 $N_d = 1 + N + N$,基于 JRP 总成本的目标函数拟合为 f_{fit} 。与此同时,初始 p_{best} 和 g_{best} 应当与初始迭代的值相等,设定为 4 个产品($N_d = 1 + N + N = 9$)作为例子进行描述 JRP 的 SAHBBDE 流程如下:

步骤 1,初始化。JRP 的决策变量 T, K, z 在这个阶段初始化,SAHBBDE 群体的初始位置结构表示为:

$$X_j(t=0) = (T; k_1, k_2, \dots, k_{N_d}; z_1, z_2, \dots, z_{N_d}). \quad (14)$$

其中: $\tilde{l}=1,2,\dots,N_p, \tilde{j}=1,2,\dots,N_d$,在给出变量和控制参数域后,对 SAHBBDE 进行初始化, $k_{i,s}$ 为 $[1,5]$ 中的整数, $z_{i,s}$ 为 $(0,3)$ 中的实数。与此同时,基于 $x_{i,\tilde{j}}^{t=0} = x_{i,\tilde{j}}^{lower} + \text{rand}(0,1) \times (x_{i,\tilde{j}}^{up} - x_{i,\tilde{j}}^{lo})$ 。为了 T 取实数,其中: $z_{i,s}$, $x_{i,\tilde{j}}^{t=0} \in \mathbf{R}$ 和 $x_{i,\tilde{j}}^{t=0} = x_{i,\tilde{j}}^{lower} + \text{round}(\text{rand}(0,1)) \times (x_{i,\tilde{j}}^{up} - x_{i,\tilde{j}}^{lo})$ 。为了 $k_{i,s}$ 取整,其中: $x_{i,\tilde{j}}^{t=0} \in \mathbf{N}$,因此 SAHBBDE 中的一条染色体可以初始化为: $X_i(t=0) = [0.22, 1.20, 2.86, 1.76, 2.95, 1.4, 3, 4]$ 。

步骤 2,变异操作。SAHBBDE 第二部分变异阶段的流程遵循 DE 的变异规则,但省略了对比的预设,设 $g_{best} = [0.93, 0.94, 0.22, 1.20, 0.51, 4, 2, 1, 3]$ 和 $p_{best} = [0.22, 0.20, 2.86, 1.76, 2.95, 1.4, 3, 4]$,其中随机生产的组合概率集 $c_1 = [0.91, 0.66, 0.79, 0.14, 0.96, 0.58, 0.14, 0.43, 0.03]$,新的候选染色体 $U_i(t+1)$ (基因 $u_{i,\tilde{j}}(t+1) \in U_i(t+1)$) 变异为 $[0.28, 0.90, 2.31, 1.28, 2.26, 1.86, 3, 03]$ 。

变异策略是基于(15)式,保证了变异基因为一个凸线性组合,保证了此阶段没有基因绕过正在生成的结构域。

$$x_{i,\tilde{j}}^{t+1} = \begin{cases} u_{i,\tilde{j}} + c_{1,\tilde{j}} [x_{\tilde{r}_1,\tilde{j}}(t) - x_{\tilde{r}_2,\tilde{j}}(t)], & \text{如果 } \text{rand}(0,1) < P_r \\ x_{\tilde{r}_3,\tilde{j}}(t), & \text{否则} \end{cases} \quad (15)$$

其中: $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq \tilde{l}, c_1, c_2 \in \text{rand}(0,1)$ 及

$$u_{i,\tilde{j}}(t) = c_{1,\tilde{j}} p_{best_{i,\tilde{j}}}(t) + (1 - c_{2,\tilde{j}}) g_{best_{i,\tilde{j}}}(t). \quad (16)$$

步骤 3,重组操作。基于(16)式进行重组,并且以 P_r 为重组概率,由于该过程可能产生非法基因,因此采用以下步骤来消除非法基因。

a) 从第 t 代群体中随机选择两条额外的父染色体进行差分操作:

$$X_{r_1}^t = [0.96, 0.09, 0.43, 2.52, 2.50, 5, 3, 4, 1], X_{r_2}^t = [0.03, 2.95, 0.22, 1.20, 0.51, 1, 2, 3, 5]。$$

b) 若随机产生重组 $\text{rand}(0,1) < P_r, c_2 = [0.87, 0.54, 0.29, 0.03, 0.73, 0.92, 0.89, 0.34, 0.94]$,结合 $U_i(t+1)$ 变异的染色体 $X_i(t+1)$ 为 $[1.09, -0.65, 2.37, 1.32, 4.31, 5.94, 3.18, 2.20, -0.71]$ 。当 $k_{i,s}$ 的代表性

基因取整后, $X_i(t+1)$ 为 $[1.09, -0.65, 2.37, 1.32, 4.31, 6, 3, 2, -1]$, 框起来的基因就是非法基因。

c) $X_i(t+1)$ 中被框起来的非法基因都将被替换, 并重新随机生成一个新的染色体为 $[0.46, 1.22, 0.29, 2.23, 2.95, 2.4, 1, 3]$, 用相应位置的基因代替非法基因, 可行的 $X_i(t+1)$ 应为 $[0.46, 1.22, 2.37, 0.25, 2.95, 2, 3, 2, 3]$ 。

步骤 4, 选择操作。这一阶段采用 SA 的 Metropolis 准则, 具体步骤如下:

a) 根据 (17) 式得到模拟退火的一个新解:

$$xu_i^t = x_i^t \times \text{rand}[0, 1]; \quad (17)$$

b) 模拟退火步骤, 根据 (18) 式得到当前最优解:

$$x_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} xu_i^t, & \text{如果 } f_{\text{fit}}(xu_i^t) < f_{\text{fit}}(x_i^t) \text{ 或 } \exp\left(\frac{-\Delta}{G_m}\right) > \text{rand}[0, 1] \\ x_i^t, & \text{否则} \end{cases}, \quad (18)$$

其中: $\Delta = f_{\text{fit}}(xu_i^t) - f_{\text{fit}}(x_i^t)$, 与此同时当 $f_{\text{fit}}(X_i(t+1)) < p_{\text{best}}$ 时更新 p_{best} 为新的适应值, 当 $f_{\text{fit}}(X_i(t+1)) < g_{\text{best}}$ 时更新 g_{best} 为新的适应值。

SAHBBDE 用于 JRP 的突变和重组过程见图 1。

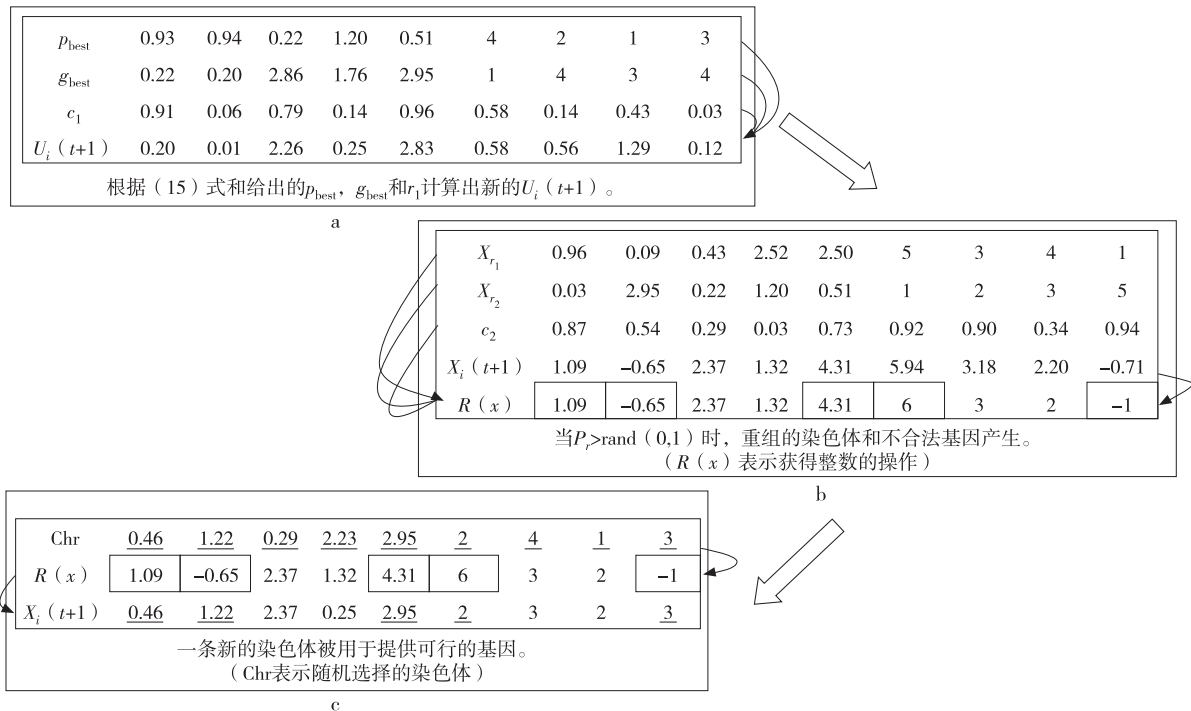


图 1 JRP 中 SAHBBDE 的突变和重组过程

Fig. 1 Mutation and recombination processes of SAHBBDE for JRP

步骤 5, 收敛停止。当 $t = G_m + 1$ 时, SAHBBDE 停止, 最佳适应度与相应染色体一起输出, 作为最终的解决方案; 否则重复上述步骤。

SAHBBDE 的流程图见图 2。

3 数值实验及敏感性分析

数值实验首先确定改进后 SAHBBDE 的最佳参数设置, 以验证它的搜索效率和稳定性, 然后对模型中的参数进行敏感性分析, 研究模型各个参数对总成本的影响, 同时验证了 SAHBBDE 调整的合理性和有效性。实验环境如下: 所有实验算法均在 Matlab R2019a 中运行, 数值实验运行的操作系统为 Windows 10 旗舰版, CPU 主频为 2.11 GHz, RAM 为 8 GB。在下文的数值实验中, SAHBBDE 相关参数设置为: 种群规模 $N_p = 30$, 迭代次数 $G_m = 200$ 。

3.1 实验数据

首先,以产品数 $i=6$ 的 IJRP 模型进行实验,表 2 列出了实验中所需的初始化参数,表 3 为单位采购价格分段。其中考虑到 T 是在一年的时间内被观测到的,因此 T 的范围为 $(0,1)$, k_i 的范围为 $[1,5]$,通过引用正态分布的查找表 z_i 的范围为 $(0,3)$,安全库存系数的范围基于 0.5 到 0.999。同时假设 p_i 遵循 $\beta(a,b)$ 分布,满足 $g(p_i)=4(1-p_i)^3$, a 和 b 是分别在 $[1,5]$ 和 $[5,9]$ 范围内随机产生的整数($a \leq b$)。

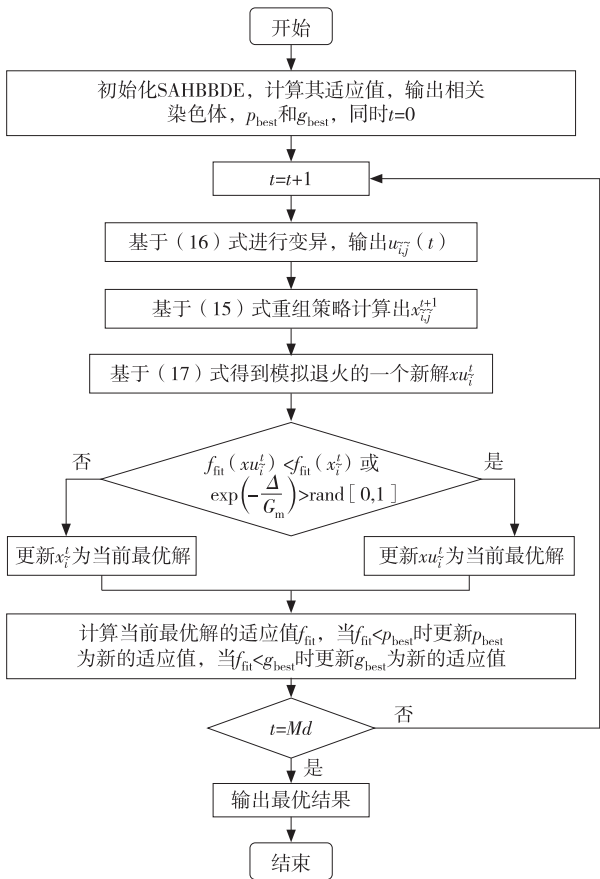


图 2 SAHBBDE 求解流程图

Fig. 2 Flow chart of SAHBBDE for JRP

表 2 参数设置

Tab. 2 The problem parameter settings

项目	1	2	3	4	5	6
D_i	10 000	5 000	3 000	1 000	600	200
S	200	200	200	200	200	200
s	45	46	47	44	45	47
h_i	1	1	1	1	1	1
h'_i	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
σ	2 500	1 000	700	500	800	400
L_i	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
π_i	25	20	15	30	35	28
π'_i	75	50	45	90	100	80
α_i	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
a_i	1	2	4	4	5	3
b_i	6	5	8	7	6	9

表 3 单位采购价格分段

Tab. 3 Breakpoints and discount set

缺陷品断点范围	采购单价	缺陷品断点范围	采购单价
$[0,100)$	3.25	$[400,800)$	2.76
$[100,200)$	3.09	$[800,1\ 600)$	2.6
$[200,400)$	2.93	$[1\ 600,+\infty)$	2.44

注:本文的单价、成本均为相对价格,无具体单位,下同

3.2 实验分析

对比了 6 个算法,参照 6 个评价标准,最佳目标(B)及对应解(T, k_i, s, z_i, s)、均值(A)、标准方差(S)、平均搜索时间(C)和运行 30 次中找到的最佳目标总数(F),以此作为参考进行评估,各种算法的控制参数设置和进化策略见表 4,结果见表 5。

表 4 控制参数设置和进化策略

Tab. 4 Controlling parameter settings of each algorithm for tentative experiments

	选择	交叉	变异	种群规模/个	最大迭代/次	运行次数
GA	轮盘	单点和概率:[0.1:0.2:0.9]	概率:[0.1:0.2:0.9]	30	200	30
PSO	贪婪策略	$C1, C2:[0.2:0.4:0.2]$, 惯性权重:[0.1:0.2:0.9]	—	30	200	30
DE	贪婪策略	交叉概率:[0.1:0.2:0.9]	变异因子 $F:[0.2:0.4:2.0]$	30	200	30
BBPSO	贪婪策略	交叉概率:[0.1:0.2:0.9]	变异因子 $F:[0.1:0.2:0.9]$	30	200	30
BBDE	贪婪策略	—	—	30	200	30
SAHBBDE	SA 的 Metropolis 准则	—	—	30	200	30

表 5 算例求解结果

Tab. 5 The computational results for IJRP

	最佳结果				A	S	C	F
	C_{total}	T	k_iS	z_iS				
GA	76 889.78	0.121 3	1,3,2,1,2,3	2.770 4,2.264 7,2.496 4, 2.690 9,2.595 3,2.435 8	77 220.84	346.52	0.441 5	1
PSO	76 389.81	0.142 5	3,3,3,4,2,4	2.222 4,2.128 4,1.568 7, 1.748 6,2.333 5,2.184 9	76 385.27	482.467	0.083 3	1
DE	74 236.91	0.116 6	1,3,2,1,2,3	2.724 0,2.323 5,2.456 0, 2.790 8,2.699 4,2.456 0	74 241.53	32.42	0.121 5	29
BBPSO	74 236.91	0.116 6	1,3,2,1,2,3	2.724 0,2.323 5,2.456 0, 2.790 8,2.699 4,2.456 0	74 253.74	70.33	0.197 9	29
BBDE	74 236.91	0.116 6	1,3,2,1,2,3	2.724 0,2.323 5,2.456 0, 2.790 8,2.699 4,2.456 0	74247.15	21.15	0.073 7	29
SAHBBDE	74 236.91	0.116 6	1,3,2,1,2,3	2.724 0,2.323 5,2.456 0, 2.790 8,2.699 4,2.456 0	74 203.92	19.63	0.075 5	29

表 5 列出了 IJRP 6 种算法的计算结果。结果表明,SAHBBDE 与其他 5 种算法相比,从方差最小和搜索到最优解的次数为 29 分析得出该算法具有较好鲁棒性,同时在搜索效率和搜索速度方面也表现较优,可以看出 SAHBBDE 在求解复杂优化问题中具有很好的潜力,特别是对于一些较大的复杂优化问题,这也就启发了在后续实验中可进行的研究。

为了探寻算法迭代中的细节,随机选择了 IJRP 上的 6 种算法的搜索过程,见图 3。由于 DE、BBPSO、BBDE 和 SAHBBDE 在所有 30 次运行中的 100 次迭代中几乎都收敛到了最佳结果,因此在处理 6 种算法对比分析时,选取了每种算法的前 100 次迭代情况进行分析。

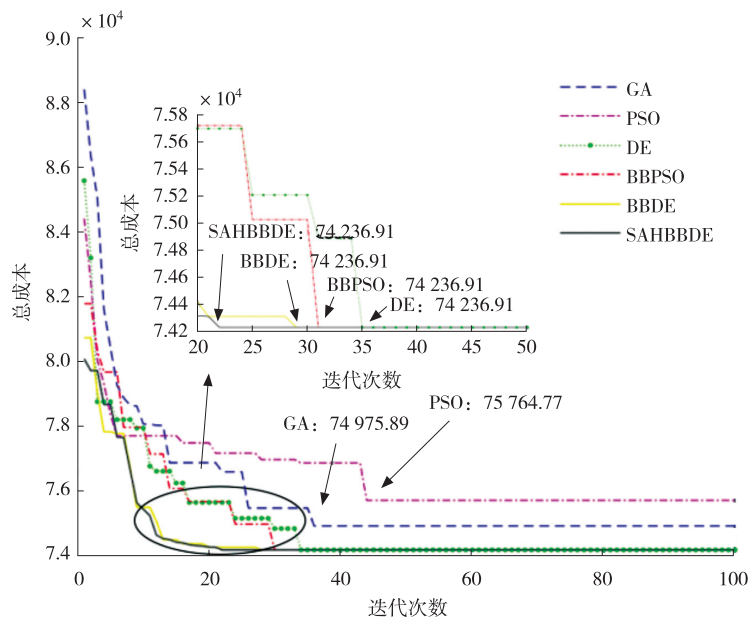


图 3 IJRP 的 6 种算法的进化过程

Fig. 3 Evolutionary processes of 6 algorithms for IJRP

分析图 3 可知,在前 100 次迭代中,可以明确分析出 6 种算法所展示出的差异。与其他算法相比,SAHBBDE 在收敛到最优解方面表现更好:以最小的迭代次数找到最优的成本,然后稳定下来,这可以从放大的

小图中看出,SAHBBDE 显示出更好的搜索效率。紧随其后的是 BBDE、BBPSO 和 DE,这 3 种算法能够找到最佳,与 GA 和 PSO 相比,所需的迭代次数更少。

3.3 敏感性分析

分别考察了模型不同输入数据对 IJRP 的最佳目标(B)的总体影响,参数范围设置为 $-80\% \sim 80\%$,步长为 0.2,分析采用的是每种算法运行 20 次,获得均值(A),结果见表 6。根据图 4 可以看出,对于 IJRP 来说,持有成本 h 和需求方差 σ 对它影响较大,同时折扣率 d 也有一定影响,随着折扣的增大成本均值是逐渐递减的,相对比其他参数所得到的值,可以发现每个参数的 -80% 和 80% 处成本的有显著差异。

表 6 不同参数设置下 IJRP 灵敏度测试结果
Tab. 6 Parameter sensitivity test results for all itens on IJRP

	$-\Delta 80\%$	$-\Delta 60\%$	$-\Delta 40\%$	$-\Delta 20\%$	$\Delta 0\%$	$+\Delta 20\%$	$+\Delta 40\%$	$+\Delta 60\%$	$+\Delta 80\%$
D	22 504.02	35 717.17	48 911.51	61 641.50	74 236.91	86 757.38	98 272.92	110 160.99	121 879.33
S	72 902.58	73 208.63	73 551.20	73 894.05	74 236.91	74 680.77	74 866.14	75 080.78	75 280.78
s	73 010.33	73 454.96	73 631.23	73 960.71	74 236.91	74 731.27	74 929.92	75 154.97	75 190.78
h	62 389.76	66 730.75	69 852.05	72 338.76	74 236.91	75 900.38	77 256.27	78 622.13	80 038.29
h'	74 065.90	74 108.65	74 172.31	74 194.16	74 236.91	74 279.67	74 551.89	74 587.45	74 623.01
σ	67 988.93	69 374.28	71 450.90	72 998.78	74 236.91	75 987.88	76 915.52	78 206.15	79 463.62
L	73 946.56	74 062.41	74 137.20	74 165.71	74 236.91	74 307.24	74 604.65	74 652.63	74 800.32
π	73 729.13	73 896.76	74 030.48	74 141.73	74 236.91	74 320.04	74 651.17	74 722.82	74 787.69
π'	74 017.88	74 044.22	74 165.12	74 178.98	74 236.91	74 289.99	74 584.81	74 631.37	74 674.92
d	75 258.49	75 243.41	75 022.57	74 740.77	74 236.91	73 946.13	73 266.64	72 635.16	71 383.54

同时,对存在缺陷品的产品进行全单位数量折扣处理时,折扣率越高,成本下降幅度越大,折扣的波动性对成本的影响越大,即存在成本和折扣率之间呈负相关。

通过敏感性分析,发现缺陷率对高需求产品的影响更为明显,缺陷率还将对订购策略产生更大的影响,如果缺陷率很高,那么零售商的信任度和满意度将会降低。因此,本文采用对缺陷品全单位折扣在一定程度上补偿零售商,但最重要的是合理设定缺陷产品的折扣率。实际上,数量折扣处理方法是一种合理且易于操作的业务运营策略,而另外两种方法(返工处理和一次性折扣)仅仅对缺陷品进行处理,因此本文中使用的数量折扣对零售商而言更为合理和有效。

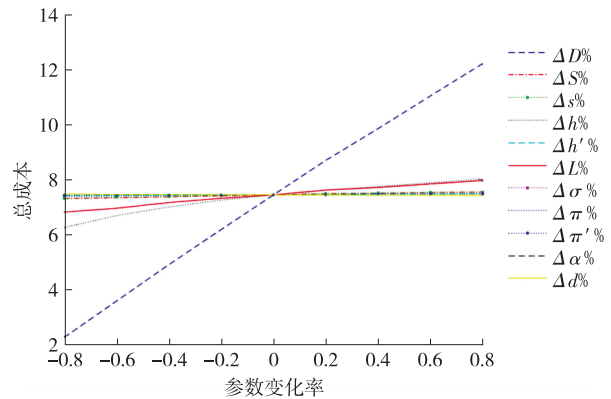


图 4 IJRP 总成本的参数敏感性

Fig. 4 Parameter sensitivitles on the total costs of IJRP

4 结论

为更贴合实际情景和客户需求的多样性,在传统联合补货假设的基础上,本研究考虑了商品需求随机、缺陷品数量随机的情况,并提出对缺陷品进行全单位数量折扣处理。考虑到 JRP 的 NP-难性质,首次应用 SAHBBDE 求解所提出的模型,该算法是通过 BBDE 结合 SA 中的 Metropolis 准则进行重新设计。通过数值实验和敏感性分析,可得到以下结论:

- 1) 证明了 SAHBBDE 在所给出的 6 个评判标准下优于其他 5 种算法(GA、PSO、DE、BBPSO 和 BBDE),在搜索效率和鲁棒性方面表现出很大的比较优势。
- 2) 通过参数敏感性分析,可看出缺陷率对高需求产品的影响更为明显,缺陷率会对订购策略产生更大的影

响,如果缺陷率较高,那么零售商的信任度和满意度将会降低。

3) 影响总成本的参数较多,当考虑较多不确定参数叠加时,加剧总成本扩张;同时对缺陷品进行折扣时,随着折扣率提高总成本会逐渐降低,缺陷品数量折扣所设定的折扣率也需考虑。

未来的研究可在改进 SAHBBDE 对 JRP 扩展的搜索性能或对 JRPs 应用新的多目标优化方法来进行扩展。另外,可考虑加入更多折扣方式对缺陷品进行处理。

参考文献:

- [1] SANKAR-SANA S. A production-inventory model of imperfect quality products in a three-layer supply chain[J]. *Decision Support Systems*, 2010, 50(2): 539-547.
- [2] KHOUJA M, GOYAL S. A review of the joint replenishment problem literature: 1989—2005[J]. *European Journal of Operational Research*, 2017, 186(1): 1-16.
- [3] CUI L G, DENG J, LIU F, et al. Investigation of RFID investment in a single retailer two-supplier supply chain with random demand to decrease inventory inaccuracy[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2017, 142(4): 2028-2044.
- [4] WAHAB M I M, MAMUN S M H, ONGKUNARUK P. EOQ models for a coordinated two-level international supply chain considering imperfect items and environmental impact[J]. *International Journal of Production Economics*, 2011, 134(1): 151-158.
- [5] CHIU S W, TSENG C T, WU M F, et al. Multi-item EPQ model with scrap, rework and multi-delivery using common cycle policy[J]. *Journal of Applied Research and Technology*, 2014, 12(3): 615-622.
- [6] CHIU Y S P, WU M F, CHIU S W, et al. A simplified approach to the multi-item economic production quantity model with scrap, rework, and multi-delivery[J]. *Journal of Applied Research and Technology*, 2015, 13(4): 472-476.
- [7] LI J, FENG H R, WANG M C. A replenishment policy with defective products, backlog and delay of payments[J]. *Journal of Industrial & Management Optimization*, 2009, 5(4): 867-880.
- [8] REZAEI J, DAVOODI M. A deterministic, multi-item inventory model with supplier selection and imperfect quality[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2008, 32(10): 2106-2116.
- [9] PAUL S, WAHAB M I M, ONGKUNARUK P. Joint replenishment with imperfect items and price discount[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2014, 74(1): 179-185.
- [10] CHIU P Y S, LI Y Y, CHIU T, et al. Determining optimal uptime considering an unreliable machine, a maximum permitted backorder level, a multi-delivery plan, and disposal/rework of imperfect items [J]. *Journal of King Saud University - Engineering Sciences*, 2020, 32(1): 69-77.
- [11] 李群霞, 张群, 朱晓宁, 等. 缺陷品可完全退货的库存控制模型的研究[J]. *中国管理科学*, 2009, 17(6): 116-121.
LI Q X, ZHANG Q, ZHU X N, et al. Optimal inventory model with completely returning defective items[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2009, 17(6): 116-121.
- [12] HSU W-K K, YU H-F. EOQ model for imperfective items under a one-time-only discount[J]. *Omega*, 2009, 37(5): 1018-1026.
- [13] GOYAL S K, CARDENAS-BARRON L E. Note on: economic production quantity model for items with imperfect quality—a practical approach[J]. *International Journal of Production Economics*, 2002, 77(1): 85-87.
- [14] VEINOTT A F, HADLEY G J, WHITIN T M. Analysis of inventory systems[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1964, 59(305): 283-285.
- [15] 王林, 郑贵莲, 曾宇容. 考虑资源约束和数量折扣的联合补货-选址库存协同优化研究[J]. *运筹与管理*, 2019, 28(1): 17-26.
WANG L, ZHENG G L, ZENG Y R. Collaborative optimization of joint replenishment-location inventory problem with resource constraints and quantity discount[J]. *Operations Research and Management Science*, 2019, 28(1): 17-26.
- [16] CUI L G, ZHANG Y J, DENG J, et al. A novel multi-item joint replenishment problem considering multiple type discounts[J]. *PLoS One*, 2018, 13(6): e194738.
- [17] ARKIN E, JONEJA D, ROUNDY R. Computational complexity of uncapacitated multi-echelon production planning problems [J]. *Operations Research Letters*, 1989, 8(2): 61-66.
- [18] OMRAN M G H, ENGELBRECHT ANDRIES P, SALMAN A. Bare bones differential evolution[J]. *European Journal of Operational Research*, 2009, 196(1): 128-139.
- [19] 曾宇容, 张金隆, 彭璐, 等. 基于模拟退火的混合差分进化算法及其在联合补货-配送集成优化中的应用[J]. *计算机应用研究*,

2018,35(4):1037-1041.

ZENG Y R, ZHANG J L, PENG L, et al. Hybrid differential evolution supported by simulated annealing and its application in integrated joint replenishment-delivery problems[J]. Application Research of Computers, 2018, 35(4): 1037-1041.

[20] KENNEDY J. Bare bones particle swarms[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Neural Network. New York: IEEE, 2003: 80-87.

Operations Research and Cybernetics

Stochastic Joint Replenishment Considering Discounted Items with Quality Defects and Hybrid Simulated Annealing Bare-Bones Differential Evolutionary Algorithm

CUI Ligang, TIAN Yu, LIU Jinxing, LI Yali

(School of Economics and Management, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: [Purposes] With the development of customer consumption level, product quality has been considered to be one of the competitiveness of enterprises. [Methods] In the practice of Joint Replenishment Problem, imperfect items can disrupt normal operations and cost supply chain stakeholders. In addition, because the uncertain needs of the customer will affect replenishment decisions, this article considers both random requirements and the number of random defective items, which are screened 100% and then discounted in full unit quantity. [Findings] Based on the Bare-bones Differential Evolution Algorithm (BBDE), a mixed bare bone differential evolution algorithm (SAHBBDE) based on the Metropolis guidelines of the Simulated Annealing algorithm (SA). [Conclusions] Numerical experiments show that the proposed SAHBBDE algorithm is superior to genetic evolution algorithm (GA), particle group algorithm (PSO), in total cost, lowest average and least standard error, compared with the bare bones PSO algorithm (BBPSO), differential evolution algorithm (DE) and BBDE. SAHBBDE also shows excellent performance in large-scale tests compared to differential evolution algorithms (DE) and BBDE.

Keywords: joint replenishment problem (JRP); stochastic demand; imperfect items; meta-heuristic

(责任编辑 黄 颖)