

多值动态不确定因果图的推理算法研究*

郑海, 王洪春

(重庆师范大学 数学科学学院, 重庆 401331)

摘要:利用领域知识求解多值动态不确定因果图的联合概率分布所涉及的领域因果图的概率分布表达式构造难度大, 针对这一问题, 从2类因果循环图出发, 提出一种基于图分解的推理算法。该算法极大地简化了全局概率分布表达式的构造过程, 有效地降低了领域因果图概率分布表达式构造的难度。提高了多值动态不确定因果图的推理效率。

关键词:多值动态不确定因果图; 有向循环图; 推理算法; 参数学习; 概率推理

中图分类号:TP301.6

文献标志码:A

文章编号:1672-6693(2023)04-0107-10

概率图模型(probabilistic graphical models, PGMs)被广泛应用于不确定知识表达和概率推理当中^[1-5]。贝叶斯网络(Bayesian network, BN)作为其中最著名的图模型之一^[6-10], 常用的情形是处理有向无环图(Directed acyclic graphs, DAGs)时。BN表示一组随机变量的联合概率分布(joint probability distribution, JPD), 但对于有向循环图(directed cyclic graphs, DCGs), BN就显得不那么适用。

动态不确定因果图^[11](dynamic uncertainty causality graph, DUCG)作为一种新的概率图模型, 具有严格遵循概率论, 并以图形化的形式简洁表达各种情况下的不确定因果关系的特点。根据不同的赋值情况, DUCG分为单值DUCG(single-valued dynamic uncertainty causality graph, S-DUCG)和多值DUCG(multivalued dynamic uncertainty causality graph, M-DUCG)。所谓单值, 就是子变量的赋值状态只有1个, 而多值是指子变量的赋值状态多于1个。此外DUCG理论还针对DCGs制定了相应的解环规则, 并证明了DCGs情形下的DUCG表示一组随机变量的JPD^[12], 这意味着DUCG不仅适用于DAG, 也适用于DCGs。经过近些年的发展, DUCG已经被应用于核电领域^[13]、化工领域^[14]以及医疗领域^[15-16]的故障诊断中。

当DUCG中的参数已知时, 可直接利用现有的推理算法^[11]推导出整个模型的JPD, 但当模型中的参数未知时, 则无法直接推理出模型JPD的具体值, 理想做法是通过容易得到的领域知识学习出模型的参数, 进而求解出整个模型JPD, 这时便会涉及领域因果图的JPD表达式构造。对于DCGs情形的M-DUCG, 该领域因果图所包含变量的JPD是相对整个模型而言的边缘概率分布, 而这种情况下的边缘概率分布定义为JPD的消去计算^[12], 从而构造各领域因果图的JPD表达式的前提是构造出整个模型的JPD表达式。但是现有的普通逻辑展开运算以及事件间的吸收法则^[17]会导致复杂的运算步骤, 这不利于模型求解。因此, 本文提出一种基于图分解的推理算法, 该算法简化了上述概率分布表达式的构造过程, 在一定程度上提高了M-DUCG的推理效率。

本文第1节将介绍M-DUCG中各种变量的定义以及对M-DUCG中的领域因果图进行图形化说明, 第2节将从2类因果循环图出发推导出一种基于图分解的算法, 第3节将文中的推理算法应用于一个复杂因果图的JPD表达式以及边缘概率分布表达式的构造过程中, 第4节为一个基于文中算法的数值实验, 最后对全文做出总结并阐述了未来工作。

1 预备知识

1.1 M-DUCG简介

M-DUCG是处理多赋值问题的一个新的理论模型, 该模型通过引入权重作用事件的途径来量化子变量与父

* 收稿日期:2022-03-19 修回日期:2022-11-20 网络出版时间:2023-06-25T11:09

资助项目:国家社会科学基金一般项目(No. 13BTJ008);重庆市教育委员会人文社会科学重点项目(No. 22SKGH081);重庆市教育委员会重庆市高等教育教学改革研究项目(No. 213139)

第一作者简介:郑海,男,研究方向为不确定性推理, E-mail:2431425624@qq.com;通信作者:王洪春,男,教授,博士, E-mail:wanghc@cqnu.edu.cn

网络出版地址:https://link.cnki.net/urlid/50.1165.N.20230625.0842.002

变量之间的不确定因果关系,逻辑表达式为:

$$X_{n,k} = \sum_i (r_{n;i}/r_n) \sum_{j_i} A_{n,k;i,j_i} V_{i,j_i} \quad (1)$$

式中: $V_i (V \in \{X, B, G\})$ 表示 X_n 的父变量, j_i 用来标识父变量 V_i 所处的状态, 通常 i 与 j_i 之间用逗号隔开, 例如 $X_{n,k}$ 就表示变量 X_n 处于 k 状态; $r_{n;i}$ 表示子变量 X_n 与父变量 V_i 之间的关联度, 并且 $r_n \equiv \sum_i r_{n;i}$; $A_{n,k;i,j_i}$ 表示在 V_{i,j_i} 已发生的条件下 V_{i,j_i} 独立导致 $X_{n,k}$ 发生这一随机事件, 以上符号对应的小写字母表示相应事件发生的概率。

图 1 为一个 DAG 情形的 M-DUCG, B -型变量只能作为某一个或多个子变量的原因变量, 通常画为正方形; X -型变量通常画成圆形, 它是结果变量, 同时也可作为某一或多个子变量的父变量, G -型变量为逻辑门变量, 至少有 2 个输入 1 个输出, 逻辑门把输入变量各状态的某种逻辑组合作为它的一个状态; D -型变量为缺省事件变量, 通常画为五边形。

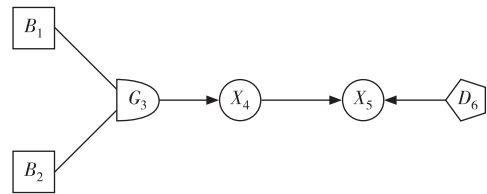


图 1 DAG 情形的 M-DUCG
Fig. 1 M-DUCG in DAG case

对于图 1 所示的 M-DUCG, 若要求出其中的事件如 $X_{4,i}$ 的概率, 一种方法是采用式(1)所示的逻辑展开, 推理出 $X_{4,i}$ 的概率分布表达式, 然后将各参数代入计算即可; 另一种方法则是根据整个图模型的 JPD, 通过求和来消去与 $X_{4,i}$ 无关的事件以获得 $X_{4,i}$ 的边缘概率分布, 如式(2)所示:

$$\Pr_M\{X_{4,i}\} = \sum_{j,a,b} \Pr\{X_{4,i}, X_{5,j}, B_{1,a}, B_{2,b}, D_6\} \quad (2)$$

1.2 M-DUCG 的领域因果图

通常情况下, 复杂系统的因果结构分别由不同的领域构建, 对于 DUCG 中的领域^[18]可作如下图形化的解释, 如图 2 为一个包含 3 个不同领域的 M-DUCG, 若将它们相同的节点结合则如图 3 所示。

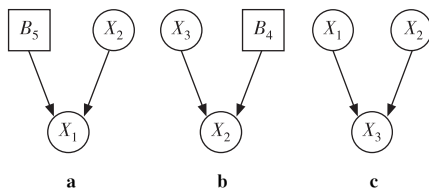


图 2 包含 3 个领域的 M-DUCG
Fig. 2 M-DUCG includes 3 different areas

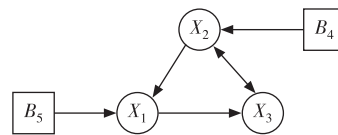


图 3 图 2 的合成图
Fig. 3 Composite graph of Fig. 2

当图 3 所示的 M-DUCG 参数未知时, 可通过图 2 中每个子图的领域知识学习出模型的参数进而计算出图 3 的 JPD, 此时会存在对图 2 中每个子图的 JPD 表达式的构造。对于 DCG 情形的 M-DUCG, 领域因果图所包含变量的 JPD 是相对整个模型而言的边缘概率分布, 这种情况下的边缘概率分布定义为 JPD 的消去计算。因此构造出图 2 中每个子图的 JPD 表达式的前提是构造出图 3 的 JPD 表达式, 但依赖现有的推理算法得出整个模型的 JPD 表达式的过程是十分复杂的, 这不利于模型的求解。为此, 本文提出一种基于图分解的推理算法用于上述情形概率分布表达式的构造。

2 算法导出

首先采用式(1)所示的逻辑展开对两类循环图进行 JPD 表达式构造, 其次针对利用领域知识求解模型提出一种新的推理算法。

2.1 第一类循环图

在 DUCG 中, 如果存在两个变量, 并且它们之间的关系是互相为父变量和子变量, 则称这类因果循环图为第一类循环图^[12], 一个第一类因果循环的 M-DUCG 见图 4。



图 4 第一类因果循环的 M-DUCG
Fig. 4 M-DUCG of type I causal cycle

对图 4 采用普通逻辑展开方式构造出 JPD 表达式, 首先对各

X-型节点按式(1)所示进行普通逻辑展开:

$$X_2 = \frac{r_{2:1}}{r_{2:1} + r_{2:3}} A_{2:1} B_1 + \frac{r_{2:3}}{r_{2:1} + r_{2:3}} A_{2:3} X_3; X_3 = \frac{r_{3:2}}{r_{3:2} + r_{3:4}} A_{3:2} X_2 + \frac{r_{3:4}}{r_{3:2} + r_{3:4}} A_{3:4} B_4. \quad (3)$$

因为存在因果循环,故采用文献[12]的假设4来解逻辑循环,假设要求一个变量的任何状态都不能同时成为该变量任何状态的原因,因此式(3)可进一步拓展为:

$$X_2 = \frac{r_{2:1}}{r_{2:1} + r_{2:3}} A_{2:1} B_1 + \frac{r_{2:3}}{r_{2:1} + r_{2:3}} A_{2:3} A_{3:4} B_4; X_3 = \frac{r_{3:2}}{r_{3:2} + r_{3:4}} A_{3:2} A_{2:1} B_1 + \frac{r_{3:4}}{r_{3:2} + r_{3:4}} A_{3:4} B_4. \quad (4)$$

由式(4)可得出图4的JPD表达式:

$$\begin{aligned} B_1 X_2 X_3 B_4 = & B_1 \left[\frac{r_{2:1}}{r_{2:1} + r_{2:3}} A_{2:1} B_1 + \frac{r_{2:3}}{r_{2:1} + r_{2:3}} A_{2:3} A_{3:4} B_4 \right] \cdot \left[\frac{r_{3:2}}{r_{3:2} + r_{3:4}} A_{3:2} A_{2:1} B_1 + \frac{r_{3:4}}{r_{3:2} + r_{3:4}} A_{3:4} B_4 \right] B_4 = \\ & \frac{r_{2:1}}{r_{2:1} + r_{2:3}} \frac{r_{3:2}}{r_{3:2} + r_{3:4}} A_{3:2} A_{2:1} B_1 B_4 + \frac{r_{2:1}}{r_{2:1} + r_{2:3}} \frac{r_{3:4}}{r_{3:2} + r_{3:4}} A_{2:1} B_1 A_{3:4} B_4 + \\ & \frac{r_{2:3}}{r_{2:1} + r_{2:3}} \frac{r_{3:2}}{r_{3:2} + r_{3:4}} A_{2:3} A_{3:4} B_4 A_{3:2} A_{2:1} B_1 + \frac{r_{2:3}}{r_{2:1} + r_{2:3}} \frac{r_{3:4}}{r_{3:2} + r_{3:4}} A_{2:3} A_{3:4} B_4 B_1. \end{aligned} \quad (5)$$

对于式(5)中的各加法项,第1、2、4项作为吸收事件,第3项作为被吸收事件^[17]分别被这3个吸收事件等概率吸收,从而可将式(5)化简为:

$$\begin{aligned} B_1 X_2 X_3 B_4 = & \frac{3r_{2:1}r_{3:2} + r_{2:3}r_{3:2}}{3(r_{2:1} + r_{2:3})(r_{3:2} + r_{3:4})} A_{3:2} A_{2:1} B_1 B_4 + \frac{3r_{2:1}r_{3:4} + r_{2:3}r_{3:2}}{3(r_{2:1} + r_{2:3})(r_{3:2} + r_{3:4})} A_{2:1} B_1 A_{3:4} B_4 + \\ & \frac{3r_{2:3}r_{3:4} + r_{2:3}r_{3:2}}{3(r_{2:1} + r_{2:3})(r_{3:2} + r_{3:4})} A_{2:3} A_{3:4} B_4 B_1. \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)中的各加法项可看作 r -型参数组成的系数与 A -型变量以及 B -型变量的乘积,对于一个 M-DUCG, JPD 表达式的系数部分满足以下定理。

定理 在 M-DUCG 的 JPD 表达式中,系数满足“归一性”。

证明 设一个 M-DUCG 中存在 n 个 X -型变量,分别记为 X_1, \dots, X_n , m 个 B -型变量分别记为 B_{n+1}, \dots, B_{n+m} ,那么各 X -型变量可展开为式(1)所示的逻辑表达式:

$$X_i = L_i^{m+1} P_i^{m+1} + L_i^{m+2} P_i^{m+2} + \dots + L_i^{m+n} P_i^{m+n} \quad (i=1, \dots, n). \quad (7)$$

在式(7)中, L_i -型数据表示 r -型参数组成的系数, P_i -型变量表示 A -型变量以及 B -型变量的乘积,若变量 X_i 与变量 B_{m+q} ($1 \leq q \leq n$) 不存在直接或间接的因果关系,则 $L_i^{m+q} = 0$ ^[11],此时,式(7)的系数部分满足文献[11]提出的“归一性”,即:

$$L_i^{m+1} + L_i^{m+2} + \dots + L_i^{m+n} \equiv 1 \quad (i=1, \dots, n). \quad (8)$$

从而由式(7)可得模型的 JPD 表达式为:

$$X_1 X_2 \dots X_n B_{n+1} B_{n+2} \dots B_{n+m} = B_{n+1} B_{n+2} \dots B_{n+m} \prod_{i=1}^n (L_i^{m+1} P_i^{m+1} + L_i^{m+2} P_i^{m+2} + \dots + L_i^{m+n} P_i^{m+n}). \quad (9)$$

由于各 X -型变量的逻辑展开式的系数部分满足式(8),从而可知,未涉及吸收法则时的式(9)的系数部分的和满足“归一性”,即:

$$\prod_{i=1}^n (L_i^{m+1} + L_i^{m+2} + \dots + L_i^{m+n}) \equiv 1. \quad (10)$$

事实上,当得出模型 JPD 表达式最终形式的过程中涉及吸收法则时,系数部分仍满足“归一性”,这是因为吸收法则^[17]要求:若一个被吸收事件同时被多个吸收事件吸收,那么被吸收事件是等概率被吸收事件分别吸收。因此即使事件被吸收了,它前面的系数并不会发生改变,即 JPD 表达式的最终形式的系数和与它前一步的系数和相等,从而定理得证。 证毕

针对利用领域知识求解 M-DUCG 的 JPD 问题,由上述定理可将模型的 JPD 表达式中的系数整体表示,例如可将式(6)表示为:

$$B_1 X_2 X_3 B_4 = L_1 A_{3:2} A_{2:1} B_1 B_4 + L_2 A_{2:1} B_1 A_{3:4} B_4 + L_3 A_{2:3} A_{3:4} B_4 B_1. \quad (11)$$

式中: $L_1 + L_2 + L_3 = 1$,这种表示方法不仅可以避免在对模型进行 JPD 表达式构造过程中由 r -型参数导致的复杂步骤,而且减少了参数学习的个数。

对于式(11)的各加法项中的 A-型变量与 B-型变量的乘积部分,若将它们下标连续的部分构造成一条因果链,而没有与其他下标连续的则单独构造,并将每个加法项当作一个因果图,则式(11)中的 A-型变量与 B-型变量的乘积部分可图形化为图 5。

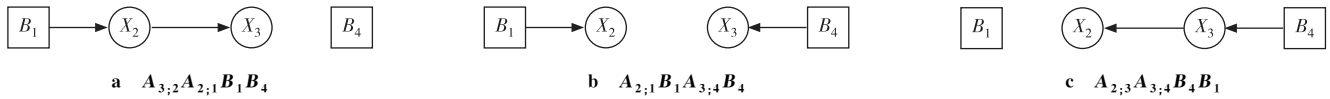


图 5 式(11)中各加法项所对应的因果图

Fig. 5 Causal diagram corresponding to each addition term in (11)

如果存在某种法则可以直接由图 4 构造出图 5,那么针对利用领域知识求解模型的概率分布这一问题,在构造模型的 JPD 表达式中便可省去式(3)~(6)这些步骤,不失一般性,接下来讨论第二类循环图。

2.2 第二类循环图

在 DUCG 中,如果存在 3 个或者更多的变量使得整个图的结构为一个循环结构,就称这类因果循环图为第二类循环图^[12],一个第二类因果循环的 M-DUCG 见图 6。

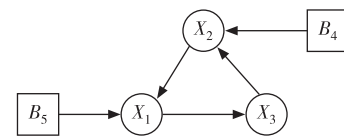


图 6 第二类因果循环的 M-DUCG
Fig. 6 M-DUCG of type II causal cycle

$$\begin{aligned}
 X_1 X_2 X_3 B_4 B_5 &= \left[\frac{r_{1;5}}{r_{1;5} + r_{1;2}} A_{1;5} B_5 + \frac{r_{1;2}}{r_{1;5} + r_{1;2}} A_{1;2} A_{2;4} B_4 \right] \cdot \\
 &\left[\frac{r_{2;3}}{r_{2;3} + r_{2;4}} A_{2;3} A_{3;1} A_{1;5} B_5 + \frac{r_{2;4}}{r_{2;3} + r_{2;4}} A_{2;4} B_4 \right] \cdot \left[\frac{r_{1;5}}{r_{1;5} + r_{1;2}} A_{3;1} A_{1;5} B_5 + \frac{r_{1;2}}{r_{1;5} + r_{1;2}} A_{3;1} A_{1;2} A_{2;4} B_4 \right] B_4 B_5 = \\
 &\frac{r_{1;5}}{r_{1;5} + r_{1;2}} \frac{r_{1;5}}{r_{1;5} + r_{1;2}} \frac{r_{2;3}}{r_{2;3} + r_{2;4}} A_{2;3} A_{3;1} A_{1;5} B_5 B_4 + \frac{r_{1;5}}{r_{1;5} + r_{1;2}} \frac{r_{2;3}}{r_{2;3} + r_{2;4}} \frac{r_{1;2}}{r_{1;5} + r_{1;2}} A_{2;3} A_{3;1} A_{1;5} B_5 A_{1;2} A_{2;4} B_4 + \\
 &\frac{r_{1;5}}{r_{1;5} + r_{1;2}} \frac{r_{1;5}}{r_{1;5} + r_{1;2}} \frac{r_{2;4}}{r_{2;3} + r_{2;4}} A_{3;1} A_{1;5} B_5 A_{2;4} B_4 + \frac{r_{1;5}}{r_{1;5} + r_{1;2}} \frac{r_{2;4}}{r_{2;3} + r_{2;4}} \frac{r_{1;2}}{r_{1;5} + r_{1;2}} A_{1;5} B_5 A_{3;1} A_{1;2} A_{2;4} B_4 + \\
 &\frac{r_{1;2}}{r_{1;5} + r_{1;2}} \frac{r_{2;3}}{r_{2;3} + r_{2;4}} \frac{r_{1;5}}{r_{1;5} + r_{1;2}} A_{1;2} A_{2;4} B_4 A_{2;3} A_{3;1} A_{1;5} B_5 + \frac{r_{1;2}}{r_{1;5} + r_{1;2}} \frac{r_{1;2}}{r_{1;5} + r_{1;2}} \frac{r_{2;3}}{r_{2;3} + r_{2;4}} A_{1;2} A_{2;4} B_4 A_{2;3} A_{3;1} A_{1;5} B_5 + \\
 &\frac{r_{1;2}}{r_{1;5} + r_{1;2}} \frac{r_{2;4}}{r_{2;3} + r_{2;4}} \frac{r_{1;5}}{r_{1;5} + r_{1;2}} A_{1;2} A_{2;4} B_4 A_{3;1} A_{1;5} B_5 + \frac{r_{1;2}}{r_{1;5} + r_{1;2}} \frac{r_{1;2}}{r_{1;5} + r_{1;2}} \frac{r_{2;4}}{r_{2;3} + r_{2;4}} A_{3;1} A_{1;2} A_{2;4} B_4 B_5。 (12)
 \end{aligned}$$

式(12)经过吸收运算^[17]最终可化简为:

$$\begin{aligned}
 X_1 X_2 X_3 B_4 B_5 &= \frac{3r_{1;5}r_{1;5}r_{2;3} + 2r_{1;5}r_{2;3}r_{1;2} + r_{1;2}r_{1;2}r_{2;3}}{3(r_{1;5} + r_{1;2})(r_{1;5} + r_{1;2})(r_{2;3} + r_{2;4})} A_{2;3} A_{3;1} A_{1;5} B_5 B_4 + \\
 &\frac{6r_{1;5}r_{1;5}r_{2;4} + 6r_{1;2}r_{1;5}r_{2;4} + 4r_{1;2}r_{1;5}r_{2;3} + 2r_{1;2}r_{1;2}r_{2;3}}{6(r_{1;5} + r_{1;2})(r_{1;5} + r_{1;2})(r_{2;3} + r_{2;4})} A_{3;1} A_{1;5} B_5 A_{2;4} B_4 + \\
 &\frac{6r_{1;2}r_{1;2}r_{2;4} + 6r_{1;5}r_{1;2}r_{2;4} + 4r_{1;5}r_{1;2}r_{2;3} + 2r_{1;2}r_{1;2}r_{2;3}}{6(r_{1;5} + r_{1;2})(r_{1;5} + r_{1;2})(r_{2;3} + r_{2;4})} A_{3;1} A_{1;2} A_{2;4} B_4 B_5。 (13)
 \end{aligned}$$

针对利用领域知识求解 M-DUCG 的 JPD 情形,对于模型的 JPD 表达式的最终形式,可根据 2.1 节中的定理可将式(13)简化为:

$$X_1 X_2 X_3 B_4 B_5 = L'_1 A_{2;3} A_{3;1} A_{1;5} B_5 B_4 + L'_2 A_{3;1} A_{1;5} B_5 A_{2;4} B_4 + L'_3 A_{3;1} A_{1;2} A_{2;4} B_4 B_5。 (14)$$

这里, $L'_1 + L'_2 + L'_3 = 1$, 同时将式(14)中各加法项的 A-型变量与 B-型变量的乘积部分图形化为图 7。

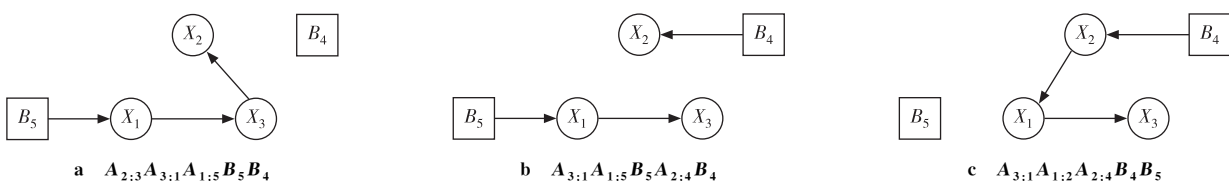


图 7 式(14)中各加法项所对应的因果图

Fig. 7 Causal diagram corresponding to each addition term in (14)

图 7 中每个子图所包含的变量与图 6 相同,不同之处在于,图 7 每个子图的某些因果关系相对于图 8 发生了断裂,并且这种断裂并不是任意的,而是存在某种法则,下面将具体推导出该法则。

2.3 基于图分解的推理算法

根据 2.1 以及 2.2 节所得结果,对于图 5 与图 7 中的所有子图,它们全都包含所要求的 JPD 中的所有节点变量;同时对于每个 X -型变量,都有唯一的 1 条输入边包含在内。换言之,子因果图含有的节点仅包括要求的概率分布表达式中的节点以及它们的原因节点。其次从每个子图的角度考虑,例如图 7c,对于图 7 中的因果链 $B_4 \rightarrow X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow X_3$ 而言,该因果链中的任一 X 节点必须包含唯一的根本原因 B 或者唯一的原因节点。通过整理上述过程,得出一种基于因果图分解子图的推理算法:

步骤 1,每个子图应包含所需构造的概率分布表达式中的所有节点和每个 X 节点的唯一的一条输入边,不包含在目标逻辑表达式中的孤立 B 节点和没有输入边的 X 节点应排除在外。

步骤 2,任意 X 节点在它的因果链中只拥有唯一的原因节点和唯一的根本原因 B 。

3 算法应用

3.1 JPD 表达式构造

利用文中算法对一个 M-DUCG 的 JPD 表达式进行构造,并将推理结果和普通逻辑展开的结果对比。对于图 3 所示的包含两类因果循环的复杂网络,根据 2.3 节中算法可直接由图 3 构造出该复杂网络的 JPD 表达式的各加法项中 A -型变量与 B -型变量的乘积所对应的因果图,如图 8 所示。

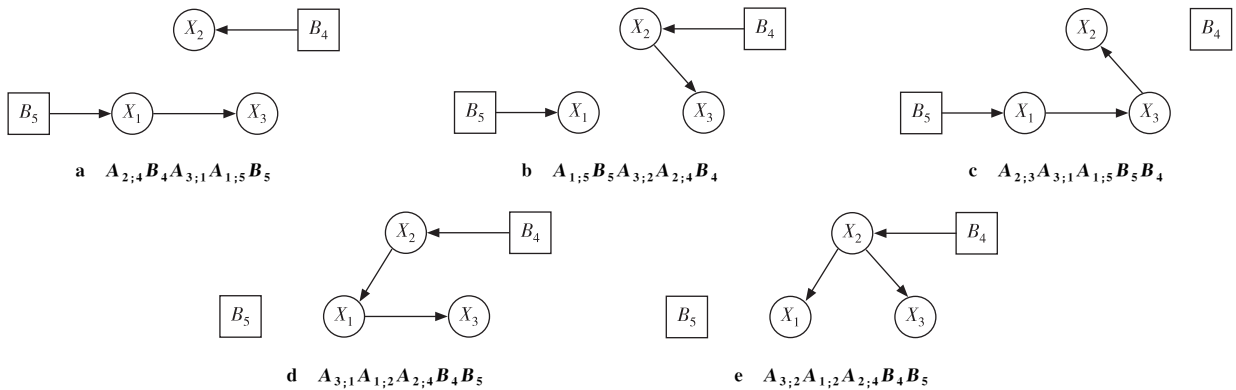


图 8 图 3 的 JPD 表达式中各加法项所对应的子图

Fig. 8 Subgraph corresponding to each addition term in the JPD expression of Fig. 3

那么由图 8 以及文中定理可知,图 3 的 JPD 表达式为:

$$X_1X_2X_3B_4B_5 = L_1A_{2,4}B_4A_{3,1}A_{1,5}B_5 + L_2A_{1,5}B_5A_{3,2}A_{2,4}B_4 + L_3A_{2,3}A_{3,1}A_{1,5}B_5B_4 + L_4A_{3,1}A_{1,2}A_{2,4}B_4B_5 + L_5A_{3,2}A_{1,2}A_{2,4}B_4B_5 \quad (15)$$

其中: $L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 = 1$, 式(15)可作为利用领域知识求解模型的 JPD 过程中对模型 JPD 表达式构造的结果。

下面通过普通逻辑展开对图 3 进行 JPD 表达式构造,并检验式(15)的准确性,对图 3 的每个 X -型变量按式(1)所示展开:

$$X_1 = \frac{r_{1,5}}{r_{1,5} + r_{1,2}}A_{1,5}B_5 + \frac{r_{1,2}}{r_{1,5} + r_{1,2}}A_{1,2}X_2; X_2 = \frac{r_{2,4}}{r_{2,4} + r_{2,3}}A_{2,4}B_4 + \frac{r_{2,3}}{r_{2,4} + r_{2,3}}A_{2,3}X_3; X_3 = \frac{r_{3,1}}{r_{3,1} + r_{3,2}}A_{3,1}X_1 + \frac{r_{3,2}}{r_{3,1} + r_{3,2}}A_{3,2}X_2 \quad (16)$$

对式(16)中各式进行逻辑解环,可拓展为:

$$X_1 = \frac{r_{1,5}}{r_{1,5} + r_{1,2}}A_{1,5}B_5 + \frac{r_{1,2}}{r_{1,5} + r_{1,2}}A_{1,2}A_{2,4}B_4, \quad (17)$$

$$X_2 = \frac{r_{2,4}}{r_{2,4} + r_{2,3}}A_{2,4}B_4 + \frac{r_{2,3}}{r_{2,4} + r_{2,3}}A_{2,3}A_{3,1}A_{1,5}B_5, \quad (18)$$

$$X_3 = \frac{r_{3:1}}{r_{3:1} + r_{3:2}} \frac{r_{1:5}}{r_{1:5} + r_{1:2}} A_{3:1} A_{1:5} B_5 + \frac{r_{3:1}}{r_{3:1} + r_{3:2}} \frac{r_{1:2}}{r_{1:5} + r_{1:2}} A_{3:1} A_{1:2} A_{2:4} B_4 + \frac{r_{3:2}}{r_{3:1} + r_{3:2}} A_{3:2} A_{2:4} B_4, \quad (19)$$

由式(17)~(19)可计算出图 3 的 JPD 表达式:

$$\begin{aligned} X_1 X_2 X_3 B_4 B_5 &= \left[\frac{r_{1:5}}{r_{1:5} + r_{1:2}} A_{1:5} B_5 + \frac{r_{1:2}}{r_{1:5} + r_{1:2}} A_{1:2} A_{2:4} B_4 \right] \cdot \left[\frac{r_{2:4}}{r_{2:4} + r_{2:3}} A_{2:4} B_4 + \frac{r_{2:3}}{r_{2:4} + r_{2:3}} A_{2:3} A_{3:1} A_{1:5} B_5 \right] \cdot \\ &\left[\frac{r_{3:1} r_{1:5}}{(r_{3:1} + r_{3:2})(r_{1:5} + r_{1:2})} A_{3:1} A_{1:5} B_5 + \frac{r_{3:1} r_{1:2}}{(r_{3:1} + r_{3:2})(r_{1:5} + r_{1:2})} A_{3:1} A_{1:2} A_{2:4} B_4 + \frac{r_{3:2}}{r_{3:1} + r_{3:2}} A_{3:2} A_{2:4} B_4 \right] B_4 B_5 = \\ &\frac{r_{1:5}}{r_{1:5} + r_{1:2}} \frac{r_{2:4}}{r_{2:4} + r_{2:3}} \frac{r_{3:1} r_{1:5}}{(r_{3:1} + r_{3:2})(r_{1:5} + r_{1:2})} A_{2:4} B_4 A_{3:1} A_{1:5} B_5 + \\ &\frac{r_{1:5}}{r_{1:5} + r_{1:2}} \frac{r_{2:4}}{r_{2:4} + r_{2:3}} \frac{r_{3:1} r_{1:2}}{(r_{3:1} + r_{3:2})(r_{1:5} + r_{1:2})} A_{1:5} B_5 A_{3:1} A_{1:2} A_{2:4} B_4 + \\ &\frac{r_{1:5}}{r_{1:5} + r_{1:2}} \frac{r_{2:4}}{r_{2:4} + r_{2:3}} \frac{r_{3:2}}{r_{3:1} + r_{3:2}} A_{1:5} B_5 A_{3:2} A_{2:4} B_4 + \frac{r_{1:5}}{r_{1:5} + r_{1:2}} \frac{r_{2:3}}{r_{2:4} + r_{2:3}} \frac{r_{3:1} r_{1:5}}{(r_{3:1} + r_{3:2})(r_{1:5} + r_{1:2})} A_{2:3} A_{3:1} A_{1:5} B_5 B_4 + \\ &\frac{r_{1:5}}{r_{1:5} + r_{1:2}} \frac{r_{2:3}}{r_{2:4} + r_{2:3}} \frac{r_{3:1} r_{1:2}}{(r_{3:1} + r_{3:2})(r_{1:5} + r_{1:2})} A_{2:3} A_{3:1} A_{1:5} B_5 A_{1:2} A_{2:4} B_4 + \\ &\frac{r_{1:5}}{r_{1:5} + r_{1:2}} \frac{r_{2:3}}{r_{2:4} + r_{2:3}} \frac{r_{3:2}}{r_{3:1} + r_{3:2}} A_{2:3} A_{3:1} A_{1:5} B_5 A_{3:2} A_{2:4} B_4 + \\ &\frac{r_{1:2}}{r_{1:5} + r_{1:2}} \frac{r_{2:4}}{r_{2:4} + r_{2:3}} \frac{r_{3:1} r_{1:5}}{(r_{3:1} + r_{3:2})(r_{1:5} + r_{1:2})} A_{1:2} A_{2:4} B_4 A_{3:1} A_{1:5} B_5 + \\ &\frac{r_{1:2}}{r_{1:5} + r_{1:2}} \frac{r_{2:4}}{r_{2:4} + r_{2:3}} \frac{r_{3:1} r_{1:2}}{(r_{3:1} + r_{3:2})(r_{1:5} + r_{1:2})} A_{1:2} A_{2:4} B_4 A_{3:1} B_5 + \frac{r_{1:2}}{r_{1:5} + r_{1:2}} \frac{r_{2:4}}{r_{2:4} + r_{2:3}} \frac{r_{3:2}}{r_{3:1} + r_{3:2}} A_{3:2} A_{1:2} A_{2:4} B_4 B_5 + \\ &\frac{r_{1:2}}{r_{1:5} + r_{1:2}} \frac{r_{2:3}}{r_{2:4} + r_{2:3}} \frac{r_{3:1} r_{1:5}}{(r_{3:1} + r_{3:2})(r_{1:5} + r_{1:2})} A_{1:2} A_{2:4} B_4 A_{2:3} A_{3:1} A_{1:5} B_5 + \\ &\frac{r_{1:2}}{r_{1:5} + r_{1:2}} \frac{r_{2:3}}{r_{2:4} + r_{2:3}} \frac{r_{3:1} r_{1:2}}{(r_{3:1} + r_{3:2})(r_{1:5} + r_{1:2})} A_{1:2} A_{2:4} B_4 A_{2:3} A_{3:1} A_{1:5} B_5 + \\ &\frac{r_{1:2}}{r_{1:5} + r_{1:2}} \frac{r_{2:3}}{r_{2:4} + r_{2:3}} \frac{r_{3:2}}{r_{3:1} + r_{3:2}} A_{3:2} A_{1:2} A_{2:4} B_4 A_{2:3} A_{3:1} A_{1:5} B_5. \quad (20) \end{aligned}$$

利用事件间的吸收法则可将式(20)进一步整理为:

$$\begin{aligned} X_1 X_2 X_3 B_4 B_5 &= L_1 A_{2:4} B_4 A_{3:1} A_{1:5} B_5 + L_2 A_{1:5} B_5 A_{3:2} A_{2:4} B_4 + L_3 A_{2:3} A_{3:1} A_{1:5} B_5 B_4 + \\ &L_4 A_{3:1} A_{1:2} A_{2:4} B_4 B_5 + L_5 A_{3:2} A_{1:2} A_{2:4} B_4 B_5. \quad (21) \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{6(r_{1:5} r_{1:5} r_{2:4} r_{3:1} + r_{1:2} r_{1:5} r_{2:3} r_{3:1} + r_{1:2} r_{1:5} r_{2:4} r_{3:1}) + 3(r_{1:2} r_{1:2} r_{2:3} r_{3:1} + r_{1:2} r_{1:5} r_{2:3} r_{3:2} + r_{1:2} r_{1:2} r_{2:3} r_{3:2}) +}{6(r_{1:2} + r_{1:5})(r_{1:2} + r_{1:5})(r_{2:3} + r_{2:4})(r_{3:1} + r_{3:2})} \rightarrow \\ &\frac{2(r_{1:5} r_{1:5} r_{2:3} r_{3:2} + r_{1:2} r_{1:5} r_{2:3} r_{3:2})}{6(r_{1:2} + r_{1:5})(r_{1:2} + r_{1:5})(r_{2:3} + r_{2:4})(r_{3:1} + r_{3:2})}, \\ L_2 &= \frac{3(r_{1:5} r_{1:5} r_{2:4} r_{3:2} + r_{1:2} r_{1:5} r_{2:4} r_{3:2}) + r_{1:5} r_{1:5} r_{2:3} r_{3:2} + r_{1:2} r_{1:5} r_{2:3} r_{3:2}}{3(r_{1:2} + r_{1:5})(r_{1:2} + r_{1:5})(r_{2:3} + r_{2:4})(r_{3:1} + r_{3:2})}, \\ L_3 &= \frac{3r_{1:5} r_{1:5} r_{2:3} r_{3:1} + r_{1:5} r_{1:5} r_{2:3} r_{3:2} + r_{1:2} r_{1:5} r_{2:3} r_{3:2}}{3(r_{1:2} + r_{1:5})(r_{1:2} + r_{1:5})(r_{2:3} + r_{2:4})(r_{3:1} + r_{3:2})}, \\ L_4 &= \frac{2(r_{1:2} r_{1:2} r_{2:4} r_{3:1} + r_{1:2} r_{1:5} r_{2:4} r_{3:1} + r_{1:2} r_{1:5} r_{2:3} r_{3:1}) + r_{1:2} r_{1:2} r_{2:3} r_{3:1} + r_{1:2} r_{1:5} r_{2:3} r_{3:2} + r_{1:2} r_{1:2} r_{2:3} r_{3:2}}{2(r_{1:2} + r_{1:5})(r_{1:2} + r_{1:5})(r_{2:3} + r_{2:4})(r_{3:1} + r_{3:2})}, \\ L_5 &= \frac{r_{1:2} r_{1:2} r_{2:4} r_{3:2} + r_{1:2} r_{1:5} r_{2:4} r_{3:2}}{(r_{1:2} + r_{1:5})(r_{1:2} + r_{1:5})(r_{2:3} + r_{2:4})(r_{3:1} + r_{3:2})}. \end{aligned}$$

这里 $L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 = 1$, 故满足定理, 同时注意到式(15)与式(21)相同, 从而根据文中算法对图 3 构造 JPD 表达式是正确的, 但从二者的得出过程可以发现, 基于本文算法的构造过程是简便的, 而基于普通逻辑展开的构造过程是复杂的, 并且要求合理运用吸收法则。

3.2 边缘概率分布表达式构造

图 2 所示的领域因果图的 JPD 是相对于图 3 的边缘概率分布,针对利用领域知识求解 M-DUCG 的 JPD 问题,会存在领域因果图的 JPD 表达式构造,以下部分将讨论如何用本文算法构造领域因果图的 JPD 表达式。

在图 3 中,对图 2a 所示的变量 X_1, X_2, B_5 采用文中算法进行 JPD 表达式子图的构造,见图 9。

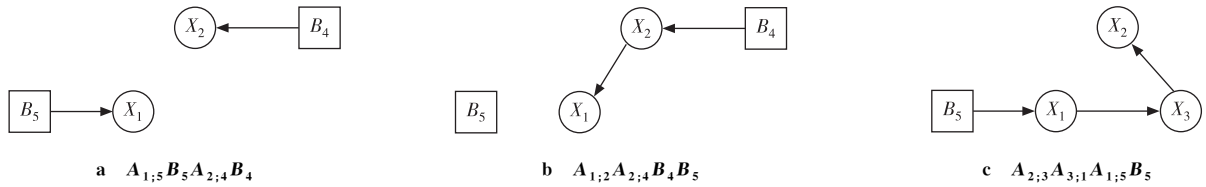


图 9 图 2a JPD 表达式中各加法项所对应的子图

Fig. 9 Subgraph corresponding to each addition term in the joint probability distribution expression of Fig. 2a

因此由 2.1 节中的定理可得图 2a 的 JPD 表达式为:

$$X_1 X_2 B_5 = L'_1 A_{1;5} B_5 A_{2;4} B_4 + L'_2 A_{1;2} A_{2;4} B_4 B_5 + L'_3 A_{2;3} A_{3;1} A_{1;5} B_5. \quad (22)$$

式中: $L'_1 + L'_2 + L'_3 = 1$ 。同时对图 9 中的每个子图,例如图 9a,可以发现图 9a 可分别由图 8a、8b 截取而来,从而可以由图 8 已经求得的 JPD 表达式直接构造出图 9a 的 JPD 表达式:

$$L'_1 A_{1;5} B_5 A_{2;4} B_4 = (L_1 + L_2) A_{1;5} B_5 A_{2;4} B_4. \quad (23)$$

同样对于图 9 中剩余的子图也通过上述的方法进行构造,最后可得出 X_1, X_2, B_5 的 JPD 表达式为:

$$X_1 X_2 B_5 = (L_1 + L_2) A_{1;5} B_5 A_{2;4} B_4 + (L_4 + L_5) A_{1;2} A_{2;4} B_4 B_5 + L_3 A_{2;3} A_{3;1} A_{1;5} B_5. \quad (24)$$

采用同样的方式,可将图 2 中其它领域因果图的 JPD 表达式构造为:

$$X_2 X_3 B_4 = L_1 A_{2;4} B_4 A_{3;1} A_{1;5} B_5 + (L_2 + L_5) A_{3;2} A_{2;4} B_4 + L_3 A_{2;3} A_{3;1} A_{1;5} B_5 B_4 + L_4 A_{3;1} A_{1;2} A_{2;4} B_4. \quad (25)$$

$$X_1 X_2 X_3 = L_1 A_{2;4} B_4 A_{3;1} A_{1;5} B_5 + L_2 A_{1;5} B_5 A_{3;2} A_{2;4} B_4 + L_3 A_{2;3} A_{3;1} A_{1;5} B_5 + L_4 A_{3;1} A_{1;2} A_{2;4} B_4 + L_5 A_{3;2} A_{1;2} A_{2;4} B_4. \quad (26)$$

并且由式(15)可知,式(24)~(26)的系数部分是满足定理的。

4 数值实验

对于图 3 所示的 M-DUCG,当它的参数未知时,无法根据式(15)直接计算出模型的 JPD,这时可以通过容易得到的领域知识学习出模型的参数,然后将学习的参数代入式(15)计算出模型的 JPD,若图 2 中每个领域因果图的领域知识如表 1 所示,其中每个变量只有两个状态分别标识为 0(正常)、1(异常)。

表 1 图 2 的领域数据

Tab. 1 Domanial data of Fig. 2

状态组合	频数	频率	状态组合	频数	频率	状态组合	频数	频率
$X_{1,0} X_{2,0} B_{5,0}$	1 118	0.279 5	$X_{2,0} X_{3,0} B_{4,0}$	4 360	0.436 0	$X_{1,0} X_{2,0} X_{3,0}$	3 238	0.323 8
$X_{1,0} X_{2,0} B_{5,1}$	316	0.079 0	$X_{2,0} X_{3,0} B_{4,1}$	195	0.019 5	$X_{1,0} X_{2,0} X_{3,1}$	350	0.035 0
$X_{1,0} X_{2,1} B_{5,0}$	394	0.098 5	$X_{2,0} X_{3,1} B_{4,0}$	1 940	0.194 0	$X_{1,0} X_{2,1} X_{3,0}$	570	0.057 0
$X_{1,0} X_{2,1} B_{5,1}$	48	0.012 0	$X_{2,0} X_{3,1} B_{4,1}$	70	0.007 0	$X_{1,0} X_{2,1} X_{3,1}$	550	0.055 0
$X_{1,1} X_{2,0} B_{5,0}$	28	0.007 0	$X_{2,1} X_{3,0} B_{4,0}$	155	0.015 5	$X_{1,1} X_{2,0} X_{3,0}$	1 400	0.140 0
$X_{1,1} X_{2,0} B_{5,1}$	1 154	0.288 5	$X_{2,1} X_{3,0} B_{4,1}$	620	0.062 0	$X_{1,1} X_{2,0} X_{3,1}$	1 650	0.165 0
$X_{1,1} X_{2,1} B_{5,0}$	80	0.020 0	$X_{2,1} X_{3,1} B_{4,0}$	600	0.060 0	$X_{1,1} X_{2,1} X_{3,0}$	185	0.018 5
$X_{1,1} X_{2,1} B_{5,1}$	862	0.215 5	$X_{2,1} X_{3,1} B_{4,1}$	2 060	0.206 0	$X_{1,1} X_{2,1} X_{3,1}$	2 057	0.205 7

由表 1 中的领域数据,结合 3.2 节中已经构造出的图 2 中各领域的 JPD 表达式(24)~(26)便可学习出图 3 所包含的参数,其中待学习的参数如下:

$$\begin{pmatrix} a_{1,0;2,0} & a_{1,0;2,1} \\ a_{1,1;2,0} & a_{1,1;2,1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_{1,0;5,0} & a_{1,0;5,1} \\ a_{1,1;5,0} & a_{1,1;5,1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_{2,0;3,0} & a_{2,0;3,1} \\ a_{2,1;3,0} & a_{2,1;3,1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_{2,0;4,0} & a_{2,0;4,1} \\ a_{2,1;4,0} & a_{2,1;4,1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_{3,0;1,0} & a_{3,0;1,1} \\ a_{3,1;1,0} & a_{3,1;1,1} \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} a_{3,0;2,0} & a_{3,0;2,1} \\ a_{3,1;2,0} & a_{3,1;2,1} \end{pmatrix}, (b_{4,0} \quad b_{4,1})^T, (b_{5,0} \quad b_{5,1})^T, (L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_4 \quad L_5).$$

这些参数均满足 2 类等式,第一类是由式(24)~(26)确定的 24 个等式,例如:

$$x_{1,0}x_{2,0}b_{5,0} = (L_1 + L_2)a_{1,0;5,0}b_{5,0}a_{2,0;4}b_4 + (L_4 + L_5)a_{1,0;2,0}a_{2,0;4}b_4b_{5,0} + L_3a_{2,0;3}a_{3,1,0}a_{1,0;5,0}b_{5,0}. \quad (27)$$

第二类等式是由 DUCG 自身的性质决定的,具体如下:

$$\begin{aligned} a_{1,0;2,0} + a_{1,1;2,0} &= 1, a_{1,0;2,1} + a_{1,1;2,1} = 1, a_{1,0;5,0} + a_{1,1;5,0} = 1, a_{1,0;5,1} + a_{1,1;5,1} = 1, \\ a_{2,0;3,0} + a_{2,1;3,0} &= 1, a_{2,0;3,1} + a_{2,1;3,1} = 1, a_{2,0;4,0} + a_{2,1;4,0} = 1, a_{2,0;4,1} + a_{2,1;4,1} = 1, \\ a_{3,0;1,0} + a_{3,1;1,0} &= 1, a_{3,0;1,1} + a_{3,1;1,1} = 1, a_{3,0;2,0} + a_{3,1;2,0} = 1, a_{3,0;2,1} + a_{3,1;2,1} = 1, \\ b_{4,0} + b_{4,1} &= 1, b_{5,0} + b_{5,1} = 1, L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 = 1. \end{aligned}$$

通过上述分析,参数学习过程可被转化为带约束的非线性规划问题求最优解过程,同时注意到方程的个数为 39,大于参数的个数 33,因此无法得到解析解,本文采用梯度下降法^[19]来寻求最优解,在此过程中将目标函数设为:

$$G(a, b, L) = \sum_{i=1}^{24} (p_i - f_i(a, b, L))^2 + \sum_{t=1}^{12} (1 - f_t(a))^2 + (1 - b_{4,0} - b_{4,1})^2 + (1 - b_{5,0} - b_{5,1})^2 + (1 - L_1 - L_2 - L_3 - L_4 - L_5)^2. \quad (28)$$

式(28)中各 a -型、 b -型和 L -型参数应大于或等于 0, p_i 为表 1 中的频率值,例如 $p_1 = 0.2795$, $f_i(a, b, L)$ 由式(28)确定,例如

$$f_1(a, b, L) = (L_1 + L_2)a_{1,0;5,0}b_{5,0}a_{2,0;4}b_4 + (L_4 + L_5)a_{1,0;2,0}a_{2,0;4}b_4b_{5,0} + L_3a_{2,0;3}a_{3,1,0}a_{1,0;5,0}b_{5,0}.$$

$f_t(a)$ 为上述第二类等式中 a -型参数的和,例如 $f_1(a) = a_{1,0;2,0} + a_{1,1;2,0}$,通过 Matlab 编程,以 $a = \{0.5, \dots, 0.5\}$, $b = \{0.5, \dots, 0.5\}$, $L = \{0.2, \dots, 0.2\}$ 为初始值,误差控制在 10^{-5} 到 10^{-4} ,最终的参数学习结果如下:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a_{1,0;2,0} & a_{1,0;2,1} \\ a_{1,1;2,0} & a_{1,1;2,1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0.9010 & 0.1225 \\ 0.0989 & 0.8779 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_{1,0;5,0} & a_{1,0;5,1} \\ a_{1,1;5,0} & a_{1,1;5,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9921 & 0 \\ 0.0079 & 1 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} a_{2,0;3,0} & a_{2,0;3,1} \\ a_{2,1;3,0} & a_{2,1;3,1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0.7158 & 0.4810 \\ 0.2840 & 0.5195 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_{2,0;4,0} & a_{2,0;4,1} \\ a_{2,1;4,0} & a_{2,1;4,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9547 & 0.0284 \\ 0.0473 & 0.9715 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} a_{3,0;1,0} & a_{3,0;1,1} \\ a_{3,1;1,0} & a_{3,1;1,1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0.8660 & 0.1875 \\ 0.1344 & 0.8132 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_{3,0;2,0} & a_{3,0;2,1} \\ a_{3,1;2,0} & a_{3,1;2,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8850 & 0.0505 \\ 0.1161 & 0.9495 \end{pmatrix}, \\ (b_{4,0} \quad b_{4,1})^T &= (0.6987 \quad 0.3041)^T, (b_{5,0} \quad b_{5,1})^T = (0.4206 \quad 0.5813)^T \\ (L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_4 \quad L_5) &= (0.3210 \quad 0.2370 \quad 0.1868 \quad 0.0042 \quad 0.2540). \end{aligned}$$

将上述学习的参数代入式(15)便可计算出图 3 的 JPD,计算结果如表 2 所示。

表 2 图 3 的 JPD
Tab.2 The JPD of Fig. 3

状态组合	概率	状态组合	概率	状态组合	概率	状态组合	概率
$X_{1,0}X_{2,0}X_{3,0}B_{4,0}B_{5,0}$	0.227 3	$X_{1,0}X_{2,1}X_{3,0}B_{4,0}B_{5,0}$	0.017 4	$X_{1,1}X_{2,0}X_{3,0}B_{4,0}B_{5,0}$	0.006 9	$X_{1,1}X_{2,1}X_{3,0}B_{4,0}B_{5,0}$	0.000 2
$X_{1,0}X_{2,0}X_{3,0}B_{4,0}B_{5,1}$	0.079 8	$X_{1,0}X_{2,1}X_{3,0}B_{4,0}B_{5,1}$	0	$X_{1,1}X_{2,0}X_{3,0}B_{4,0}B_{5,1}$	0.123 5	$X_{1,1}X_{2,1}X_{3,0}B_{4,0}B_{5,1}$	0.005 7
$X_{1,0}X_{2,0}X_{3,0}B_{4,1}B_{5,0}$	0.017 2	$X_{1,0}X_{2,1}X_{3,0}B_{4,1}B_{5,0}$	0.041 8	$X_{1,1}X_{2,0}X_{3,0}B_{4,1}B_{5,0}$	0.000 1	$X_{1,1}X_{2,1}X_{3,0}B_{4,1}B_{5,0}$	0.001 6
$X_{1,0}X_{2,0}X_{3,0}B_{4,1}B_{5,1}$	0.001 0	$X_{1,0}X_{2,1}X_{3,0}B_{4,1}B_{5,1}$	0.000 3	$X_{1,1}X_{2,0}X_{3,0}B_{4,1}B_{5,1}$	0.005 9	$X_{1,1}X_{2,1}X_{3,0}B_{4,1}B_{5,1}$	0.016 2
$X_{1,0}X_{2,0}X_{3,1}B_{4,0}B_{5,0}$	0.030 7	$X_{1,0}X_{2,1}X_{3,1}B_{4,0}B_{5,0}$	0.007 9	$X_{1,1}X_{2,0}X_{3,1}B_{4,0}B_{5,0}$	0.001 7	$X_{1,1}X_{2,1}X_{3,1}B_{4,0}B_{5,0}$	0.003 2
$X_{1,0}X_{2,0}X_{3,1}B_{4,0}B_{5,1}$	0.010 5	$X_{1,0}X_{2,1}X_{3,1}B_{4,0}B_{5,1}$	0.000 5	$X_{1,1}X_{2,0}X_{3,1}B_{4,0}B_{5,1}$	0.142 8	$X_{1,1}X_{2,1}X_{3,1}B_{4,0}B_{5,1}$	0.045 5
$X_{1,0}X_{2,0}X_{3,1}B_{4,1}B_{5,0}$	0.001 8	$X_{1,0}X_{2,1}X_{3,1}B_{4,1}B_{5,0}$	0.038 4	$X_{1,1}X_{2,0}X_{3,1}B_{4,1}B_{5,0}$	0	$X_{1,1}X_{2,1}X_{3,1}B_{4,1}B_{5,0}$	0.027 2
$X_{1,0}X_{2,0}X_{3,1}B_{4,1}B_{5,1}$	0.000 1	$X_{1,0}X_{2,1}X_{3,1}B_{4,1}B_{5,1}$	0.005 1	$X_{1,1}X_{2,0}X_{3,1}B_{4,1}B_{5,1}$	0.014 4	$X_{1,1}X_{2,1}X_{3,1}B_{4,1}B_{5,1}$	0.134 3

注意到表2所示的概率值的和为1.009,造成上述概率值和不为1的原因是,本文所采用的梯度下降法是对精确值逐步逼近的方法,所学参数存在一定的退出误差,最终导致误差率为0.9%,但这样的低误差率对于应用表2中的概率值做统计推断的影响甚微。

5 结束语

本文针对利用领域知识求解多值动态不确定因果图的JPD所涉及的领域因果图的概率分布表达式构造难度大这一问题,提出了一种基于图分解的推理算法,该算法简化了领域因果图的JPD表达式的构造过程,从而提高了模型的推理效率,在得出算法的过程中证明了M-DUCG的JPD表达式的系数部分满足“归一性”,该定理也可作为现有逻辑解环结果的检验准则,本文理论部分主要针对DCG情形的M-DUCG,对于DAG情形,该算法同样适用。但应当指出,该算法对于M-DUCG的JPD表达式的系数部分的构造是以整体形式呈现的,文中并未得到能推理出系数部分具体形式的算法,这也是下一步的研究方向。

参考文献:

- [1] JIANG W, TANG H B. Distribution line parameter estimation considering dynamic operating states with a probabilistic graphical model[J]. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 2020, 121(c): 1-9.
- [2] LIU Q, WU R Z, CHEN E H, et al. Fuzzy cognitive diagnosis for modelling examinee performance[J]. *ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology*, 2018, 9(4): 1-26.
- [3] KOSHKY Y, NOVOTNY M A. Toward sampling from undirected probabilistic graphical models using a d-wave quantum annealer[J]. *Quantum Information Processing*, 2020, 19(10): 353-376.
- [4] ZHU M R, LI J, WANG N A, et al. Learning deep patch representation for probabilistic graphical model-based face sketch synthesis[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2021, 129(6): 1820-1836.
- [5] HE Z B, ZHOU J X. Inference attacks on genomic data based on probabilistic graphical models[J]. *Big Data Mining and Analytics*, 2020, 3(3): 225-233.
- [6] WU G H, TONG J J. Research on rapid source term estimation in nuclear accident emergency decision for pressurized water reactor based on Bayesian network[J]. *Arabian Journal of Geosciences*, 2021, 53(8): 2534-2546.
- [7] MIROSLAV S, JANA M, DIMITRIS D. Bayesian network application for the risk assessment of existing energy production units[J]. *Pathology and Immunopathology Research*, 2018, 169: 312-320.
- [8] MAURO S, ANTONIO S, FABIO S. A survey on Bayesian network structure learning from data[J]. *Progress in Artificial Intelligence*, 2019, 8(4): 425-439.
- [9] JUNIOR C, WILEGES B, NASSAR S M. MCMC-Fuzzy: A fuzzy metric applied to Bayesian network structure learning[J]. *Journal of Computer Science*, 2018, 14(8): 1115-1125.
- [10] ZHANG D, LIU Q, YAN H, et al. A matrix analytic approach for Bayesian network modeling and inference of a manufacturing system[J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 2021, 60: 202-213.
- [11] 张勤. DUCG:一种新的动态不确定因果知识的表达和推理方法(I):离散、静态、证据确定和有向无环图情况[J]. *计算机学报*, 2010, 33(4): 625-651.
ZHANG Q. DUCG: A new approach to expression and inference of knowledge about dynamic uncertain causality graph (I): discrete, static, evidence determining, and directed acyclic graph cases[J]. *Journal of computer*, 2010, 33(4): 625-651.
- [12] ZHANG Q. Dynamic uncertain causality graph for knowledge representation and probabilistic reasoning: directed cyclic graph and joint probability distribution[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 26(7): 1503-1517.
- [13] 赵越,董春玲,张勤. 动态不确定因果图用于复杂系统故障诊断[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2016, 56(5): 530-537.
ZHAO Y, DONG C L, ZHANG Q. Dynamic uncertain causality graph for complex system failure diagnosis[J]. *Journal of Tsinghua University (Natural Science)*, 2016, 56(5): 530-537.
- [14] 曲彦光,张勤,朱群雄. 动态不确定因果图在化工系统动态故障诊断中的应用[J]. *智能系统学报*, 2015, 10(3): 354-361.
QU Y G, ZHANG Q, ZHU Q X. Application of dynamic uncertain causality graph to the diagnosis of dynamic failures in chemical systems[J]. *Journal of Intelligent Systems*, 2015, 10(3): 354-361.
- [15] 焦洋,张湛,黄晓明,等. 基于动态不确定因果图人工智能诊断模型对以关节痛为主诉风湿性疾病的诊断价值[J]. *中华临床免疫和变态反应杂志*, 2019, 13(4): 283-287.
JIAO Y, ZHANG Z, HUANG X M, et al. Diagnostic value of an artificial intelligence diagnostic model based on dynamic

- uncertain causality graph for rheumatic diseases with arthralgia as chief complaint[J]. Chinese Journal of Clinical Immunology and Allergy, 2019, 13(4): 283-287.
- [16] 包新杰, 范阳华, 张湛, 等. 动态不确定因果图(DUCG)在鞍区疾病中的诊断价值[J]. 中国微侵袭神经外科杂志, 2018, 23(6): 249-253.
- BAO X J, FAN Y H, ZHANG Z, et al. Diagnostic value of dynamic uncertain causality graph (DUCG) in saddle area disease [J]. Chinese Journal of Microinvasive Neurosurgery, 2018, 23(6): 249-253.
- [17] ZHANG Q, DONG C L, YAN C, et al. Dynamic uncertain causality graph for knowledge representation and probabilistic reasoning: statistics base, matrix, and application[J]. IEEE transactions on neural networks and learning systems, 2014, 25(4): 645-663.
- [18] QIU K, ZHANG Q. The M-DUCG methodology to calculate the joint probability distribution of directed cycle graph with local data and domain causal knowledge[J]. IEEE Access, 2021, 9: 36087-36099.
- [19] 李航. 统计学习方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2019.
- LI H. Statistical learning methods[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2019.

Research on Inference Algorithm of Multivalued Dynamic Uncertain Causality Graph

ZHENG Hai, WANG Hongchun

(School of Mathematical Science, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract: In order to solve the joint probability distribution of Multivalued Dynamic Uncertain Causality Graph with domain knowledge, it is difficult to construct the probability distribution expression of domain causal graphs. An inference algorithm based on graph decomposition is proposed from two kinds of cyclic causal graphs, which greatly simplifies the construction of global probability distribution expression, effectively reduces the difficulty of constructing probability distribution expression of domain causal graphs, and improves the inference efficiency of multi-valued dynamic uncertain causal graphs.

Keywords: multivalued dynamic uncertain causality graph; directed cyclic graph; reasoning algorithm; parameter learning; probabilistic reasoning

(责任编辑 黄 颖)