

基于圆弧曲线迁移率模型的生物地理学优化算法*

张 祥¹, 刘晓宇²

(1. 重庆师范大学 数学科学学院; 2. 重庆国家应用数学中心, 重庆 401331)

摘要: 迁移操作是生物地理学优化(biogeography-based optimization, BBO)算法中的核心部分, 通过改进迁移率模型可以更好地实现信息交换, 从而提升算法的全局搜索能力。针对传统 BBO 算法采用线性迁移率模型搜索能力弱的问题, 提出了一种迁入(迁出)率函数曲线随物种数量变化呈先平缓递减(或递增)再快速递减(或递增)的圆弧曲线迁移率模型, 能更好地在全局范围内寻优。介绍了 BBO 算法的原理及过程, 建立了该算法核心的迁移率模型, 并将该模型下的 BBO 算法与线性、余弦和双曲正切变型迁移率模型下的 BBO 算法进行对比。数值实验部分对 12 个典型的测试函数进行优化性能测试及对比分析, 结果显示: 相较于线性、余弦和双曲正切变型迁移率模型, 圆弧曲线迁移率模型下的 BBO 算法在寻优最小值、平均最小值和方差性能等指标上均有一定的提升。

关键词: 生物地理学优化算法; 迁移率模型; 非线性迁移; 圆弧曲线函数

中图分类号: O229

文献标志码: A

文章编号: 1672-6693(2024)05-0018-11

随着社会进步和科技不断发展, 工程设计、生产管理、国防等重要领域的最优化问题引起了学者们的广泛关注, 相继提出了基于梯度的传统优化方法和基于客观世界中自然现象的智能优化算法来求解最优问题。由于智能优化算法以计算机迭代计算为基础, 可以通过全局探索和局部开发来寻找最优解进而解决实际问题, 从而成为现代比较新颖的数学计算方法。1975 年, Holland^[1] 模拟生物进化论提出了遗传算法(genetic algorithm, GA); 随后 Dorigo 等人^[2] 通过模拟自然界蚂蚁寻径的行为提出了蚁群(ant colony optimization, ACO)算法; Kennedy 等人^[3] 基于鸟群觅食行为提出了粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)算法。除此之外, Wallace^[4] 和 Darwin^[5] 早在 19 世纪就通过研究生物物种的栖息地分布、迁移和灭绝规律而提出了生物地理学理论。基于上述理论, 学者 Simon^[6] 于 2008 年首次提出了基于线性模型的迁移操作来模拟自然界中生物群体迁移规律的生物地理学优化(biogeography-based optimization, BBO)算法。该算法与几种经典算法的求解机制对比见表 1。

表 1 BBO 算法与经典算法的求解机制对比

Tab. 1 Comparison of solution mechanisms between BBO and classical algorithms

算法名称	求解机制
GA	通过编码后染色体之间的交叉变异操作来实现求解
ACO 算法	通过蚂蚁之间的路径构建与信息素的交换和相互协作来实现求解
PSO 算法	通过调整粒子的速度和位置方向来实现求解
BBO 算法	通过迁入率和迁出率对栖息地进行迁移操作和变异操作来实现求解

BBO 算法原理简单、参数较少, 并且具有良好的收敛性和鲁棒性, 一经提出就吸引了众多国内外学者的研

* 收稿日期: 2023-06-06 修回日期: 2024-06-25 网络出版时间: 2024-11-11T10:26

资助项目: 重庆市社会科学规划培育项目(No. 2021PY50); 国家自然科学基金青年科学基金项目(No. 12401699); 重庆市教育委员会科学技术研究项目(No. KJQN202200543); 重庆市自然科学基金创新发展联合基金重点项目(No. CSTB2023NSCQ-LZX0037); 国家重点研发计划重点专项(No. SQ2023YFA1000183); 重庆市研究生科研创新项目(No. CYS23414)

第一作者简介: 张祥, 男, 研究方向为最优化理论与算法, E-mail: 441455499@qq.com; 通信作者: 刘晓宇, 女, 讲师, 博士, E-mail: xylu@cqnu.edu.cn

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/50.1165.N.20241108.1904.009>

究,并被广泛应用于各种领域。马海平等人^[7]在传统线性迁移率模型基础上提出了指数迁移率模型、二次迁移率模型和余弦迁移率模型,并在 8 个测试函数上进行比较分析,得出了接近自然规律的迁移率模型性能要优于简单的线性迁移率模型这一结论。Ma 等人^[8]还通过 23 个维度广泛、复杂度不同的基准函数研究了基于 6 种不同迁移率模型的算法性能,得出了正弦偏移曲线迁移率模型性能更优的结论。吴斌等人^[9]提出了基于迁移地的选择模式(以迁出率高的栖息地为主导或者以迁入率高的栖息地为主导)和迁移量的规模(单变量和部分变量)的 4 种迁移方式,并通过测试得出以迁入为主导的部分迁移式算子优化效果最好的结论。陈道君等人^[10]采用余弦迁移率模型、混合迁移算子、基于柯西分布的变异算子和相似体检测技术等策略来提高 BBO 算法的性能,并将改进后的 BBO 算法应用于解决风电并网电力系统的多目标发电调度问题。Bansal 等人^[11]引入了 BBO 算法中的迁移、变异算子之外的一种中断算子,以提高 BBO 中的勘探和开发能力,并应用于电气工程背景下的最优潮流优化问题。Zhao 等人^[12]提出了两阶段的差分 BBO 算法,其中两阶段迁移率模型满足进化早期的种群多样性并加快进化后期的种群收敛速度,而引入高斯变异算子使种群能够有效地跳出局部最优。王雅萍等人^[13]针对原始 BBO 算法因采用线性迁移率模型而产生的适应性不足问题,提出了 Logistic 函数、三次多项式函数以及双曲正切函数非线性迁移率模型,并对 17 个典型的基准函数进行优化性能测试后得出了双曲正切函数的迁移率模型更贴近于自然规律的结论。Giri 等人^[14]通过使用自适应邻域结构提高了算法全局搜索能力,其中迁入栖息地可以通过分享局部最优栖息地和全球最优栖息地的信息来更新特征,该改进能够避免算法过早陷入局部最优。葛强等人^[15]将差分变异算子和自适应微扰动因子结合形成新的迁移算子,并将高斯变异和柯西变异相结合来改进变异算子,最后实验表明该算法在收敛速度、寻优精度和稳定性等方面都有很大程度的提升。

BBO 算法具有简单、易操作、易实现、参数少、全局搜索能力较强、能解决复杂的实际问题等优势,它的性能取决于迁移和变异算子。为了进一步提升 BBO 算法的全局搜索能力以寻找到最优解,本文提出了一种新的迁移率模型,即圆弧曲线迁移率模型,并将它与线性、余弦和双曲正切变型迁移率模型在 12 个经典测试函数上进行了对比分析。

1 BBO 算法

1.1 基本原理

BBO 算法通过采用线性或非线性模型的迁移操作来模拟自然界中生物群体的迁移规律,即随着物种数量的增加,迁入率呈线性递减趋势,且迁出率呈线性递增趋势;利用变异操作模拟自然灾害等因素对栖息地的影响,是一类新兴的具有算子适用性特征的智能进化算法。

栖息地适应度指数(habitat suitability index, HSI)是用来评估 1 个栖息地适合物种生存程度的量,它的值越大则表明栖息地越适合物种生存。HSI 由许多因素构成,包括温度、降雨量、植被和地质的多样性、土地面积等。这些影响 HSI 的因素被称为适宜度指数变量(suitability index variables, SIV)。由于栖息地的资源有限,通常适宜度高的栖息地包含了较多物种,即生存空间趋于饱和,因而本地物种有较大的可能性迁出到其他栖息地,同时外来物种的迁入率较低;而适宜度低的栖息地包含了较少物种,即生存空间饱和度低,因而外来物种有较大的可能性迁入本地且再迁出的可能性较小。此外,自然灾害等大变动事件也可能会改变栖息地的状态,从而影响到 HSI 的值。

下面用数学模型描述 BBO 算法。假设某栖息地容纳物种数量为 n 的概率为 P_n , $P_n(t)$ 表示在 t 时刻物种数量为 n 的概率,则从 t 时刻到 $t + \Delta t$ 时刻,概率 $P_n(t)$ 变为 $P_n(t + \Delta t)$ ^[6]:

$$P_n(t + \Delta t) = P_n(t)(1 - \lambda_n \Delta t - \mu_n \Delta t) + P_{n-1}(t)\lambda_{n-1} \Delta t + P_{n+1}(t)\mu_{n+1} \Delta t. \quad (1)$$

其中: λ_n, μ_n 分别为当前栖息地物种数量为 n 时的迁入率和迁出率。

由式(1)可知,如果要满足栖息地在 $t + \Delta t$ 时刻的物种数量仍为 n ,则必须满足下列条件之一^[6]:

- 1) 当前栖息地在 t 时刻的物种数量为 n ,并且在接下来的 Δt 时间内不发生迁移;
- 2) 当前栖息地在 t 时刻的物种数量为 $n - 1$,并且在接下来的 Δt 时间内有 1 个物种迁入;
- 3) 当前栖息地在 t 时刻的物种数量为 $n + 1$,并且在接下来的 Δt 时间内有 1 个物种迁出。

当 Δt 足够小时,可忽略该时间区间内物种发生迁移超过 1 次的概率。令 $\Delta t \rightarrow 0$,则有:

$$P_n = \begin{cases} -(\lambda_n + \mu_n)P_n + \mu_{n+1}P_{n+1}, n=0; \\ -(\lambda_n + \mu_n)P_n + \lambda_{n-1}P_{n-1} + \mu_{n+1}P_{n+1}, 1 \leq n \leq m-1; \\ -(\lambda_n + \mu_n)P_n + \lambda_{n-1}P_{n-1}, n=m. \end{cases} \quad (2)$$

其中: m 表示单个栖息地能够容纳的最大物种数量。

进一步,由式(2)有,当某一栖息地的物种数量处于稳定状态时,可得到对应的概率为^[8]:

$$P_n = \begin{cases} \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^m \frac{\lambda_0 \lambda_1 \cdots \lambda_{i-1}}{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_i}}, n=0; \\ \frac{\lambda_0 \lambda_1 \cdots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n \left(1 + \sum_{i=1}^m \frac{\lambda_0 \lambda_1 \cdots \lambda_{i-1}}{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_i}\right)}, 1 \leq n \leq m. \end{cases} \quad (3)$$

由式(3)可得物种数量 n 与对应概率 P_n 之间的关系见图 1,其中 n_0 为迁入率等于先出率的平衡点。

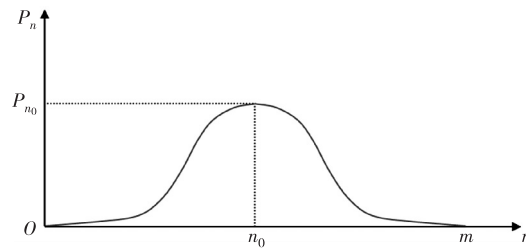


图 1 物种数量 n 与对应概率 P_n 的关系

Fig. 1 Relationship between the number of species n and their probability P_n

1.2 算法流程

原迁移率模型与新迁移率模型下的 BBO 算法具体流程见图 2。

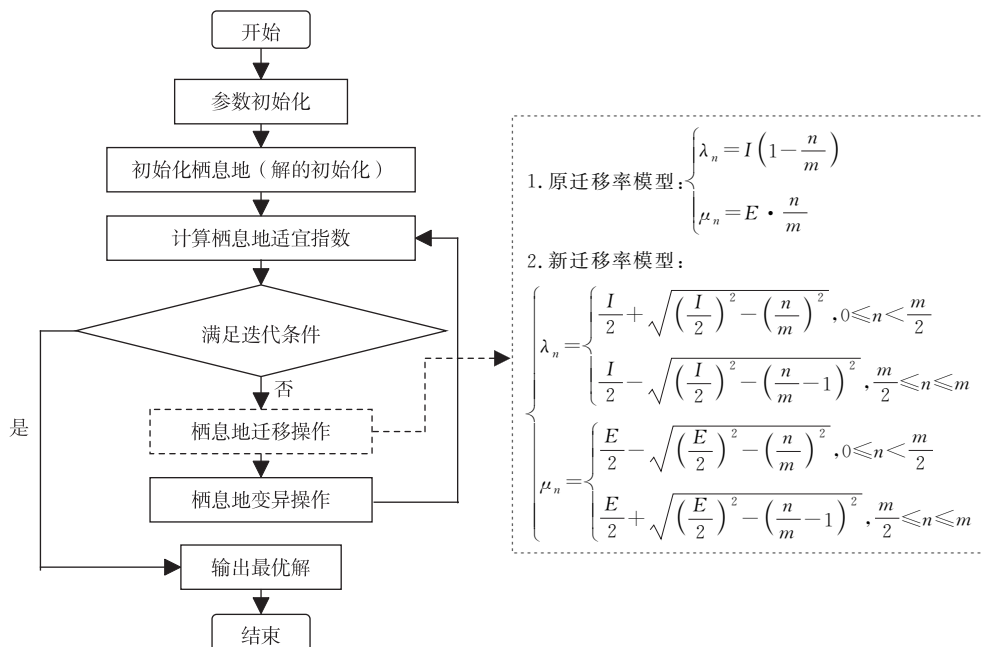


图 2 BBO 算法流程图

Fig. 2 Biogeography-based optimization algorithm flowchart

2 算法的迁移和变异

2.1 迁移率模型

迁移操作是 BBO 算法最核心的组成部分,栖息地个体主要通过物种迁移机制来实现与其他栖息地之间的

信息交换。而迁移中最重要的一步就是寻找到合适的迁移率模型。

原始的 BBO 算法采用线性迁移率模型,不能很好地适应自然界中物种迁移的规律。因此,学者们在原始模型基础上相继提出了余弦迁移率模型和双曲正切变型迁移率模型。虽然在这 2 种模型下算法的性能都有所提高,但算法的全局搜索能力仍存在不足。为了使算法的全局搜索能力及收敛性得到进一步提升,本文提出了一种全新的非线性迁移率模型——圆弧曲线迁移率模型。该模型与原始迁移率模型的变化趋势一致,只是迁入率下降和迁出率上升的平缓度不同,见图 3。定义迁入率为 λ ,迁出率为 μ 。在 λ 和 μ 分别小于最大迁入率 I 和最大迁出率 E 的情况下, λ 和 μ 会随着物种数量 n 的变化而变化,直至 $\lambda=\mu$ 时,达到平衡状态。

本文取 $m=50, I=1, E=1$ 。首先考虑 λ 随 n 的变化规律,当 $n=0$ 时,该栖息地生存竞争压力小,外来物种逐渐迁入, λ 将逐渐达到最大值 I ;随着物种不断迁入栖息地,物种能获得的各种资源越来越少,竞争压力就越来越大, λ 又将逐渐减小;最后栖息地生存空间达到饱和状态,即该栖息地内物种数量达到最大值 m ,此时 λ 变为最小值 0。接下来考虑 μ 随 n 的变化规律,当 $n=0$ 时,显然不会发生迁出现象,即 μ 为最小值 0;而随着该栖息地的物种不断增加,物种能获得的各种资源越来越少,物种间的竞争压力也越来越大,导致该栖息地的 μ 逐渐增大;最后该栖息地生存空间达到饱和状态,即能够容纳的物种数量达到最大值 m 时, μ 达到最大值 E 。当 $\lambda=\mu$ 时,该栖息地的物种数量达到平衡。

由此可得出各种迁移率模型的数学表达式,见表 2。

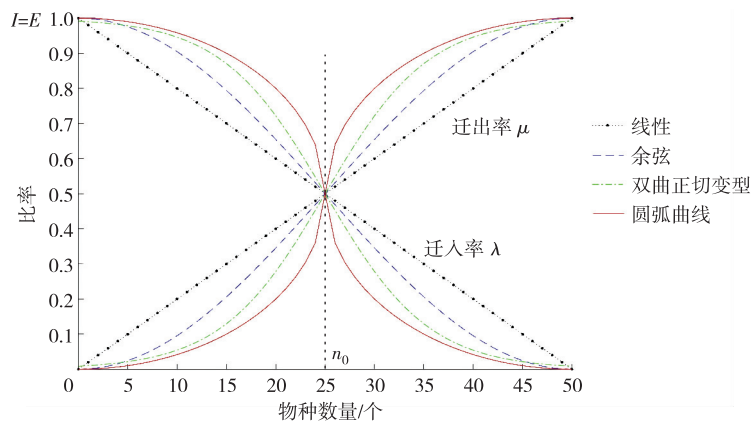


图 3 线性、余弦、双曲正切变型和圆弧曲线迁移率模型图

Fig. 3 Linear/cosine/hyperbolic tangent variant/arc curve mobility model diagram

表 2 不同迁移率模型的数学表达式

Tab. 2 Mathematical expressions for different mobility models

迁移率模型类型		λ_n	μ_n
线性		$\lambda_n = I \left(1 - \frac{n}{m} \right)$	$\mu_n = E \cdot \frac{n}{m}$
余弦		$\lambda_n = \frac{I}{2} \left(\cos \left(\frac{n\pi}{m} \right) + 1 \right)$	$\mu_n = \frac{E}{2} \left(-\cos \left(\frac{n\pi}{m} \right) + 1 \right)$
双曲正切变型		$\lambda_n = \frac{I}{2} \left(\frac{e^{-\frac{n-m}{2}} - e^{-\frac{-n+m}{2}}}{e^{-\frac{n-m}{2}} + e^{-\frac{-n+m}{2}}} + 1 \right), e=1, 1$	$\mu_n = \frac{E}{2} \left(\frac{e^{\frac{n-m}{2}} - e^{-\frac{-n+m}{2}}}{e^{\frac{n-m}{2}} + e^{-\frac{-n+m}{2}}} + 1 \right), e=1, 1$
圆弧曲线		$\lambda_n = \begin{cases} \frac{I}{2} + \sqrt{\left(\frac{I}{2} \right)^2 - \left(\frac{n}{m} \right)^2}, & 0 \leq n < \frac{m}{2} \\ \frac{I}{2} - \sqrt{\left(\frac{I}{2} \right)^2 - \left(\frac{n}{m} - 1 \right)^2}, & \frac{m}{2} \leq n \leq m \end{cases}$	$\mu_n = \begin{cases} \frac{E}{2} - \sqrt{\left(\frac{E}{2} \right)^2 - \left(\frac{n}{m} \right)^2}, & 0 \leq n < \frac{m}{2} \\ \frac{E}{2} + \sqrt{\left(\frac{E}{2} \right)^2 - \left(\frac{n}{m} - 1 \right)^2}, & \frac{m}{2} \leq n \leq m \end{cases}$

对比图 3 中 4 种模型的图像可知,线性迁移率模型的 λ 和 μ 都是均匀变化,显然不符合自然规律;余弦迁移率模型的变化情况是随着 n 的增大, λ 变化呈先慢后快的趋势,当过了平衡点后又呈先快后慢的趋势;双曲正切变型迁移率模型和圆弧曲线迁移率模型的变化趋势均与余弦迁移率模型的相似,但二者的变化幅度更缓和些。相较于其他迁移模型,本文提出的圆弧曲线迁移率模型的 λ 在 n 较小或接近饱和状态时,下降的变化幅度更加缓和,平衡点附近下降得更快; μ 上升的变化趋势与 λ 相同。经过大量的数值实验得出该模型能较好地反映出生态系统迁移的本质,增加了物种的多样性和全局搜索的能力。

2.2 变异算子

变异是模拟栖息地生态环境物种的突变,改变栖息地物种的数量,为栖息地提供物种的多样性,为算法提供更多的搜索目标。栖息地的突变概率与物种某一数量对应的概率成反比^[6]。物种数量为 n 的栖息地发生变异的概率 P_{mut}^n 为:

$$P_{mut}^n = P_{mut}^{\max} \left(1 - \frac{P_n}{P_{\max}} \right). \quad (9)$$

其中: $P_{mut}^{\max}$ 为所定义变异概率的最大值, $P_{\max}$ 为所有 P_n 中的最大值。图 4 为线性、圆弧曲线迁移率模型下的稳态概率和变异概率图,其中 $m=50$, $P_{mut}^{\max}=0.1$ 。

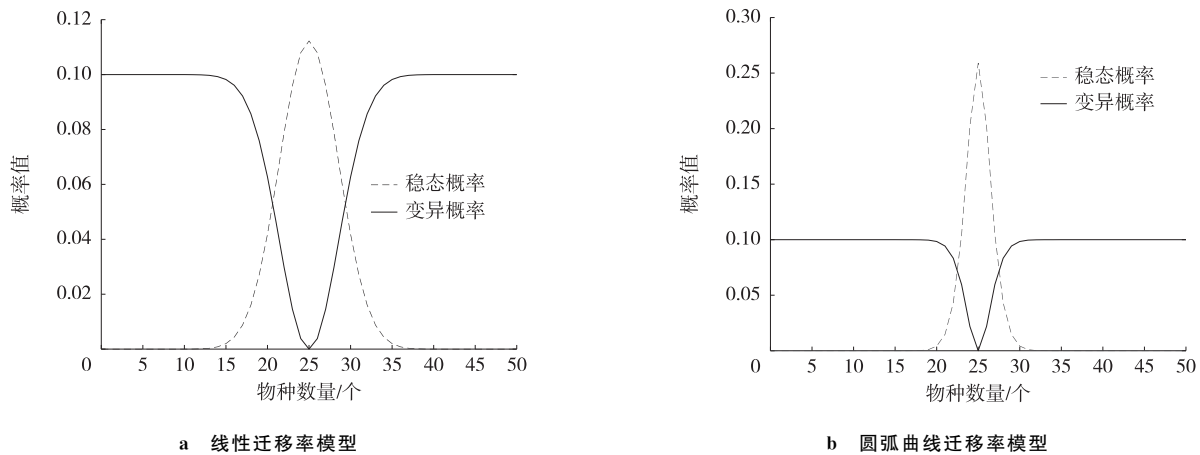


图 4 当 $m=50$ 时对应的稳态概率和变异概率

Fig. 4 When $m=50$, the corresponding steady-state probability and mutation probability

3 数值实验及结果分析

3.1 测试函数

主要选取了国际进化计算会议提供的 12 个测试函数,其中 $f_1 \sim f_5$ 为高维单峰函数,它们的全局最优值都为 0,用于对比模型的收敛精度和稳定性;为了对比模型的全局搜索能力,选取的 $f_6 \sim f_{12}$ 为有多个局部最小值的多峰函数,其中 f_{11} 为 2 维函数,它的全局最优值为 -959.640 7;其余为多维函数,全局最优值仅有 1 个且都为 0。在不同的迁移率模型下分别对各测试函数进行最优值的求解,测试函数具体信息如表 3 所示。

3.2 参数设置

为了对比各个迁移率模型下的算法性能,本文首先对算法的参数进行固定取值,其中初始化栖息地数量为 50,单个栖息地能容纳的最大物种数量 $m=50$,迁移率 $\mu=0.8$,最大迁入率 $I=1$,最大迁出率 $E=1$,最大迭代次数为 1 000。

3.3 不同模型下测试结果分析

本文测试结果在 Matlab 2016a 中求得,为了降低算法中随机因素的影响,4 个模型分别独立运行 30 次,得到最小值、最小值的平均值及方差性能指标,由于 BBO 算法中的变异算子能为栖息地提供物种的多样性,从而提升算法的搜索空间。所以寻找到的最优值受最大变异概率的影响很大,本文分别取 $P_{mut}^{\max}=0.1$ 和 $P_{mut}^{\max}=0.01$,得到不同迁移率模型下的性能指标结果见表 4 和表 5。

表 4 实验结果表明,在寻优的稳定性方面,即方差性能指标上,圆弧曲线迁移率模型在 8 个测试函数中均好于其他模型;在最小值和平均最小值方面,圆弧曲线迁移率模型比其他模型略好。就整体性能而言,圆弧曲线迁移率模型在高维单峰、多峰函数上的表现比双曲正切变型迁移率模型略好,但 4 个模型都很难跳出局部最优。

表 5 的实验结果表明,在改变最大变异概率后,各模型下的算法求解均显示:圆弧曲线迁移率模型选取的测试函数优势明显,即在最小值、平均最小值和方差指标方面,圆弧曲线迁移率模型都比其他模型好。就整体性能而言,圆弧曲线迁移率模型不仅在高维单峰函数上求解能力更强,而且在多维多峰函数上的表现也比其他模型好,这说明变异概率对算法求解的影响明显。

表 3 12 个典型测试函数基本信息

Tab. 3 Basic information of 12 typical test functions

函数名	目标函数	搜索范围	自变量维度	最优解
Sphere	$f_1 = \sum_{i=1}^D x_i^2$	$[-5, 5]$	50	0
Sum of Different Power	$f_2 = \sum_{i=1}^D x_i ^{i+1}$	$[-100, 100]$	30	0
Discus	$f_3 = 10^6 x_1^2 + \sum_{i=1}^D x_i^2$	$[-10, 10]$	50	0
High Conditioned Elliptic	$f_4 = \sum_{i=1}^D (10^6)^{\frac{i-1}{D-1}} x_i^2$	$[-100, 100]$	50	0
Zakharov	$f_5 = \sum_{i=1}^D x_i^2 + \left(\sum_{i=1}^D 0.5 i x_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^D 0.5 i x_i\right)^4$	$[-10, 10]$	50	0
Rosenbrock	$f_6 = \sum_{i=1}^{D-1} (100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2)$	$[-10, 10]$	20	0
Schwefel2.22	$f_7 = \sum_{i=1}^D x_i + \prod_{i=1}^D x_i $	$[-10, 10]$	30	0
Rastrigin	$f_8 = \sum_{i=1}^D (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10)$	$[-5.12, 5.12]$	20	0
Levy	$f_9 = \sin^2(\pi w_1) + \sum_{i=1}^{D-1} (w_i - 1)^2 (1 + 10 \cos^2(\pi w_i + 1)) + (w_D - 1)^2 (1 + \sin^2(2\pi w_D))$	$[-10, 10]$	30	0
Ackley	$f_{10} = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + \exp(1)$	$[-32.768, 32.768]$	50	0
Eggholder	$f_{11} = -(x_2 + 47) \sin\left(\sqrt{\left x_2 + \frac{x_1}{2} + 47\right }\right) - x_1 \sin\left(\sqrt{ x_1 - (x_2 + 47) }\right)$	$[-512, 512]$	2	-959.640 7
Griewank	$f_{12} = \sum_{i=1}^D \frac{x_i^2}{4\,000} - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	$[-600, 600]$	30	0

注: D 为维数。

表 4 当 $P_{\text{mut}}^{\text{max}}=0.1$ 时不同函数迁移率模型下的性能指标比较

Tab. 4 Comparison of performance indicators under different functional mobility models ($P_{\text{mut}}^{\text{max}}=0.1$)

测试函数	性能指标	线性迁移率模型	余弦迁移率模型	双曲正切变形迁移率模型	圆弧曲线迁移率模型
f_1	最小值	2.392E-02	2.402E-02	2.041E-02	2.027E-02
	平均最小值	3.353E-02	2.834E-02	2.751E-02	2.548E-02
	方差	2.835E-05	6.097E-06	2.916E-05	1.344E-05
f_2	最小值	4.937E-03	5.370E-03	7.537E-04	2.132E-03
	平均最小值	1.241E-01	3.767E-02	1.696E-02	2.910E-02
	方差	2.404E-02	3.750E-03	4.887E-04	1.539E-03
f_3	最小值	1.313E-01	1.023E-01	1.125E-01	9.834E-02
	平均最小值	2.295E-01	2.480E-01	2.198E-01	1.953E-01
	方差	8.936E-03	2.232E-02	9.841E-03	8.474E-03
f_4	最小值	3.065E+04	3.238E+04	2.928E+04	4.198E+04
	平均最小值	5.835E+04	5.785E+04	5.637E+04	5.451E+04
	方差	3.375E+08	3.944E+08	2.166E+08	5.790E+07
f_5	最小值	1.413E-06	5.919E-07	4.082E-07	7.175E-07
	平均最小值	8.296E-05	1.226E-04	1.153E-04	6.552E-05
	方差	2.414E-08	2.423E-08	2.645E-08	5.782E-09
f_6	最小值	1.300E+00	1.968E+00	3.521E+00	8.620E-01
	平均最小值	3.571E+01	3.840E+01	3.521E+01	3.462E+01
	方差	1.044E+03	1.144E+03	1.132E+03	1.086E+03
f_7	最小值	1.793E-01	1.581E-01	2.040E-01	1.911E-01
	平均最小值	2.510E-01	2.369E-01	2.503E-01	2.420E-01
	方差	1.610E-03	8.792E-04	8.608E-04	8.695E-04
f_8	最小值	9.957E+00	1.332E+01	1.493E+01	9.963E+00
	平均最小值	2.094E+01	2.457E+01	2.433E+01	2.396E+01
	方差	4.564E+01	9.618E+01	7.963E+01	1.205E+02
f_9	最小值	2.376E-03	2.866E-03	2.405E-03	2.722E-03
	平均最小值	9.575E-01	1.198E+00	1.177E+00	1.261E+00
	方差	8.799E-01	8.353E-01	8.454E-01	8.052E-01
f_{10}	最小值	1.013E+00	8.780E-01	8.522E-01	8.196E-01
	平均最小值	1.229E+00	1.104E+00	1.079E+00	1.015E+00
	方差	1.598E-02	1.668E-02	1.263E-02	1.038E-02
f_{11}	最小值	-959.640 7	-959.640 7	-959.640 7	-959.640 7
	平均最小值	-843.051 0	-869.255 8	-877.160 8	-891.055 2
	方差	1.188E+04	7.122E+03	6.219E+03	5.338E+03
f_{12}	最小值	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
	平均最小值	1.040E-05	4.815E-06	2.023E-06	2.847E-06
	方差	1.194E-09	1.720E-10	4.146E-11	3.689E-11

注:加粗的数字表示该项指标更好,下同。

基于 4 种不同迁移率模型的 BBO 算法,部分测试函数在 $P_{\text{mut}}^{\text{max}}=0.1$ 或 $P_{\text{mut}}^{\text{max}}=0.01$ 下迭代 1 000 次的适应度值对比图见图 5。由图 5 可知,函数适应度值越小,则求解越接近理论值,模型就越好。

表 5 当 $P_{\text{mut}}^{\text{max}}=0.01$ 时不同函数迁移率模型下的性能指标比较Tab. 5 Comparison of performance indicators under different functional mobility models ($P_{\text{mut}}^{\text{max}}=0.01$)

测试函数	性能指标	线性迁移率模型	余弦迁移率模型	双曲正切变形迁移率模型	圆弧曲线迁移率模型
f_1	最小值	1.599E-08	7.370E-09	7.225E-09	5.417E-09
	平均最小值	4.540E-08	1.894E-08	1.378E-08	1.344E-08
	方差	5.599E-16	8.762E-17	2.971E-17	3.264E-17
f_2	最小值	9.597E-22	1.334E-21	4.311E-21	1.328E-21
	平均最小值	2.247E-08	2.521E-09	4.491E-09	1.623E-09
	方差	7.138E-15	1.603E-16	5.887E-14	3.337E-17
f_3	最小值	2.413E-06	1.599E-07	1.387E-07	9.520E-08
	平均最小值	1.828E-01	2.310E-01	2.111E-01	2.074E-01
	方差	2.197E-01	2.303E-01	2.639E-01	1.159E-01
f_4	最小值	1.241E+00	1.198E+00	1.846E+00	6.245E-01
	平均最小值	7.631E+01	1.938E+02	2.000E+02	7.042E+01
	方差	9.192E+03	2.277E+05	1.673E+05	6.480E+03
f_5	最小值	1.720E-03	2.048E-05	2.623E-05	5.191E-06
	平均最小值	7.205E+00	9.571E+00	6.824E+00	5.368E+00
	方差	1.068E+02	3.290E+02	1.524E+02	8.412E+01
f_6	最小值	2.445E+00	7.574E-01	8.145E-01	2.483E+00
	平均最小值	5.146E+01	4.653E+01	4.570E+01	3.429E+01
	方差	3.027E+03	1.256E+03	2.532E+03	1.072E+03
f_7	最小值	1.683E-06	2.340E-06	1.239E-06	1.815E-06
	平均最小值	8.101E-06	8.982E-06	6.962E-06	8.103E-06
	方差	3.379E-11	4.699E-11	3.083E-11	1.966E-11
f_8	最小值	1.094E+01	1.094E+01	1.094E+01	9.950E+00
	平均最小值	2.295E+01	2.381E+01	2.325E+01	2.534E+01
	方差	9.325E+01	4.512E+01	5.192E+01	6.306E+01
f_9	最小值	1.103E-10	5.533E-11	1.156E-10	4.307E-11
	平均最小值	1.242E+00	1.244E+00	1.889E+00	1.509E+00
	方差	8.489E-01	9.752E-01	2.095E+00	1.732E+00
f_{10}	最小值	4.529E-04	3.636E-04	2.632E-04	2.266E-04
	平均最小值	7.144E-04	5.467E-04	4.885E-04	4.277E-04
	方差	2.923E-08	1.137E-08	1.558E-08	1.052E-08
f_{11}	最小值	-959.636 4	-959.640 7	-956.916 8	-959.632 0
	平均最小值	-869.836 5	-880.318 1	-854.646 4	-886.466 8
	方差	5.836E+03	7.052E+03	6.131E+03	3.841E+03
f_{12}	最小值	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
	平均最小值	1.660E-03	8.861E-04	7.788E-04	6.892E-04
	方差	1.049E-05	5.688E-06	5.304E-06	3.899E-06

在 4 种不同迁移率模型的 BBO 算法下,部分测试函数在 $P_{\text{mut}}^{\text{max}}=0.1$ 或 $P_{\text{mut}}^{\text{max}}=0.01$ 下独立运行 30 次得到每种模型的最小适应度值变化图,如图 6。由图 6 可知,折线图起伏越小,说明该模型下的 BBO 算法求解时越稳定;折线图位置越靠下,说明模型的求解精度越高。

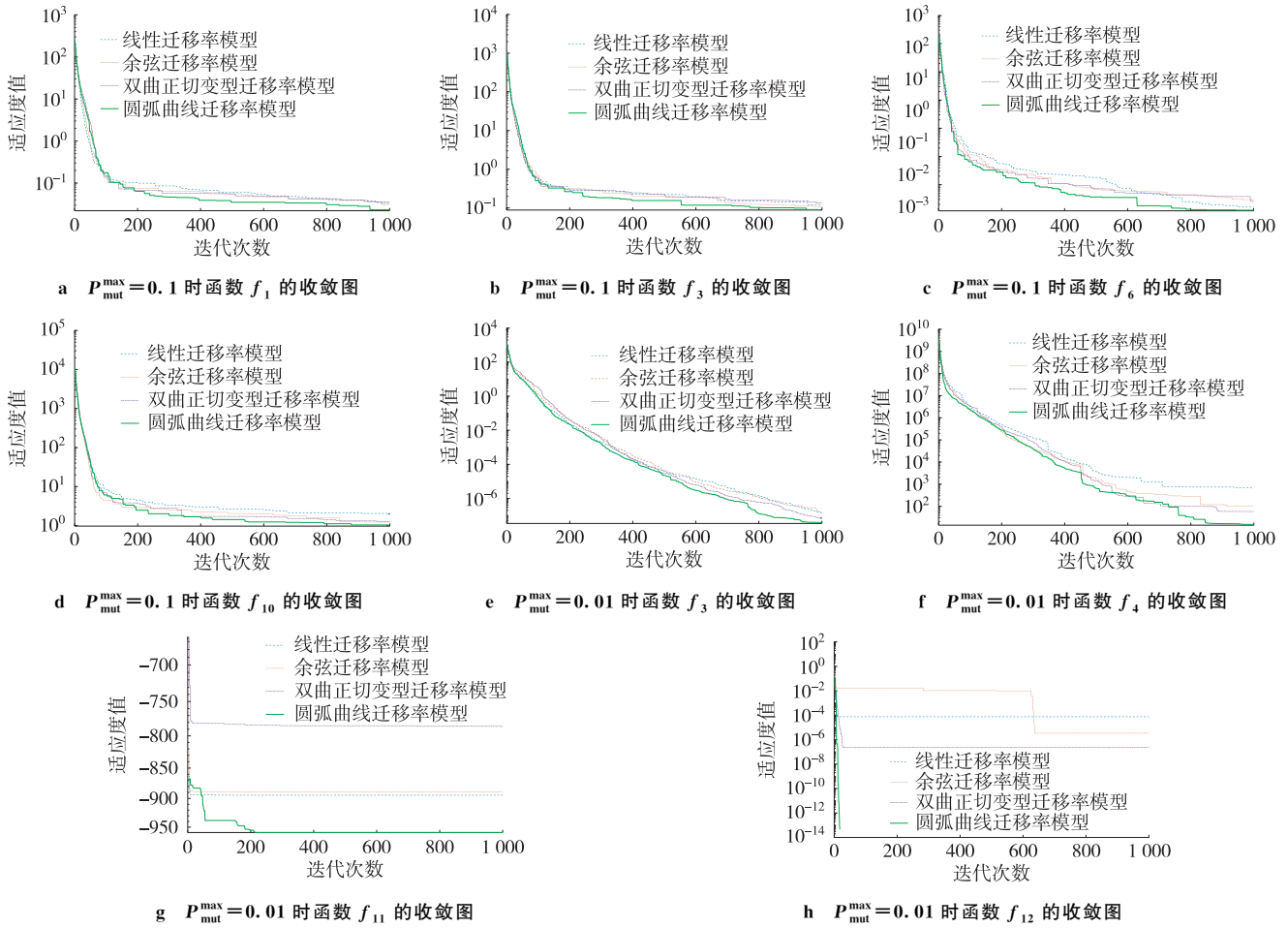


图 5 部分测试函数在不同迁移模型下的收敛图

Fig. 5 Convergence graph of partial test functions under different migration models

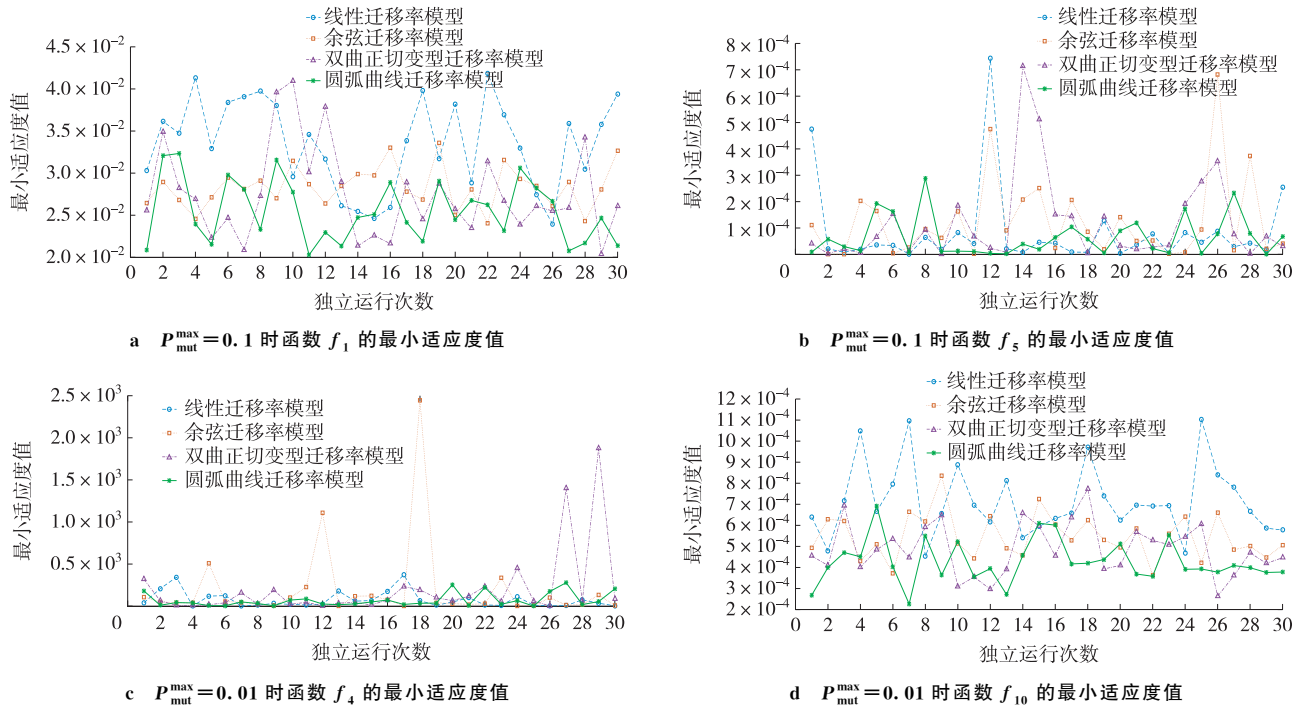


图 6 部分测试函数在不同模型下独立运行 30 次的最小适应度值图

Fig. 6 Graph of minimum fitness values of some test functions running independently for 30 times under different models

4 结束语

迁移率模型的选取对 BBO 算法的性能有明显的影响,选择性能更好的迁移率模型能更好地适应物种迁移规律。本文选取 12 个典型的测试函数,将提出的圆弧曲线迁移率模型与传统的线性、余弦及双曲正切变型迁移率模型进行性能对比,结果显示:改进后的 BBO 算法在求解选取的大部分测试函数最优值时,平均最优值和方差都好于其他模型,即基于圆弧曲线迁移率模型下的 BBO 算法在寻优精度和稳定性方面有一定优势。同时,变异概率的合理选取对研究算法性能也具有重要意义,后续可以进一步探索。

参考文献:

- [1] HOLLAND J H. Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence[M]. Cambridge: MIT Press, 1992.
- [2] DORIGO M, GAMBARDELLA L M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, 1(1): 53-66.
- [3] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization[C]//Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks, November 27-December 1, 1995, Perth, WA, Australia. Piscataway: IEEE, 1995, 4: 1942-1948.
- [4] WALLACE A R. The geographical distribution of animals (two volumes)[M]. Boston: Adamant Media Corporation, 2005.
- [5] DARWIN C R. On the origin of species[M]. London: Routledge, 2003.
- [6] SIMON D. Biogeography-based optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2008, 12(6): 702-713.
- [7] 马海平, 李雪, 林升东. 生物地理学优化算法的迁移率模型分析[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2009, 39(S1): 16-21.
MA H P, LI X, LIN S D. Analysis of migration rate models for biogeography-based optimization[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2009, 39(S1): 16-21.
- [8] MA H P. An analysis of the equilibrium of migration models for biogeography-based optimization[J]. Information Sciences, 2010, 180(18): 3444-3464.
- [9] 吴斌, 林锦国, 崔志勇. 生物地理学优化算法中迁移算子的比较[J]. 计算机工程与应用, 2012, 48(25): 61-64.
WU B, LIN J G, CUI Z Y. Comparative study of migration operator for biogeography-based optimization[J]. Computer Engineering and Applications, 2012, 48(25): 61-64.
- [10] 陈道君, 龚庆武, 乔卉, 等. 采用改进生物地理学算法的风电并网电力系统多目标发电调度[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(31): 150-158.
CHEN D J, GONG Q W, QIAO H, et al. Multi-objective generation dispatching for wind power integrated system adopting improved biogeography-based optimization algorithm[J]. Chinese Journal of Electrical Engineering, 2012, 32(31): 150-158.
- [11] BANSAL J C, FARSWAN P. A novel disruption in biogeography-based optimization with application to optimal power flow problem[J]. Applied Intelligence, 2017, 46(3): 590-615.
- [12] ZHAO F Q, QIN S, ZHANG Y, et al. A two-stage differential biogeography-based optimization algorithm and its performance analysis[J]. Expert Systems with Applications, 2019, 115: 329-345.
- [13] 王雅萍, 张正军, 颜子寒, 等. 基于改进的迁移率模型的生物地理学优化算法[J]. 计算机应用, 2019, 39(9): 2511-2516.
WANG Y P, ZHANG Z J, YAN Z H, et al. Biogeography-based optimization algorithm based on improved migration rate models[J]. Journal of Computer Applications, 2019, 39(9): 2511-2516.
- [14] GIRI P K, DE S S, DEHURI S. Adaptive neighbourhood for locally and globally tuned biogeography based optimization algorithm[J]. Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences, 2021, 33(4): 453-467.
- [15] 葛强, 李玉晶, 乔保军, 等. 微扰动和混合变异的差分生物地理学优化算法[J]. 计算机工程与设计, 2021, 42(2): 432-441.
GE Q, LI Y J, QIAO B J, et al. Differential biogeography optimization algorithm based on micro-perturbation and mixed variation[J]. Computer Engineering and Design, 2021, 42(2): 432-441.

Operations Research and Cybernetics

Biogeography-Based Optimization Algorithm with Circular Curve Mobility Model

ZHANG Xiang¹, LIU Xiaoyu²

(1. College of Mathematical Sciences, Chongqing Normal University;

2. National Center for Applied Mathematics in Chongqing, Chongqing 401331, China)

Abstract: The migration operation is a crucial part of Biogeography-based optimization (BBO) algorithm, and improving the migration rate model can enhance information exchange and the global search capability of the algorithm. To address the weak search capability issue of the traditional BBO using a linear migration rate model, a circular arc migration rate model is proposed, where the migration rate function curve gradually decreases (or increases) with the number of species and then rapidly decreases (or increases). This model performs better in achieving global optimization. Firstly, the principle and process of BBO are introduced, and the migration rate model, which is the core of the algorithm, is established. Finally, the BBO with the proposed circular arc migration rate model is compared and analyzed against the BBO with linear, cosine, and hyperbolic tangent migration rate models. Through performance testing and comparative analysis on 12 typical test functions, the results show that compared to the linear, cosine, and hyperbolic tangent migration rate models, the BBO with the circular arc migration rate model demonstrates improvements in terms of optimization minimum value, average minimum value, and variance performance indicators.

Keywords: biogeography-based optimization; migration rate model; nonlinear migration; arc curve function

(责任编辑 黄 颖)