运筹学与控制论

DOI:10.11721/cqnuj20230414

具有前瞻区间和不相容工件族的流水车间在线排序问题*

张新功[1], 张静仪[1], 夏 倩[2], 赵文平[3]

(1. 重庆师范大学 数学科学学院, 重庆 401331; 2. 重庆谢家湾学校, 重庆 400050;
3. 重庆巴蜀中学科学城中学, 重庆 401331)

摘要:研究对多台单位流水车间上具有前瞻区间的不相容工件族无界批处理的在线排序问题。通过组合优化的方法分类讨论得到问题的下界,对算法 $A_m(\beta)$进行了竞争比分析说明这是该问题最好可能的在线算法。给出了该问题的下界为 $1+\eta$,其中 η 是方程 $(2f-1)\eta^2+(f+\beta)\eta+\beta-f=0$ 的一个正根,这里 $0\leqslant\beta<1$。同时提供了一个最好可能的在线算法 $A_m(\beta)$。通过竞争比分析说明了算法的可行性。

关键词:在线算法;前瞻区间;不相容工件族;最大完工时间;竞争比

中图分类号:O223　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2023)04-0001-05

在线排序是指工件按时到达,工件的所有信息参数在到达之前均是未知的。它的特点是在不清楚后续工件信息的情况下,决策者需要安排已经到达但还未被加工的工件。一般是用竞争比来衡量在线算法的好坏。对于求目标值最小的排序问题,所有工件实例中,在线算法得到的值与离线最优值比值的上确界称为该在线算法的竞争比。

关于平行分批排序,至多 b 个工件可以作为一批同时被加工,这里 b 表示批容量。用 n 表示所有需要被加工的工件数量,当 $b<n$ 时,称为批容量有界,否则,称批容量无界。每一批的加工时间等于该批工件里的最大加工时间,同批次加工的各个工件开工时间与完工时间相同。Zhang 等人[1]考虑在单机在线批排序问题,目标函数为最小化最大完工时间问题,批容量无限时给出了竞争比为$(\sqrt{5}+1)/2$ 的最好可能的在线算法。Yuan 等人[2]考虑了两台同速机下的在线批排序问题,目标函数为最小化最大完工时间,对于加工时间相等且批容量无限时,给出了竞争比为$(\sqrt{5}+1)/2$ 的最好可能的在线算法。Liu 等人[3]考虑具有一致关系的单机在线批排序问题,对于允许有限重启且批容量无限时,给出了竞争比为 1.5 的最好可能的在线算法。更多的批容量无限的论文可以参见文献[4-5]。

不可相容的工件族是指属于不同族的工件不能被安排在同一批中加工。这是因为不同族工件的性质不同,在一起加工可能会产生诸如化学反应等不良的影响,或者不同族的工件需要不同的操作方法进行加工等。对于不可相容工件族问题,李文华等人在文献[6-7]中分别研究了 2 个工件族和 f 个工件族,前者考虑了工件加工时间为 1 和批容量有界,对于最大完工时间问题给出了竞争比为$(\sqrt{17}+3)/4$ 的最好可能的在线算法,后者考虑了线性退化加工时间和批容量无界,对于最大完工时间问题给出了竞争比为$(1+\alpha_{\max})^f$ 的最好可能的在线算法。其中:f 表示不可相容工件族的数量,$\alpha_j>0$ 表示退化率,t 表示工件 j 的开始加工时间,$\alpha_{\max}$ 则表示所有工件的最大退化率。

Lookahead 模型是能预先得知后续工件部分信息或者部分工件信息的一类半在线排序,本文研究的 LK_β 模型[8-12],表示在时刻 t 决策者可以预见在时间区间$(t,t+\beta]$内到达的所有工件信息,$\beta\in[0,1)$表示的是前瞻区间的长度。Li 等人[10]考虑了 m 台平行的在线批处理问题,工件的加工时间为 1 且批容量无限,对于最大完工时间问题给出了竞争比为 $1+\delta_m$ 的在线算法。Jiao 等人[13]在文献[10]的基础上,增加了前瞻区间,对同样的问题给

* **收稿日期**:2022-03-23　**修回日期**:2023-03-19　**网络出版时间**:2023-08-14T16:24

资助项目:重庆市教育委员会重点项目(No. KJZD-K202000501);重庆市自然科学基金基础研究与前沿探索专项面上项目(No. cstc2021jcyj-msxmX0229);重庆英才创新创业示范团队项目(No. CQYC20210309536)

第一作者简介:张新功,男,教授,博士,研究方向为排序论,E-mail:zhangxingong@cqnu.edu.cn;**通信作者**:赵文平,男,高级教师,E-mail:zwpbk2003@126.com

网络出版地址:https://link.cnki.net/urlid/50.1165.N.20230814.1154.008

出了竞争比为 $1+\alpha_m$ 的最好可能在线算法。其中 δ_m 是方程 $(1+\delta)^{m+1}=\delta+2-\beta\sum_{i=1}^{m}(1+\delta)^i$ 的一个正根,α_m 是方程 $(1+\alpha_m)^{m+1}\lambda^m+(1+\beta-\lambda)\sum_{i=1}^{m}(1+\alpha_m)^i\lambda^{i-1}=2+\alpha_m$ 的一个正根,λ 为前瞻线性系数。

2台单位流水车间上,工件带有前瞻区间,目标函数是最小化最大完工时间的在线批排序问题。针对工件属于2个不相容工件族和 f 个不相容工件族这2种情况,分别给出问题的下界 $1+\alpha_1$,$1+\alpha_2$。这里 α_1,α_2 分别是方程 $3\alpha^2+(\beta+2)\alpha+\beta-2=0$ 和 $(f+1)\alpha^2+(\beta+2)\alpha+\beta-f=0$ 的1个正根。并提出了一个最好可能的在线算法。本文在先前研究的2台流水车间上做了推广,考虑 m 台单位流水车间上带有 f 个不相容工件族的在线批排序问题。这里 $f=m$。

定义1 单位流水作业:在流水车间加工过程中,若工件在每台机器上的加工时间都相同,且为单位时间,则称为单位流水作业。用符号 u_f 表示。

采用Graham等人[14]提供的三参数表示法,本文的排序问题可记为:

$$F_m\,|\,\text{online},p-\text{batch},b=\infty,u_f,LK_\beta,f=m\,|\,C_{\max},$$

表示 m 台流水车间,批容量是无界的,$\beta\in[0,1)$ 表示前瞻区间的长度,工件在每台机器上的加工时间均为1且有 $f(f=m)$ 个不相容工件族,目标函数是最小化最大完工时间。

1 问题的下界

定理1 对于问题 $F_m\,|\,\text{online},p-\text{batch},b=\infty,u_f,LK_\beta,f=m\,|\,C_{\max}$,这里不可相容工件族的个数等于工件需要加工工序的次数,得到任一在线算法的下界为 $1+\eta$。这里,η 是让方程 $(2f-1)\eta^2+(f+\beta)\eta+\beta-f=0$ 成立的一个正解。这里 $0\leqslant\beta<1$。

证明 令 ε 是任意小的正数,A为任一在线算法,用 C_{on} 和 C_{opt} 分别表示实例Ⅰ在算法A的作用下得到的排序 σ 的最大完工值和离线最优排序 π 的最大完工值。称工件 J' 是工件 J 的一个拷贝,若这两个工件所属同一个工件族且每个工序的加工时间也相同。

下面用对手法构造一个特殊实例Ⅰ,证明无论算法A如何执行,它的竞争比都不比 $1+\eta$ 小。

在0时刻,f 个工件到达,它们来自 f 个不相同的工件族且各工序的处理时间均为单位长度。假定 S_0 时刻,在算法A的作用下,第1台机器开始加工已经到达的 f 个工件中的某一个,不妨记该工件为 J_0。同时,假定在 $(S_0,S_0+\beta]$ 时间段内无新工件到达。若 $S_0<(2f-1)\eta$,则在 $S_0+\beta+\varepsilon$ 时刻,对手释放出工件 J_0'(J_0 的一个拷贝)。从而在 S_0+1 时刻,在第1台机器上仍有 f 个属于不同工件族的工件等待加工。一直循环这个过程,即一旦有工件在某一时刻开工,间隔 $\beta+\varepsilon$ 时刻后,对手便释放一个新工件(是正在加工工件的一个拷贝)。直到某个工件在算法A下第1台机器上的开工时间 S 满足 $S\geqslant(2f-1)\eta$。

接下来分别讨论 $1\leqslant S<(2f-1)\eta$ 和 $S\geqslant(2f-1)\eta$ 这2种情况。

情形1,若 $S\geqslant(2f-1)\eta$。则在 S 之后无新工件到达,由此可得:

$$C_{\text{on}}\geqslant S+f+(f-1)\geqslant(2f-1)\eta+2f-1=(2f-1)(1+\eta)。$$

用 S' 表示 $f-1$ 时刻之前第1台机器上最后一个工件的开工时刻,不妨记该工件为 J_l。由算法A的执行知,工件 J_l'(J_l 的一个拷贝)将在 $S'+\beta+\varepsilon$ 时刻到达。根据 J_l 的到达时间 $(S'+\beta+\varepsilon)$ 与 $f-1$ 的大小关系分情况讨论。

情形1.1,若 $S'+\beta+\varepsilon<f-1$。由算法A的执行知在 $f-1$ 时刻之前所有工件均已到达。接下来构造一个离线排序 π。

首先,把 f 个不可相容工件族 $(F_1,F_2,\cdots,F_f)$ 划分成2部分:$F_i,i\in I_1$ 和 $F_i,i\in I_2$。满足对每个 $i\in I_1$ 有 $|F_i|=1$;对每一个 $i\in I_2$ 有 $|F_i|>1$。当 $i\in I_2$ 时,每一个工件族 F_i,将不晚于 $f-1$ 的最后一个开工时刻用符号 S_i 来表示,故所有 $F_i(i\in I_2)$ 中的工件在 $S_i+\beta+\varepsilon$ 时刻已全部到达。注意到 ε 可取任意小,$0\leqslant\beta<1$ 及 $S'+\beta+\varepsilon<f-1$。从而 $\lceil S_i+\beta+\varepsilon\rceil\leqslant S_i+2$ 且 $\lceil S_i+\beta+\varepsilon\rceil\leqslant f-1$,其中 $i\in I_2$。因此,对于 I_2 中不同的 i 和 j,有 $\lceil S_i+\beta+\varepsilon\rceil\neq|S_j+\beta+\varepsilon|$。从而,可以把工件族 $F_i(i\in I_2)$ 中的工件作为单独的一批在单位长度时间区间 $[\lceil S_i+\beta+\varepsilon\rceil,\lceil S_i+\beta+\varepsilon\rceil+1)$ 内加工。注意到工件族 $F_i(i\in I_1)$ 的工件都是在0时刻到达,故把它们分别安排

在$[0,f)$之间余下的$|I_1|$个单位长度空闲时间区间内。由于$\{F_i:i\in I_1\}$恰好包含了$|I_1|$个不同的工件族。因此 $C_{\mathrm{opt}}=f+(f-1)=2f-1$。从而有$\dfrac{C_{\mathrm{on}}}{C_{\mathrm{opt}}}\geqslant\dfrac{(2f-1)(1+\eta)}{2f-1}=1+\eta$。

情形 1.2,$S'+\beta+\varepsilon\geqslant f-1$。那么 $S\geqslant S'+1$。于是 $C_{\mathrm{on}}\geqslant S+f+(f-1)\geqslant S'+2f$。此外,除 $J_l{}'$工件外,余下工件均是在 $f-1$ 时刻之前释放的。假设在时间间隔$[0,S'+1)$内加工的工件分别所属 k 个不相容的工件族,用 $F_1,F_2,\cdots,F_k$ 表示,则有$|F_i|>1$,这里 $1\leqslant i\leqslant k$。余下的 $f-k$ 个不相容工件族,分别用 $F_{k+1},F_{k+2},\cdots,F_f$ 表示。对于工件族 $F_i(1\leqslant i\leqslant k)$里的所有工件,$f-1$ 时刻之前在第 1 台机器上加工的最后一个开工时刻用 S_i 表示。若 $S_1<S_2<\cdots<S_k$,则有 $S_k=S'$和 $S_{j+1}-S_j\geqslant 1$,其中 $1\leqslant j\leqslant k-1$。注意到当 $k+1\leqslant i\leqslant f$ 时,$|F_i|=1$,F_i 中工件都作为单独批在 S_i'时刻开工。下面给出 S_i'的定义:

$$S_i'=\begin{cases}\max\{S_i+\beta+\varepsilon,(f-k)+(i-1)\},1\leqslant i\leqslant k,\\ i-(k+1),k+1\leqslant i\leqslant f。\end{cases}$$

易知,可行排序 π'的最大完工时间是 $S'+\beta+\varepsilon+1+(f-1)=S'+\beta+\varepsilon+f$。因此,$C_{\mathrm{opt}}\leqslant S'+\beta+\varepsilon+f$。故当 $\varepsilon\to 0$ 时,有$\dfrac{C_{\mathrm{on}}}{C_{\mathrm{opt}}}\geqslant\dfrac{S'+2f}{S'+\beta+\varepsilon+f}\to\dfrac{S'+2f}{S'+\beta+f}>\dfrac{(2f-1)\eta+2f}{(2f-1)\eta+\beta+f}=1+\eta$。其中,最后一个不等式是由 $S'<(2f-1)\eta$ 得到。

情形 2,$f-1\leqslant S<(2f-1)\eta$。则最后一个新工件 J'(工件 J 的拷贝)在时刻 $S+\beta+\varepsilon$ 到达,后续无新工件到达。故除了工件 J'之外,最多只有 1 个工件是在 $f-1$ 时刻或之后到达。留意到在 $S+1$ 时刻,第 1 台机器上仍然有 f 个属于互不相容的工件族的工件等待加工,于是有 $C_{\mathrm{on}}\geqslant S+1+f+(f-1)=S+2f$。

下面考虑离线最优排序,和情形 1.2 中离线排序的构造方法一样。由此可得 $C_{\mathrm{opt}}\leqslant S+\beta+\varepsilon+1+(f-1)=S+\beta+\varepsilon+f$。当 $\varepsilon\to 0$ 时,有$\dfrac{C_{\mathrm{on}}}{C_{\mathrm{opt}}}\geqslant\dfrac{S+2f}{S+\beta+\varepsilon+f}\to\dfrac{S+2f}{S+\beta+f}>\dfrac{(2f-1)\eta+2f}{(2f-1)\eta+\beta+f}=1+\eta$。这里,最后那个不等式是由条件 $S<(2f-1)\eta$ 得到。

综上,定理 1 得证。　　证毕

2　一个最好可能的在线算法

在执行算法 $A_m(\beta)$之前,先给出以下记号和术语。

$U_i(t)$:t 时刻属于工件族 F_i 的可排工件集。若 $U_i(t)\neq\varnothing$,称 $U_i(t)$是时刻 t 的 1 个等待批,其中 $1\leqslant i\leqslant f$。

$U(t)$:t 时刻已经到达但还未被安排的工件集,也称为 t 时刻的可排工件集。

$U(t,\beta)$:时间间隔$(t,t+\beta]$内的可排工件集。

算法 $\boldsymbol{A_m(\beta)}$　步骤 0:令 t 是使得 $U(t)\neq\varnothing$的第 1 个时刻点,若这样的时刻点不存在,算法终止。

步骤 1:若 $U(t)\neq\varnothing$且等待批的个数是 q,执行下面的步骤。

步骤 1.1:若 $t<(q+f-1)\eta$,重置 $t=t'$,其中 $t'\in(t,(q+f-1)\eta]$是满足以下条件的第 1 个时刻点:在 t' 时刻有新工件到达或者 $t'=(q+f-1)\eta$。转向步骤 1。

步骤 1.2:若 $t\geqslant(q+f-1)\eta$,执行下面的步骤。

步骤 1.2.1:若 $U(t,\beta)=\varnothing$,那么从等待的批 $U_i(t)(i=1,2,\cdots,q)$中任意选择一批在第 1 台机器上从 t 时刻开始加工,转向步骤 2。

步骤 1.2.2:否则,令 $t=t_k$,其中 t_k 是 $U(t,\beta)$中工件的最大到达时刻,转向步骤 1。

步骤 2:重置 $t=t+1$。若 $U(t)\neq\varnothing$,转向步骤 1;否则,转向步骤 0。

执行算法,得到以下推论。

推论 1　任取排序 σ 下的一批 θ_i。由 LK_β 模型特点可知,批 θ_i 的开工时间 S_i 满足在$(S_i,S_i+\beta]$时间段内没有工件到达,其中 $1\leqslant i\leqslant k$。

分别用 σ 和 π 表示算法 $A_m(\beta)$产生的排序和离线最优排序。根据算法 $A_m(\beta)$的执行,对任一实例 Ⅰ 中最晚到达的工件用符号 J_l 表示,符号 r_l 表示该工件到达时间。由于批容量 $b=\infty$,因此每次来自同一工件族的多个工件相当于 1 个工件到达的情况。假定在每一个新工件到达的时刻 t,各个工件族最多到达 1 个工件。执行算法 $A_m(\beta)$后得到的排序 σ 中,在工件的最后 1 个到达时刻 r_l 的后面必存在着 1 个连续加工的批块。里面包含了

多个批,且它们所属的工件族互不相容。这个批块用符号 $\theta=\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_k\}$ 表示,则 $1\leqslant k\leqslant f$。批 θ_i 在第1台机器上的开工时间和批 θ_i 的总完工时间分别用符号 S_i 和 C_i 表示。若工件 J_i 在批 θ_i 中是最晚到达的,则称工件 J_i 是批 θ_i 的代表工件,其中 $1\leqslant i\leqslant f$。从而有 $S_1\geqslant r_l$ 且 $C_{\mathrm{on}}=S_1+k+f-1$。

引理1 若在排序 σ 中,S_1 时刻之前紧接着一段机器的空闲时间区间,则有 $C_{\mathrm{on}}\leqslant(1+\eta)C_{\mathrm{opt}}$。

证明 因为第1台机器在 S_1 时刻之前是空闲状态,由算法的执行有 $S_1=\max\{r_l,(k+f-1)\eta\}$。若 $S_1=(k+f-1)\eta$,则有 $C_{\mathrm{on}}=S_1+k+(f-1)=(k+f-1)\eta+k+f-1=(k+f-1)(1+\eta)$。

由于 $\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_k$ 中的工件属于不同的工件族,故有 $C_{\mathrm{opt}}\geqslant k+f-1$,于是有 $\dfrac{C_{\mathrm{on}}}{C_{\mathrm{opt}}}\leqslant\dfrac{(k+f-1)(1+\eta)}{k+f-1}=1+\eta$。

若 $S_1=r_l>(k+f-1)\eta$,那么 θ 这个块中的工件均在 S_1 时刻到达。否则,不妨假设 θ 这个块中至少存在1个工件于 S_1 时刻之前到达。由假设知,在第1台机器上 S_1 时刻的前面紧接着一段机器的空闲时间,由算法的执行,在 S_1 时刻之前便已到达的工件会在 S_1 时刻之前就被加工了,矛盾。从而 $C_{\mathrm{on}}=S_1+k+f-1=C_{\mathrm{opt}}$。即算法产生了一个最优排序。 证毕

引理2 若在排序 σ 里,S_1 时刻恰好是第1台机器上某一批的完工时间。则有 $C_{\mathrm{on}}\leqslant(1+\eta)C_{\mathrm{opt}}$。

证明 在排序 σ 里,S_1 时刻恰好是第1台机器上某一批的完工时间,设该批是 θ',则有 $S_1=S'+1$,这里,S' 表示在排序 σ 中批 θ' 第1台机器上的开工时间。根据观察可知,$S_1\geqslant r_l>S'+\beta$。

由于块 θ 中任何两个批所属的工件族互不相容。留意到 $r_l>S'+\beta$,则 θ 这个块里的工件要么是在 $S'+\beta$ 时刻之后到达,要么是不晚于 S' 时刻到达。于是可以把块 θ 分成 B_1 和 B_2 两个集合,它们均由块 θ 中的批组成。并满足以下条件:集合 B_1 里面每一批中的代表工件均不晚于 S' 时刻到达。集合 B_2 里面每一批中的代表工件均是在 $S'+\beta$ 时刻之后到达的。

注意到 $r_l>S'+\beta$,因此 B_2 必为非空集合。而集合 B_1 存在是空集的可能。由集合 B_1 满足的条件知,若 B_1 存在,则包含在集合 B_1 里的任意一批和批 θ' 属于互不相容的工件族。假设集合 B_1 中包含了 k_1 个不同的批,集合 B_2 中包含了 k_2 个不同的批。因为在第1台机器上所有工件的处理时间均为单位长度,故在第1台机器上集合 B_1 包含的批的处理时间之和为 k_1,同样,在第1台机器上集合 B_2 包含的批的处理时间之和为 k_2,且 $k_1+k_2=k$。由于排序问题中所考虑的不相容工件族的个数为 f 个,因此有 $0\leqslant k_1\leqslant f-1$ 和 $1\leqslant k_2\leqslant f$。由此可得:

$$C_{\mathrm{on}}=S'+1+k+f-1=S'+k+f。$$

由于集合 B_1 中包含的批和批 θ' 均是在 S' 时刻的等待批,共 k_1+1 个,又因为 B_2 为非空集合,故集合 B_1 里面至多包含 $f-1$ 个工件族,且它们互不相容。由算法 $A_m(\beta)$ 的步骤1.2的执行可知:

$$k_1+1\leqslant f,S'\geqslant(k_1+1+f-1)\eta=(k_1+f)\eta。$$

注意到包含在集合 B_2 里面的每个批的代表工件均是在 $S'+\beta$ 时刻之后到达的,从而 $C_{\mathrm{opt}}\geqslant S'+\beta+k_2+f-1$。因此有:$C_{\mathrm{on}}-C_{\mathrm{opt}}\leqslant(S'+k+f)-(S'+\beta+k_2+f-1)=k_1-\beta+1$。

由上式及 $k_2\geqslant1$ 知:

$$\frac{C_{\mathrm{on}}-C_{\mathrm{opt}}}{C_{\mathrm{opt}}}\leqslant\frac{k_1-\beta+1}{S'+\beta+k_2+f-1}\leqslant\frac{k_1+1-\beta}{(k_1+f)\eta+\beta+f}\leqslant\frac{f-\beta}{(2f-1)\eta+\beta+f}=\eta,$$

从而有 $C_{\mathrm{on}}\leqslant(1+\eta)C_{\mathrm{opt}}$。 证毕

综合定理1、引理1和引理2,得到下面的定理。

定理2 对于问题 $F_m\mid\mathrm{online},p-\mathrm{batch},b=\infty,u_f,LK_\beta,f=m\mid C_{\max}$,这里不可相容工件族的个数等于工件需要加工工序的次数,算法 $A_m(\beta)$ 是竞争比为 $1+\eta$ 的最好可能的在线算法,这里 $0\leqslant\beta<1$,η 是满足方程 $(2f-1)\eta^2+(f+\beta)\eta+\beta-f=0$ 的1个正解。

3 结束语

对于排序问题 $F_m\mid\mathrm{online},p-\mathrm{batch},b=\infty,u_f,LK_\beta,f=m\mid C_{\max}$,得到了在线算法的下界 $1+\eta$。同时,提出了在线算法 $A_m(\beta)$ 来匹配此问题的下界,这里,η 是满足方程 $(2f-1)\eta^2+(f+\beta)\eta+\beta-f=0$ 的1个正解。这里 $0\leqslant\beta<1$。对于 m 台单位流水车间上有 f 个不相容工件族的前瞻在线排序问题,本文只考虑了 $f=m$ 的情形,当 $f\neq m$ 时,问题有待进一步讨论。此外,工件在每台机器上的处理时间任意取值时,还需深入讨论。

参考文献：

[1] ZHANG G C,CAI X Q,WONG C K. On-line algorithms for minimizing makespan on batch processing machines[J]. Naval Research Logistics,2001,48:241-258.

[2] YUAN J J,REN L L,TIAN J,et al. Online scheduling on two uniform unbounded parallel-batch machines to minimize makespan [J]. Journal of Scheduling,2019,7:303-319.

[3] LIU H L,LU X W,LI W J. A best possible online algorithm for parallel batch scheduling with delivery times and limited restart [J]. Journal of Combinatorial Optimization,2016,31(4):1609-1622.

[4] WANG Q, TIAN J, FU R Y, et al. Online algorithms for scheduling on batch processing machines with interval graph compatibilities between jobs[J]. Theoretical Computer Science,2017,700:37-44.

[5] TIAN J,WANG Q,FU R Y,et al. Online scheduling on the unbounded drop-line batch machines to minimize the maximum delivery completion time[J]. Theoretical Computer Science,2016,617:65-68.

[6] 李文华,翟威娜,柴幸,等.具有两个不相容工件族单位工件的有界分批在线排序问题[J].运筹学学报,2019,23(4):105-110.
LI W H,ZHAI W N,CHAI X,et al. On-line bounded-batching scheduling of unit-length jobs with two incompatible families[J]. Operations Research Transactions,2019,23(4):105-110.

[7] LI W H,WANG L B,CHAI X,et al. Online batch scheduling of simple linear deteriorating jobs with incompatible families[J]. Mathematics,2020,8(2):1-12.

[8] LI W H, YUAN J J, YANG S F. Online scheduling of incompatible unit-length job families with lookahead[J]. Theoretical Computer Science,2014,543:120-125.

[9] 李文华,柴幸,袁航,等.平行机上带有前瞻区间的不相容工件族在线排序问题[J].运筹学学报,2015,19(4):121-126.
LI W H, CHAI X, YUAN H, et al. On-line algorithms for incompatible job families on parallel machines scheduling with lookahead[J]. Operations Research Transactions,2015,19(4):121-126.

[10] LI W H,ZHANG Z K,YANG S F. Online algorithms for scheduling unit length jobs on parallel batch machines with lookahead [J]. Information Processing Letters,2012,112:292-297.

[11] 黄帅娜.几种特殊的平行机上具有前瞻区间的在线分批排序问题[D].郑州:郑州大学,2014.
HUANG S N. Some kinds of on-line scheduling on parallel batch machines with lookahead[D]. Zhengzhou: Zhengzhou University,2014.

[12] 杨素芳.具有前瞻区间的分批在线排序问题[D].郑州:郑州大学,2011.
YANG S F. On-line scheduling on batch machines with lookahead[D]. Zhengzhou:Zhengzhou University,2011.

[13] JIAO C W,YUAN J J,FENG Q. Online algorithms for scheduling unit length jobs on unbounded parallel-batch machines with linearly lookahead[J]. Asia-Pacific Journal of Operational Research,2019,36:1950024.

[14] GRAHAM R L, LAWLER E L, LENSTRA J K, et al. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling:a survey[J]. Annals of Discrete Mathematics,1979,5:646-675.

Operations Research and Cybernetics

Online Scheduling Problem of Unit Flow Shops with Lookahead Interval and Incompatible Job Family

ZHANG Xingong[1], ZHANG Jingyi[1], XIA Qian[2], ZHAO Wenping[3]

(1. School of Mathematics Sciences, Chongqing Normal University, Chongqing 401331;
2. Chongqing Xiejiawan School, Chongqing, 400050;
3. Science City Middle School of Chongqing Bashu Secondary School, Chongqing 401331, China)

Abstract: The online sequencing problem of unbounded batch processing of incompatible workpieces with prospective intervals in a multi-unit flow shop is studied. Through the classification and discussion of combinatorial optimization method, the lower bound of the problem is obtained, and the competitive ratio analysis of the algorithm shows that it is the best possible online algorithm. For this problem, the lower bound $1+\alpha$ is given, where α is the positive root of the equation $(2f-1)\alpha^2+(f+\beta)\alpha+\beta-f=0$. Meanwhile, a best possible online algorithm $A_m(\beta)$ is provided. The feasibility of algorithm is illustrated by competitive ratio.

Keywords: on-line algorithm; lookahead interval; incompatible family; maximum completion time; competitive ratio

(责任编辑　黄　颖)