

## 离散人工蜂群算法求解手术室护士排班问题\*

孙泽浩<sup>1</sup>, 李颖<sup>1</sup>, 白丹宇<sup>1</sup>, 杨洁<sup>1</sup>, 薛含钰<sup>1</sup>, 李波<sup>2</sup>

(1. 大连海事大学 航运经济与管理学院, 辽宁 大连 116026; 2. 辽宁省人民医院 心脏大血管外科, 沈阳 110011)

**摘要:** 医院手术的不确定性会直接影响手术室护士的工作时长, 导致他们经常加班, 身心健康受到影响。为了达到既保证手术室正常运行, 又能平衡护士的工作时长的目的, 研究考虑手术时长的手术室护士排班问题(operating-room nurse rostering problem, ONRP)。建立 ONRP 混合整数规划模型, 设计改进的离散人工蜂群算法求解不同规模问题。一方面, 所提出的算法对多数分目标有较强的优化能力; 另一方面, 该模型的求解效率明显优于商业求解器。经实验验证, 提出的算法能够在较短时间内为 ONRP 提供高质量的排班表。

**关键词:** 手术室护士; 护士排班问题; 离散人工蜂群算法; 混合整数规划

**中图分类号:** O221.6

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1672-6693(2025)02-0038-11

手术是医院运作的关键环节之一, 手术全流程会涉及全院 70% 的部门<sup>[1]</sup>, 流程是否顺利会对患者的周转效率和医院的整体服务质量产生直接影响。手术室护士作为手术过程中至关重要的医护人员, 一方面需要与主刀医生、麻醉师等团队成员密切配合, 确保手术顺利进行; 另一方面长期面对急危重症患者, 工作环境相对封闭, 高风险、高强度的工作使之精神压力巨大, 生物钟长期紊乱。此外, 与病房护士的工作不同, 手术室护士每天的工作时长取决于当天的手术情况, 是非固定的。在实际过程中, 若手术发生超时, 则会导致护士加班。频繁的加班不但直接影响护士们的休息时间, 还会使后续的排班管理变得更加复杂。因此, 如何科学合理地安排手术室护士的班次, 确保他们身心健康, 为患者提供优质及时的护理保障, 已经成为当前医疗管理领域亟待解决的难题之一。

国内外学者从不同角度对于护士排班问题(nurse rostering problem, NRP)展开了研究。部分学者专注于 NRP 在实际中的应用。Liu 等人<sup>[2]</sup>针对武汉血液透析中心的多等级 NRP 构建 0-1 整数规划模型, 并使用嵌入 3 种不同邻域的模拟退火算法进行求解。Aminoust 等人<sup>[3]</sup>提出了一种考虑疲劳因素的护士排班问题的数学模型, 并开发了一种混合遗传算法来提供 1 d 中所有 3 个班次的护士排班表。Nahand 等人<sup>[4]</sup>提出了一个考虑护士人为失误的多目标 NRP 模型, 其中护士的偏好班次、分配成本、违反软约束的惩罚成本和人为失误都被视为需要优化的目标, 并采用加权和方法对模型进行求解。Abdelaidoum 等人<sup>[5]</sup>为确保护士工作时间的公平分配, 提出了 2 种不同的建模方法, 旨在创建一个 8 周的循环班表。王月<sup>[6]</sup>提出了考虑决策者偏好的 NRP, 并构建了以总消耗成本最小的多周期排班模型。

另有学者则专注于采用不同方法求解 NRP。Chen 等人<sup>[7]</sup>使用蝙蝠算法和粒子群算法来解决 NRP, 并在算法中融合贪婪算法和决策树来生成更好的初始解。Hu 等人<sup>[8]</sup>提出了一种高效的分支定价算法, 用于解决多单元 NRP, 通过引入动态规划和支配规则来处理与时间相关的软约束。Turhan 等人<sup>[9]</sup>提出了一种整数规划和粒子群结合的算法, 解决了考虑不同护士之间技能和经验水平存在差异以及护士与单元分配的 NRP。Abdelghany 等人<sup>[10]</sup>提出了一种变邻域搜索与动态规划结合的混合算法, 以最小软约束违反为目标来解决 NRP。Muklason 等人<sup>[11]</sup>提出了一种基于强化学习与再加热模拟退火算法的超启发式方法, 成功应用于挪威医院的 NRP 求解。

但是, 现有的关于 NRP 的研究中仍存在一些不足: 大多数研究集中在病房护士的排班上, 并未将手术室护士作为一类特殊群体进行专门研究。此外, 病房护士的工作时长通常较为固定, 极少考虑加班的情况。本文针

\* 收稿日期: 2024-12-17 修回日期: 2025-03-01 网络出版时间: 2025-04-30 T09:10

资助项目: 国家自然科学基金面上项目(No. 62473069)

第一作者简介: 孙泽浩, 男, 研究方向为物流与供应链管理, E-mail: 984616990@qq.com; 通信作者简介: 白丹宇, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: mikebdy@126.com。

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/50.1165.N.20250429.1716.023>

对手术室护士排班问题(operating-room nurse rostering problem, ONRP),以极小化违反软约束加权和,即极大化排班表质量作为目标,建立了混合整数规划模型。为求解该问题,设计了离散人工蜂群(discrete artificial bee colony, DABC)算法,并通过数值实验验证了该算法的优越性。

### 1 问题描述

手术室护士在白天和夜晚的工作方式不同。在白天,医院在安排好当天的择期手术并分配到对应手术室后,安排手术室护士前往指定的手术室。根据手术需求和手术室相关规定,需要安排护士承担不同职责(如台上、巡回等),协助医生完成手术,并且直到该手术室最后一台手术结束后才能下班。护士在夜间的主要职责是应对急诊情况。由于急诊的突发性和不可预测性,医院需要确保随时有人能够及时响应。但为了避免人力资源的浪费,通常不会为这种不确定情况安排过多人员,医院会视情况安排少量护士上夜班。同时,医院会配备专门的急诊手术室以应对突发情况,因此夜班护士无需固定分配到特定手术室。

在 ONRP 中,需要把  $m$  个护士安排到周期  $h$  内的不同时间段并担任不同职责  $r$ 。其中排班周期  $h$  则多以周为单位,从 1 周到多周不等;班次分为白班和晚班,职责则根据班次类别分为白班职责  $r_1$  和晚班职责  $r_2$ 。由于手术大多在白天进行,因此被安排上白班的护士  $n$  会被分配到指定的手术室  $k$ ,分配相应的白班职责  $r_1$ ,并工作至该手术室当天最后一台手术结束。由于手术的不可中断性和手术过程的不确定性,白班护士常有加班情况,该护士  $d$  天内手术室  $k$  的工作时长为  $T_{dk}$ 。而被安排上夜班的护士则主要应对夜间急诊需求,需分配相应的夜班职责  $r_2$ ,但无需指定具体手术室。排班过程中,需要保证下夜班的护士至少休息 1 d,并且护士工作天数不超过规定天数  $W$ 。白天每个手术室  $k$  根据当天手术情况安排职责  $r_1$  的护士 1 到 2 人;夜班职责  $r_2$  的护士人数在  $L_r$  和  $U_r$  之间。此外,还需考虑护士们自己的休班期望  $v_{nd}$ ,医院的工作期望  $\omega_{ndr}^1$  和  $\omega_{ndr}^2$ ,护士不同班次的工作次数  $W_1$  和  $W_2$ ,护士的历史加班时长  $O_n$  等。本问题综合考虑了上述因素,最终求解结果为周期内所有护士的工作安排排班表,见表 1。其中包含了  $m$  名护士在 1 周内的工作安排情况。

表 1 手术室护士 1 周内的排班表  
Tab. 1 Example of operating room nurse roster

| 护士序号 | 周一        | 周二        | 周三        | ... | 周日        |
|------|-----------|-----------|-----------|-----|-----------|
| 1    | 夜/责 1     | —         | 白/室 1/责 1 | ... | 白/室 2/责 1 |
| 2    | —         | 夜/责 1     | —         | ... | 白/室 1/责 2 |
| ...  | 夜/责 2     | —         | 夜/责 2     | —   | 夜/责 1     |
| $n$  | 白/室 2/责 1 | 夜/责 2     | —         | ... | —         |
| ...  | —         | —         | 白/室 2/责 2 | ... | 夜/责 2     |
| $m$  | 白/室 1/责 2 | 白/室 2/责 1 | 白/室 1/责 2 | ... | 夜/责 2     |

### 2 数学模型

#### 2.1 模型说明

本文研究的问题为手术室护士排班的一般情况。所有护士不区分技能和级别,手术室全部可用且满载,手术时长可根据以往规律预估。

#### 2.2 集合和参数

$N$  表示护士集合,  $n \in N = \{1, \dots, m\}$ ,  $m$  为护士的数量;  $D$  表示日期集合,  $d \in D = \{1, \dots, h\}$ ,  $h$  为周期长度;  $K$  表示手术室集合,  $k \in K = \{1, \dots, l\}$ ,  $l$  为手术室的数目;  $R_1$  表示白班职责集合,  $r \in R_1 = \{1, \dots, r_1\}$ ,  $r_1$  为白班职责的种类数量;  $R_2$  表示夜班职责集合,  $r \in R_2 = \{1, \dots, r_2\}$ ,  $r_2$  为夜班职责的种类数量。  $W$  表示护士周期内最多工作天数;  $W_1$  和  $W_2$  分别表示护士周期内最多工作白班和夜班次数;  $L_r$  和  $U_r$  分别表示夜班职责  $r$  所需的最少和最多护士数量;  $E_r^1$  和  $E_r^2$  表示护士周期内白班和夜班职责  $r$  最少工作次数;  $T_s$  表示白班标准工作时长;  $T$  表示夜班工作时长;  $T_{dk}$  表示  $d$  天手术室  $k$  的工作时长;  $T_{\min}$  表示护士周期内最短工作时长;  $O_n$  表示护士  $n$  上周期白班加班时长;  $O_{\max}$  表示护士 2 个周期最大白班加班时长;  $v_{nd}$  表示护士  $n$  希望于  $d$  天休息为 1, 否则为 0;

$\omega_{ndk}^1$  表示医院希望护士  $n$  于  $d$  天上白班前往手术室  $k$  为 1, 否则为 0;  $\omega_{ndr}^2$  表示医院希望护士  $n$  于  $d$  天上晚班并担任职责  $r$  为 1, 否则为 0。

决策变量定义:  $x_{ndrk}$  当护士  $n$  于  $d$  天上白班被分配到手术室  $k$  工作职责为  $r$  时为 1, 否则为 0;  $y_{ndr}$  当护士  $n$  于  $d$  天上夜班工作职责为  $r$  时为 1, 否则为 0。

### 2.3 混合整数规划模型

本问题中的约束条件分为 2 类: 硬约束和软约束。硬约束依据医院和手术室的相关规定设置, 不可违反, 满足硬约束是保证手术室正常运行的前提; 软约束主要涉及护士的具体工作安排, 允许被违反, 但违反会导致惩罚。尽可能满足软约束, 则能更好地平衡护士的工作时长和休息时间, 并满足护士和医院的各种需求, 从而提高排班表的质量。本文的目标函数为极小化违反软约束的加权和, 即极大化排班表的质量:

$$\min F = \sum_{i=1}^6 \theta_i \cdot f_i。$$

硬约束:

$$\sum_{k \in K} \sum_{r \in R_1} x_{ndrk} + \sum_{r \in R_2} y_{ndr} \leq 1, \forall n \in N, d \in D, \quad (1)$$

$$\sum_{r \in R_1} x_{ndrk} \leq 1, \forall n \in N, d \in D, k \in K, \quad (2)$$

$$\sum_{r \in R_2} y_{ndr} \leq 1, \forall n \in N, d \in D, \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ndrk} \leq 1, \forall n \in N, d \in D, r \in R_1, \quad (4)$$

$$1 \leq \sum_{n \in N} x_{ndrk} \leq 2, \forall d \in D, r \in R_1, k \in K, \quad (5)$$

$$\sum_{r \in R_2} y_{ndr} + \left( \sum_{k \in K} \sum_{r \in R_1} x_{n(d+1)rk} + \sum_{r \in R_2} y_{n(d+1)r} \right) \leq 1, \forall n \in N, d \in \{1, 2, \dots, h-1\}, \quad (6)$$

$$L_r \leq \sum_{n \in N} y_{ndr} \leq U_r, \forall d \in D, r \in R_2, r \in R_1 = \{1, \dots, r_1\} \quad (7)$$

$$\sum_{d \in D} \left( \sum_{r \in R_1} \sum_{k \in K} x_{ndrk} + \sum_{r \in R_2} y_{ndr} \right) \leq W, \forall n \in N。 \quad (8)$$

硬约束方面: 约束(1)规定护士每日最多负责 1 班; 约束(2)和约束(3)规定护士 1 班最多被分配 1 个职责; 约束(4)规定白班护士每日最多被分配至 1 个手术室, 并且工作至该手术室当天最后一场手术结束; 约束(5)按照手术室的规定, 要求每间手术室安排各职责护士 1~2 名, 以确保手术能够开展; 约束(6)规定护士夜班之后需要休息至少 1 d, 以确保他有足够时间恢复体力, 避免疲劳工作; 约束(7)表明夜班各职责护士数要在规定范围内, 保证夜间急诊有护士接应且不浪费人力资源; 约束(8)限制护士周期内工作不超过规定天数, 以防止过度工作。

软约束:

$$\sum_{d \in D} \sum_{r \in R_1} \sum_{k \in K} x_{ndrk} \leq W_1, \forall n \in N, \quad (9)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{r \in R_2} y_{ndr} \leq W_2, \forall n \in N, \quad (10)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{r \in R_1} x_{ndrk} + \sum_{r \in R_2} y_{ndr} \leq 1 - v_{nd}, \forall n \in N, d \in D, \quad (11)$$

$$\sum_{r \in R_1} x_{ndrk} \geq \omega_{ndk}^1, \forall n \in N, d \in D, k \in K, \quad (12)$$

$$y_{ndr} \geq \omega_{ndr}^2, \forall n \in N, d \in D, r \in R_2, \quad (13)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{k \in K} x_{ndrk} \geq E_r^1, \forall n \in N, r \in R_1, \quad (14)$$

$$\sum_{d \in D} y_{ndr} \geq E_r^2, \forall n \in N, r \in R_2, \quad (15)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{r \in R_2} T \cdot y_{ndr} + \sum_{d \in D} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R_1} T_{dk} \cdot x_{ndrk} \geq T_{\min}, \forall n \in N, \quad (16)$$

$$O_n + \sum_{d \in D} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R_1} (T_{dk} - T_s) \cdot x_{ndrk} \leq O_{\max}, \forall n \in N。 \quad (17)$$

软约束方面:约束(9)和约束(10)限制护士周期内白班和夜班工作次数尽量不超过规定次数,旨在平衡护士的工作班型,避免某位护士过多承担白班或夜班而对身心健康和工作效率产生影响;约束(11)表明应考虑护士的个人休班需求(如家庭事务、个人健康等),尽量满足,以提高护士的工作满意度和积极性;约束(12)和约束(13)表明医院的运营需求(如手术室安排、职责安排等)可能对护士的班次有特定要求,尽量满足医院对护士的班次安排,以提高医疗服务的质量;约束(14)和约束(15)表示应尽量让每位护士承担不同的职责,避免某些职责长期由固定人员承担,以提高护士的综合能力和团队的灵活性;约束(16)表明尽量平衡护士之间的总工作时间,避免某些护士周期内工作时间相差过大;约束(17)表明尽量平衡护士之间的加班时长,避免某些护士加班过多而其他护士加班较少,从而体现公平性。

$$f_1 = \sum_{n \in N} \max \left( \sum_{d \in D} \sum_{r \in R_1} \sum_{k \in K} x_{ndrk} - W_1, 0 \right) + \sum_{n \in N} \max \left( \sum_{d \in D} \sum_{r \in R_2} y_{ndr} - W_2, 0 \right), \quad (18)$$

$$f_2 = \sum_{n \in N} \sum_{d \in D} \left( \sum_{k \in K} \sum_{r \in R_1} x_{ndrk} + \sum_{r \in R_2} y_{ndr} \right) \cdot v_{nd}, \quad (19)$$

$$f_3 = \sum_{n \in N} \sum_{d \in D} \sum_{k \in K} \left( 1 - \sum_{r \in R_1} x_{ndrk} \right) \cdot \omega_{ndk}^1 + \sum_{n \in N} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R_2} \left( 1 - y_{ndr} \right) \cdot \omega_{ndr}^2, \quad (20)$$

$$f_4 = \sum_{n \in N} \sum_{r \in R_1} \max \left( E_r^1 - \sum_{d \in D} \sum_{k \in K} x_{ndrk}, 0 \right) + \sum_{n \in N} \sum_{r \in R_2} \max \left( E_r^2 - \sum_{d \in D} y_{ndr}, 0 \right), \quad (21)$$

$$f_5 = \sum_{n \in N} \max \left( \frac{T_{\min} - \sum_{d \in D} \sum_{r \in R_2} T \cdot y_{ndr} - \sum_{d \in D} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R_1} T_{dk} \cdot x_{ndrk}}{\sigma_1 T_s}, 0 \right)^{\alpha}, \quad (22)$$

$$f_6 = \sum_{n \in N} \max \left( \frac{O_n + \sum_{d \in D} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R_1} (T_{dk} - T_s) \cdot x_{ndrk} - O_{\max}}{\sigma_2 T_s}, 0 \right)^{\beta}. \quad (23)$$

软约束可转化为目标函数。约束(9)和(10)转化为目标函数(18),表示不同班型工作天数超过规定的次数;约束(11)转化为目标函数(19),表示未满足护士休班需求的次数;约束(12)和(13)转化为目标函数(20),表示未满足医院上班需求的次数;约束(14)和(15)转化为目标函数(21),表示未满足工作职责次数的值;约束(16)转化为目标函数(22),表示低于最少工作时长;约束(17)转化为目标函数(23),表示超出最大加班时长的值。其中目标函数(18)~(21)决定护士什么时候工作,保证工作分配的公平合理性;目标函数(22)~(23)用来平衡护士工作时长,保证工作时长的平衡性。 $\sigma_1$ 和 $\sigma_2$ 为调整未达到最小工作时间和超过最大加班时长的转化系数,意味着以上2种情况下不足或超出标准的工作时长将按一定比例转换为等效的标准工作时长,通常小于等于1; $\alpha$ 和 $\beta$ 为工作时长的惩罚系数,意味着不平衡的工作时长对护士影响更严重,通常大于等于1。目标函数(18)~(23)加权求和构成或车间问题的目标函数,其中 $\theta_i$ ( $i=1, \dots, 6$ )表示各目标函数的权重,可根据实际情况自行调节。

### 3 求解算法

由于NRP属于NP难问题<sup>[12]</sup>,而本文研究的ONRP是NRP在手术室护士场景下的扩展,同样属于NP难问题,无法在多项式时间内求得最优解。对于小规模问题,可以使用精确算法求得最优解,但随着问题规模的扩大,求解时长会呈指数级增长。本文采用智能优化算法,能够在较短时间内求得问题的可行解,以满足医院的需求。人工蜂群(artificial bee colony, ABC)算法由Karaboga<sup>[13]</sup>于2005年提出,是一种基于群体智能的优化算法,具有搜索效率高、易实现等优点,已被广泛应用于医疗、制造、服务行业等多个领域。因此本文基于ABC算法,结合问题特性,设计了DABC算法来求解该问题。

#### 3.1 编码方式

在编码过程中,将使用 $3 \times (m, h)$ 的二维矩阵对个体进行编码。每个个体包含3个维度,分别为班型、手术室和职责。中班型一维中“1”表示白班,“2”表示夜班,“0”表示休班。手术室一维中每个数字表示手术室编号。职责一维中每个数字表示对应的职责编号。每行长为 $m \times h$ ,分别对应 $m$ 个护士在 $h$ 天对应维度的安排。每列表示某个护士 $m$ 在 $h$ 天各维度的安排。编码方式如图1所示。以第2列为例,该列表示护士2在第1天的工作安排,即上白班并前往手术室2,工作职责是1。

|     |        |        |     |        |        |        |     |        |        |        |     |        |
|-----|--------|--------|-----|--------|--------|--------|-----|--------|--------|--------|-----|--------|
|     | (1, 1) | (2, 1) | ... | (m, 1) | (1, 2) | (2, 1) | ... | (m, 2) | (n, d) | (1, h) | ... | (m, h) |
| 班型  | 1      | 1      | ... | 2      | 2      | 0      | ... | 1      | ...    | 1      | ... | 0      |
| 手术室 | 1      | 2      | ... | 0      | 0      | 0      | ... | 1      | ...    | 2      | ... | 0      |
| 职责  | 2      | 1      | ... | 2      | 1      | 0      | ... | 1      | ...    | 1      | ... | 0      |

图 1 个体编码示意图

Fig. 1 Example of individual coding

3.2 初始化

通过随机产生  $\lambda$  个个体组成初始化种群。每个个体的生成遵循可工作天数多的护士优先的原则来安排工作顺序,并随机分配手术室及职责。与完全随机生成的方式相比,该方式能够更好地平衡护士的工作天数,从而获得质量更高的初始解。

3.3 算法主要流程

3.3.1 雇佣蜂阶段

雇佣蜂负责发现食物源,并以一定概率与跟随蜂分享信息。雇佣蜂的数量与种群规模  $\lambda$  一致。每只雇佣蜂会探索一个新食物源,如果新食物源的适应度更高,则替换原食物源。食物源更新公式如下:

$$v_{i,j}(n,d) = x_{a,j}(n,d) + \varphi_{i,j} \cdot [x_{b,j}(n,d) - x_{c,j}(n,d)],$$

其中:  $v_{i,j}(n,d)$  表示新食物源位置;  $x_{a,j}(n,d)$  表示当前食物源  $a$  在  $j$  维度上  $(n,d)$  的位置;  $a, b, c$  是随机选择的不同食物源;  $\varphi_{i,j}$  是区间  $[-1, 1]$  内的一个随机数,控制变异程度。雇佣蜂伪代码见表 2,其中  $P\{x_1, x_2, \dots, x_\lambda\}$  为种群集合;  $L[\cdot]$  为未更新次数的数组,记录每个食物源未被更新的次数;  $x_{best}$  为最优食物源;  $f(x_i)$  为  $x_i$  的适应度,是目标函数的倒数,为避免倒数太小,在计算时会对其进行适当加倍。

表 2 雇佣蜂阶段伪代码

Tab. 2 Pseudo-code for the employed bee phase

| 行号 | 伪代码   |
|----|---|
| 1  | 输入: $P\{x_1, x_2, \dots, x_\lambda\}, L[\cdot], x_{best}$ |
| 2  | 输出: $P\{x_1, x_2, \dots, x_\lambda\}, L[\cdot], x_{best}$ |
| 3  | begin   |
| 4  | for $i=1$ to $\lambda$ do                                 |
| 5  | 寻找新食物源 $v_i$  |
| 6  | if $f(v_i) < f(x_i)$                                      |
| 7  | $P[i] = v_i$  |
| 8  | $L[i] = 0$  |
| 9  | else  |
| 10 | $L[i] = L[i] + 1$   |
| 11 | end if  |
| 12 | if $f(v_i) < f(x_{best})$                                 |
| 13 | $x_{best} = v_i$  |
| 14 | end if  |
| 15 | end for   |
| 16 | end   |

3.3.2 跟随蜂阶段

跟随蜂根据雇佣蜂提供的信息,通过轮盘赌机制选择食物源,倾向于选择适应度更高的目标。每个食物源

被选中的概率为  $p_i = \frac{f(x_i)}{\sum_{i \in \lambda} f(x_i)}$ , 适应度越高被选中的概率也越大。选定后, 跟随蜂会在该食物源附近进行搜

索, 尝试发现更优的食物源, 搜索公式为:

$$v_{i,j}(n,d) = x_{i,j}(n,d) + \varphi_{i,j} \cdot [x_{\text{best},j}(n,d) - x_{i,j}(n,d)],$$

其中:  $x_{\text{best},j}(n,d)$  为最佳食物源的位置。跟随蜂流程如表 3 所示。

表 3 跟随蜂阶段伪代码

Tab. 3 Pseudo-code for the onlooker bee phase

| 行号 | 伪代码  |
|----|--|
| 1  | 输入: $P\{x_1, x_2, \dots, x_\lambda\}, L[\cdot], x_{\text{best}}$ |
| 2  | 输出: $P\{x_1, x_2, \dots, x_\lambda\}, L[\cdot], x_{\text{best}}$ |
| 3  | begin  |
| 4  | for $i=1$ to $\lambda/2$ do                                      |
| 5  | 根据轮盘赌选择一个食物源 $x_i$   |
| 6  | 寻找新食物源 $v_i$   |
| 7  | if $f(v_i) < f(x_i)$   |
| 8  | $P[i] = v_i$   |
| 9  | $L[i] = 0$   |
| 10 | else   |
| 11 | $L[i] = L[i] + 1$  |
| 12 | end if   |
| 13 | if $f(v_i) < f(x_{\text{best}})$                                 |
| 14 | $x_{\text{best}} = v_i$  |
| 15 | end if   |
| 16 | end for  |
| 17 | end  |

### 3.3.3 侦查蜂阶段

如果某一食物源  $x_i$  超过放弃阈值  $\epsilon$  后, 仍未提高解的质量, 则雇佣蜂会变成侦查蜂, 原本的食物源也会被放弃, 而重新生成 1 个新食物源。为避免重复, 在优先选择可工作天数多的护士安排好工作顺序后, 为剩余较多可加班时长的护士分配较长工作时长的手术室并随机分配职责。此项操作可以更好地平衡护士们的加班时长, 在搜索后期提供 1 个优质食物源。侦查蜂流程如表 4 所示。

### 3.4 解码与修复

首先, 需要对第 1 维度班型进行解码。白班所需要的最少护士数量为  $S_1 = k \times r_1$ , 夜班所需要的最少护士数量为  $S_2 = \sum r_2 \times L_r$ 。对每个个体, 在第 1 天, 将该个体第 1 维度的  $x_{i,1}(1,1)$  至  $x_{i,1}(m,1)$  按照从大到小进行排列, 随后为前  $S_2$  个赋值为 2, 第  $S_2+1$  至  $S_2+S_1$  个赋值为 1, 其余位置赋值为 0。此项操作可以保证各班型护士人数不少于最低要求。第 2 天之后, 优先安排前一天  $x_{i,1}(n,d)=2$  的位置, 令  $x_{i,1}(n,d)=0$ , 其余位置按照第 1 天的方式操作。此项操作是为了保证昨天上夜班的护士, 今天能够休息。重复以上操作直到完成第 1 维的所有位置。

随后对第 2 维度手术室进行解码, 如果  $x_{i,1}(n,d)=2$  或 0, 则令  $x_{i,2}(n,d)=0$ 。而对于  $x_{i,1}(n,d)=1$ , 与第 1 维度相同, 则按照  $x_{i,2}(n,d)$  从大到小排列并分配手术室。每  $r_1$  个划分为 1 组, 每组分配相同的手术室  $k$  直至 1。此项可以保证每个手术室, 都至少有  $r_1$  个护士。

最后为第 3 维度护士职责进行解码, 如果  $x_{i,1}(n,d)=0$ , 则令  $x_{i,3}(n,d)=0$ 。对于  $x_{i,1}(n,d)=2$ , 则将前

$L_r$  个分配职责  $r_2$  直至 1。同理对于  $x_{i,2}(n,d)=1$  中的每组,将  $x_{i,3}(n,d)$  分配职责  $r_1$  直至 1。此项操作可以保证每个职责都有足够数量的护士。解码的具体流程如图 2 所示。

表 4 侦查蜂阶段伪代码

Tab. 4 Pseudo-code for the scout bee phase

| 行号 | 伪代码   |
|----|---|
| 1  | 输入: $P\{x_1, x_2, \dots, x_\lambda\}, L[\cdot], x_{best}, \epsilon$ |
| 2  | 输出: $P\{x_1, x_2, \dots, x_\lambda\}, x_{best}$                     |
| 3  | begin   |
| 4  | for $i=1$ to $\lambda$ do   |
| 5  | if $L[i] \geq \epsilon$   |
| 6  | 更新食物源 $v_i$   |
| 7  | if $f(v_i) < f(x_{best})$   |
| 8  | $x_{best} = v_i$  |
| 9  | end if  |
| 10 | $L[i] = 0$  |
| 11 | end if  |
| 12 | end for   |
| 13 | end   |

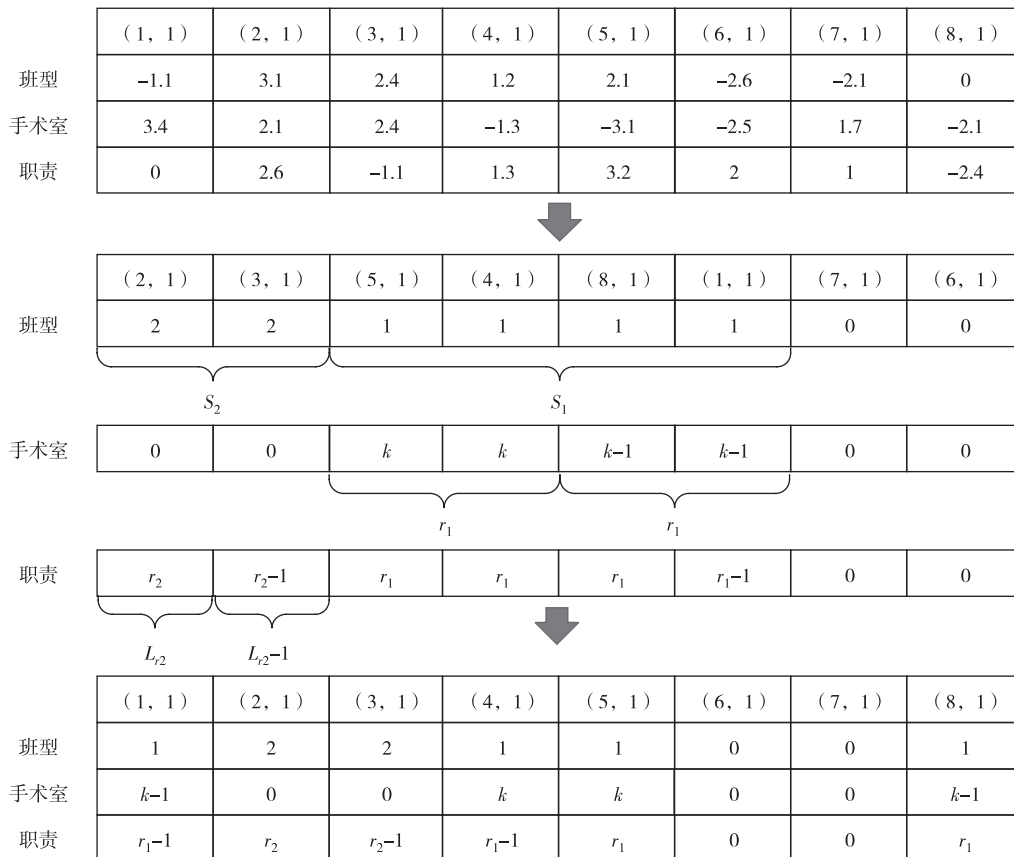


图 2 解码示意图

Fig. 2 Example of decoding

在生成的解中,可能会违反硬约束(8),即某些护士在搜索过程中被多次选中工作,导致他们的总工作天数超过规定的上限  $W$ 。为了解决这一问题,需要遍历所有护士,记录总工作天数小于  $W$  的护士,这意味这些护士

未被频繁选中。随后,选择其中能够交换工作安排的 2 位护士(1 位工作,另 1 位休息),通过交换这 2 位护士的班次来修复解,从而平衡 2 位护士的总工作天数。这种方法有助于确保所有护士的工作天数符合硬约束要求,同时优化排班表的整体质量。

## 4 数值分析

### 4.1 参数设置

实验的各项参数设置参考了辽宁省沈阳市某医院的实际情况。该医院共有护士 50 名,14 间手术室用于白天手术,1 间急诊手术室用于夜间急诊。排班周期以周为单位,护士每周最多工作 5 d,其中白班(8:30—16:30)3 d,夜班(16:30—次日 8:30)2 d;手术室平均加班在 2 h 以内,每周最多加班 10 h。护士每周可以优先选择 1 d 休息,医院期望每周期有 1/5 的护士工作指定班次。

目标函数的权重  $\theta_1 - \theta_6 = [0.1, 0.2, 0.2, 0.1, 0.2, 0.2]$ ,转换系数  $\sigma_1 = 0.8, \sigma_2 = 0.5$ ,惩罚系数  $\alpha = 2, \beta = 2$ ,决策者可根据实际情况调节。为保证 DABC 算法的求解性能,本文通过正交实验对算法参数进行了测试。为平衡求解效率,最终确定算法最大迭代次数为 200,种群规模为 100,放弃阈值为 40。数值实验采用 C++ 做开发算法程序,并在 Inter Core i5-4460U CPU 3.2 GHz、内存 8 G 的电脑上运行。

### 4.2 算法效果分析

ONRP 的目标函数由多个分目标加权求和组成,目标之间存在冲突,在优化过程中可能会为了整体达到最优而牺牲部分目标,导致某些目标优化效果不佳。为验证算法在每个分目标上的优化性能,本文采用实际案例测试不同周期下算法对各个分目标的优化能力。设置  $E_m = \frac{f_i(x) - f_i(t)}{f_i(t)}$  作为单个目标优化能力的指标,其中  $f_i(x)$  表示实验过程中目标函数  $f_i$  能得到的最优值, $f_i(t)$  表示目标函数  $f_i$  能得到的最小值。 $E_m$  值越小,说明算法可使该目标更接近分目标的最优值。值得注意的是,该指标并不是越小就代表算法对目标的优化效果越好,如果分目标本身的适应度较大,在最优值与最小值差距不明显的情况下, $E_m$  的值也会很小,因此评价算法对分目标的优化能力还需要结合适应度本身的大小。实验结果如表 5 所示。

表 5 分目标优化性能对比结果  
Tab. 5 Results of optimization capabilities for sub-objective

| 目标函数  | h = 7    |          |        | h = 14   |          |        |
|-------|----------|----------|--------|----------|----------|--------|
|       | $f_i(t)$ | $f_i(x)$ | $E_m$  | $f_i(t)$ | $f_i(x)$ | $E_m$  |
| $f_1$ | 46       | 47       | 2.17%  | 92       | 92       | 0%     |
| $f_2$ | 23       | 25       | 8.70%  | 44       | 44       | 0%     |
| $f_3$ | 11       | 13       | 18.18% | 20       | 24       | 20%    |
| $f_4$ | 72       | 74       | 2.78%  | 134      | 136      | 1.49%  |
| $f_5$ | 0        | 0        | 0%     | 0        | 0        | 0%     |
| $f_6$ | 14.91    | 15.43    | 3.49%  | 55.84    | 56.41    | 1.02%  |
| 目标函数  | h = 21   |          |        | h = 28   |          |        |
|       | $f_i(t)$ | $f_i(x)$ | $E_m$  | $f_i(t)$ | $f_i(x)$ | $E_m$  |
| $f_1$ | 138      | 138      | 0%     | 184      | 184      | 0%     |
| $f_2$ | 71       | 73       | 2.82%  | 93       | 93       | 0%     |
| $f_3$ | 34       | 38       | 11.76% | 45       | 51       | 13.33% |
| $f_4$ | 198      | 198      | 0%     | 262      | 263      | 0.38%  |
| $f_5$ | 0        | 0        | 0%     | 0        | 0        | 0%     |
| $f_6$ | 76.09    | 77.36    | 1.67%  | 126.32   | 128.74   | 1.92%  |

对于一些分目标,目标值表现明显:1)  $f_5$  表示护士需要工作的最短时长要超过规定值。在不同周期下,最小值与最优值都是 0,说明 DABC 算法对此目标的优化能力较强,这个目标也是排班时最容易满足的;2)  $f_3$  表

示医院的需求。 $E_m$  是在各周期下所有分目标中最大的,这表示在排班过程中医院的需求不容易满足。原因在于  $f_3$  要求更细致,不仅指定护士对应具体某天,也会指定具体的手术室或职责,算法在优化过程中更难满足。其余目标的  $E_m$  值较小,且在不同周期下虽存在一定波动,但整体变化幅度不大。这表明 DABC 算法在优化过程对这些目标具有较强的优化能力,能够稳定找到接近最优的解,且算法性能不会因周期的扩大而明显下降。

为验证 DABC 算法的优越性,基于实例数据的统计学特征随机生成多组不同规模的算例,并分别用 CPLEX 与 DABC 算法进行求解。设定 CPLEX 运行终止时间为 3 600 s,记录取得的最优值以及运行时间。DABC 中涉及的参数,包括种群规模  $\lambda$  和放弃阈值  $\epsilon$ ,迭代次数  $t_{\max}$  通过正交实验确定。根据实例参数,将护士数量  $m$  取 4 个规模,即  $\{25, 50, 75, 100\}$ ,对应手术室数量  $l$  分别为  $\{7, 14, 21, 28\}$ ;周期长度  $h$  取 4 个规模,即  $\{7, 14, 21, 28\}$ 。根据护士数量  $m$  与周期长度  $h$  不同,共生成了 16 组不同规模的算例。每组算例运行 5 次,取平均值作为最终函数值,对比结果如表 6 所示。

表 6 CPLEX 与 DABC 算法对比结果  
Tab. 6 Results of CPLEX and DABC algorithm

| 规模<br>$m-h$ | CPLEX                |               | DABC 算法       |        | GAP               |
|-------------|----------------------|---------------|---------------|--------|-------------------|
|             | 函数值                  | 运行时间/s        | 函数值           | 运行时间/s |                   |
| 25-7        | <b>6.00</b> (7.35)   | 45.3(33.2)    | 8.93          | 33.2   | -32.82% (-17.69%) |
| 50-7        | <b>16.81</b> (32.21) | 2 988.9(59.6) | 20.61         | 59.6   | -18.43% (56.28%)  |
| 75-7        | 54.38                | 3 600.0       | <b>33.70</b>  | 95.5   | 61.40%            |
| 100-7       | —                    | 3 600.0       | <b>46.57</b>  | 133.6  | —                 |
| 25-14       | <b>12.20</b> (23.60) | 833.1(58.5)   | 17.24         | 58.5   | -29.22% (36.89%)  |
| 50-14       | 55.87                | 3 600.0       | <b>40.52</b>  | 110.4  | 37.91%            |
| 75-14       | 95.82                | 3 600.0       | <b>64.40</b>  | 158.0  | 48.79%            |
| 100-14      | —                    | 3 600.0       | <b>88.73</b>  | 218.6  | —                 |
| 25-21       | <b>22.80</b> (38.47) | 2 072.1(70.1) | 25.97         | 70.1   | -12.21% (48.13%)  |
| 50-21       | 68.30                | 3 600.0       | <b>59.58</b>  | 135.8  | 14.64%            |
| 75-21       | —                    | 3 600.0       | <b>95.31</b>  | 223.0  | —                 |
| 100-21      | —                    | 3 600.0       | <b>135.82</b> | 320.3  | —                 |
| 25-28       | 55.60                | 3 600.0       | <b>37.20</b>  | 93.3   | 49.45%            |
| 50-28       | —                    | 3 600.0       | <b>81.41</b>  | 184.4  | —                 |
| 75-28       | —                    | 3 600.0       | <b>128.56</b> | 251.6  | —                 |
| 100-28      | —                    | 3 600.0       | <b>176.51</b> | 371.9  | —                 |

注:  $GAP = \frac{F(\text{CPLEX}) - F(\text{DABC})}{F(\text{DABC})} \times 100\%$ ;加黑的数值表示同一规模下 CPLEX 与 DABC 算法中的较小函数值  $F$ 。

由表 6 可看出,对于 16 种不同规模,CPLEX 仅可在 4 种规模(25-7;50-7;25-14;25-21)下,在规定时间内(设定 CPLEX 运行时间为 3 600s)内可以得到最优解。而对于所提出的 DABC 算法,在这 4 种规模下,虽可以在较短时间内取得一个可行解,但与 CPLEX 的差距为  $-12.21\% \sim -32.82\%$ 。针对这 4 种规模,设定 CPLEX 运行时间为 DABC 算法终止时间,再次与 DABC 算法进行比较,结果记录在括号内。由结果可看出,CPLEX 仅在 25-7 规模下优于 DABC 算法,其余 3 种规模下 DABC 算法表现均好于 CPLEX。随着问题规模的扩大,CPLEX 获得最优解的时间也不断扩大,甚至在 7 种规模下,无法取得 1 个可行解。而 DABC 算法仍可在最大规模下,平均 371 s 取得 1 个可行解。由此说明 DABC 算法可以在较短时间内取得 1 个可行解。

为验证 DABC 算法在不同规模下的整体优化能力,设置  $F \cdot (m \cdot h)^{-1}$  作为优化能力指标,表示平均每个护士每天软约束违反值。该指标越小,说明平均每个护士每天违反的软约束越小,对应排班表的质量就越高,DABC 算法对该规模下整体的优化能力越强,结果如表 7 所示。

表 7 优化能力不同规模结果

Tab. 7 Results of optimization capabilities at different scales

| $m$ | $h=7$         | $h=14$        | $h=21$        | $h=28$        |
|-----|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 25  | 0.051 028 571 | 0.049 257 143 | 0.049 466 667 | 0.053 142 857 |
| 50  | 0.058 885 714 | 0.057 885 714 | 0.056 742 857 | 0.058 15      |
| 75  | 0.064 190 476 | 0.061 333 333 | 0.060 514 286 | 0.061 219 048 |
| 100 | 0.066 528 571 | 0.063 378 571 | 0.064 676 19  | 0.063 039 286 |

由图 3a 可以看出,对于相同的周期,随着护士数量的增加, $F \cdot (m \cdot h)^{-1}$  指标有明显的上升趋势。这表明护士数量越多,平均每个护士每天软约束违反值越大,DABC 算法对 ONRP 的优化难度越大。由图 3b 可以看出,对于相同的护士规模,周期不同, $F \cdot (m \cdot h)^{-1}$  指标波动不大,无明显变化趋势,这表明不同周期对于 DABC 算法的优化能力无影响。

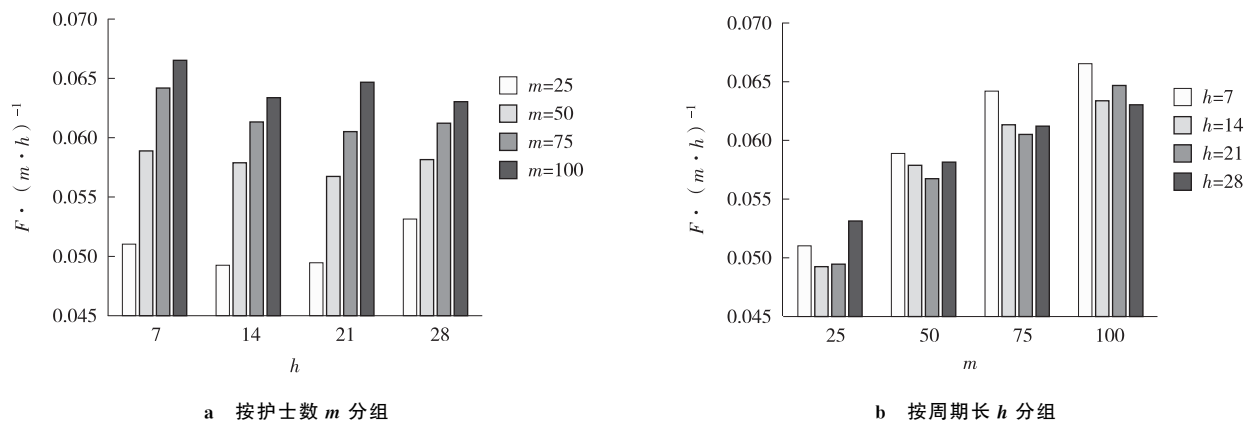


图 3 优化能力不同分组对比图

Fig. 3 Comparison of optimization capabilities at different group

## 5 结论

作为手术过程中的关键参与者,手术室护士的合理调配不仅能够保障护士的身心健康,还对手术的顺利进行以及整体医疗质量的提升至关重要。本文研究了考虑手术时长的手术室护士排班问题,以极小化违反软约束加权和,即最大化排班表质量为目标,建立了混合整数规划模,并设计了 DABC 算法来求解实例和不同规模的算例。实验结果表明,所设计的算法不仅对分目标具有较强的优化能力,而且在不同规模的问题上均表现出良好的优化性能。这证明了该算法能够有效解决手术室护士排班问题,能够在较短时间内生成高质量的排班表,满足医院的实际需求。

未来研究可以在此基础上进一步探索手术排程与护士排班的协同优化,完善整个手术过程中的调度优化模型,使之更加贴合实际情况,更加具有实用性。

### 参考文献:

- [1] 王昱,唐加福,曲刚. 医院手术室运作管理:研究热点及发展方向[J]. 系统工程理论与实践,2018,38(7):1778-1791.  
WANG Y, TANG J F, QU G. Overview and prospects of operating rooms management[J]. Systems Engineering-Theory & Practice,2018,38(7):1778-1791.
- [2] LIU Z Y, LIU Z S, ZHU Z P, et al. Simulated annealing for a multi-level nurse rostering problem in hemodialysis service[J]. Applied Soft Computing,2018,64:148-160.
- [3] AMINDOUST A, ASADPOUR M, SHIRMOHAMMADI S. A hybrid genetic algorithm for nurse scheduling problem considering the fatigue factor[J]. Journal of Healthcare Engineering,2021,2021:5563651.
- [4] NAHAND P K, HAMID M, BASTAN M, et al. Human resource management:new approach to nurse scheduling by considering

- human error[J]. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 2019, 10(6): 1429-1443.
- [5] ABDELAIDOUM W, MADANI M A, BOUBCHIR L, et al. An efficient modeling approach for nurse rostering problem; use case [C]//2024 IEEE International Conference on Big Data (BigData), December 15-18, 2024, Piscataway: IEEE, 2024: 4548-4553.
- [6] 王月. 考虑决策者偏好的护士排班问题研究[D]. 成都: 西南财经大学, 2022.  
WANG Y. Research on nurse scheduling problem considering the preference of decision makers[D]. Chengdu: Southwestern University of Finance and Economics, 2022.
- [7] CHEN P S, ZENG Z Y. Developing two heuristic algorithms with metaheuristic algorithms to improve solutions of optimization problems with soft and hard constraints: an application to nurse rostering problems[J]. *Applied Soft Computing*, 2020, 93: 106336.
- [8] HU W Z, HE X Z, LUO L, et al. A branch-and-price approach for the nurse rostering problem with multiple units [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2024, 198: 110629.
- [9] TURHAN A M, BILGEN B. A mat-heuristic based solution approach for an extended nurse rostering problem with skills and units[J]. *Socio-Economic Planning Sciences*, 2022, 82: 101300.
- [10] ABDELGHANY M, ELTAWIL A B, YAHIA Z, et al. A hybrid variable neighbourhood search and dynamic programming approach for the nurse rostering problem[J]. *Journal of Industrial & Management Optimization*, 2021, 17(4): 2051-2072.
- [11] MUKLASON A, KUSUMA S D R, RIKSAKOMARA E, et al. Solving nurse rostering optimization problem using reinforcement learning-simulated annealing with reheating hyper-heuristics algorithm[J]. *Procedia Computer Science*, 2024, 234: 486-493.
- [12] OSOGAMI T, IMAI H. Classification of various neighborhood operations for the nurse scheduling problem[M]//GOOS G, HARTMANIS J, VAN LEEUWEN J, et al. *Algorithms and Computation*. Berlin: Springer, 2000: 72-83.
- [13] KARABOGA D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization[EB/OL]. (2007-02-01)[2024-12-17]. <http://www.lia.deis.unibo.it/Courses/SistInt/articoli/bee-colony1.pdf>.

## Optimization Algorithms and Its Applications

### Artificial Bee Colony Algorithm for Solving Operating Room Nurse Rostering Problem

SUN Zehao<sup>1</sup>, LI Ying<sup>1</sup>, BAI Danyu<sup>1</sup>, YANG Jie<sup>1</sup>, XUE Hanyu<sup>1</sup>, LI Bo<sup>2</sup>

(1. School of Maritime Economics & Management, Dalian Maritime University, Dalian 116026;

2. Department of Cardiac Surgery, People's Hospital of Liaoning Province, Shenyang 110011, China)

**Abstract:** The uncertainty in hospital surgeries directly impacts the working hours of operating-room nurses, leading to frequent overtime and affecting their physical and mental health. To ensure the normal operation of the operation room while balancing the working hours of nurses, the Operating-room Nurse Rostering Problem (ONRP) is studied. A mixed-integer programming model for ONRP is established. An improved discrete artificial bee colony algorithm is designed to solve problems of different scales. On one hand, the proposed algorithm demonstrates strong optimization capabilities for most sub-objectives; on the other hand, its solving efficiency is significantly better than that of commercial solvers. The proposed algorithm can provide a high-quality roster for ONRP in a short time.

**Keywords:** operating room nurse; nurse rostering problem; artificial bee colony algorithm; mixed-integer programming

(责任编辑 黄 颖)