多目标优化理论与方法专题

DOI:10.11721/cqnuj20250204

回流焊工艺中炉温分布的多目标优化*

刘朗亭，刘学文，李汶霞
(重庆师范大学 数学科学学院，重庆 401331)

摘要:炉温曲线是表面贴装技术中回流焊工艺的核心,优化炉温曲线对实现回焊炉高效、高质量生产至关重要。基于牛顿冷却定律,构建传送带最大过炉速度模型以提高焊接工艺的可控性,使生产过程中的参数更加稳定,从而实现回焊炉高质量生产;进一步将制程界限参数化,利用加热因子公式,通过加热因子多目标优化模型搭建回焊炉炉温调控系统,实现回焊炉高效率生产;利用 ε-约束标量化方法,引入更新的加热因子,将问题转化为单目标优化问题,并用遗传算法优化结果,精确设定各温区温度和传送带速度等参数。实验结果显示上述优化方法能够在确保回焊炉生产效率的同时获得相应较低的系统成本和较高的产品质量。所提出的优化方法为回焊炉的高效运行提供了新的借鉴和参考。

关键词:炉温曲线;多目标优化;弱有效解;遗传算法;牛顿冷却公式

中图分类号:O221.6　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2025)02-0088-12

表面贴装技术(surface mount technology,SMT)是通过回流焊接将电子元件精准地安装在印刷电路板上的一种技术和工艺,对于推动微电子领域的发展具有重要意义;在焊接流程中,对温度区域和传送带速度的精准调整是提升焊点可靠性的关键,并直接影响到产品的最终质量及生产效率。1998 年 Sarvar 等人[1]提出了包括回焊炉结构、传热方式等相关影响因素在内的 Loughborough 模型,为回焊炉炉温曲线的研究提供了具有代表性的数学模型以及仿真环境。中国学者在回焊炉领域的研究起步也较早,早期的研究主要集中在炉温曲线的测量和控制上;研究人员通过测量炉内温度和气氛的参数,提出了许多炉温曲线的测量方法,如热电偶法、红外测温法、光学测温法等。在有关炉温曲线的数学研究方面,1996 年王华[2]创新性地提出了一种针对推钢式连续加热炉的最优炉温数学模型,能够同步实现优化钢坯升温曲线、优化炉温曲线以及对加热炉热负荷的优化分配;1998 年夏建亭[3]利用炉温曲线求解出回焊炉焊接过程的最适温度周期;2006 年高金刚等人[4]根据焊点疲劳寿命随加热因子分布的特点,提出了相应的炉温曲线优化与控制方案,从而极大地满足了焊接的高可靠性要求。

迄今为止,炉温曲线仍然被认为是影响回焊炉焊接可靠性的最佳控制因素,量化并优化炉温曲线的参数也一直是学术界关注的热点。近些年来,很多中国学者对炉温曲线问题有了进一步的深入研究,例如 2007 年高金刚[5]认为回焊炉过程控制在工艺上表现为对回流温度曲线的控制;2010 年李岩等人[6]对加热因子、预热因子、冷却因子等 3 种不同回流因子进行研究,给出了相应的定义公式。特别是随着计算机技术的蓬勃发展,许多学者已开始使用计算机模拟来研究炉温曲线的变化,并建立了许多数学模型如热传导模型、对流模型、辐射模型等来描述炉内温度和气氛的变化:2020 年雷翔霄等人[7]提出了一种结合径向基网络与 PID 算法的温度控制方法;2021 年王明泉等人[8]构建了沿传送带方向试件经过各温区温度的差分模型,进一步使用搜索算法等寻求出经济效益最大时的对应参数;2022 年杨佳运等人[9]利用传送带运动方向上构建的空气介质温度随距离变化的分布方程,对升温区、降温区建立不同的炉温曲线方程。随着多目标优化理论与方法的不断发展,多目标优化模型已被广泛应用于解决实际生活中的具体问题;在回焊炉炉温曲线研究中,也可以看到它的相关应用,例如 2022 年周文婷等人[10]运用傅里叶定律和集总参数法,采用量子多目标粒子群算法对炉温曲线进行了优化设计。

当前关于回焊炉炉温曲线的研究仍存在许多有待深入探讨的领域。首先,炉温控制主要依赖实验测试进行调整,而现有研究主要关注实际炉温曲线与预设炉温曲线之间的关系,并以此来识别影响炉温变化的关键因素,

* **收稿日期**:2024-03-18　**修回日期**:2024-11-09　**网络出版时间**:2025-04-29T16:31
资助项目:国家自然科学基金面上项目(No. 12271071);重庆英才·创新创业领军人才·创新创业示范团队项目(No. CQYC20210309536)
第一作者简介:刘朗亭,女,研究方向为最优化理论与方法,E-mail:472567249@qq.com;**通信作者简介**:刘学文,男,教授,E-mail:xuewenliu@cqnu.edu.cn
网络出版地址:https://link.cnki.net/urlid/50.1165.N.20250429.1534.012

然而这些方法在实际应用过程中仍存在一定的局限性；其次，虽然已有部分研究开始尝试运用诸如粒子群算法之类的智能算法对炉温曲线进行优化，然而这些算法的性能和效果仍有待验证和提升，故需要对智能算法进行更为精确的选取；最后，当前的炉温曲线优化研究对工艺要求的考虑相对较少，而炉温曲线的优化需要综合考虑多种工艺要求，如过炉速度等，因而综合考虑各项因素将对炉温趋向优化产生更加积极的推动作用。

基于上述研究背景，本文将构建并优化回焊炉炉温调控系统。主要贡献如下：1）对回焊炉约束条件进行参数化处理，深入分析各温区的约束条件，建立回焊炉最大过炉速度理论模型，从而有效提高回焊炉过程的生产效率；2）对炉温曲线制程界限进行参数化，基于过炉速度模型提出加热因子多目标优化模型，以高效优化回焊炉过程的生产质量；3）利用 ε-约束法以及炉温曲线峰值部分呈镜像对称的特性，将加热因子多目标优化模型转化为单目标优化模型，并采用遗传算法对模型数值求解；4）通过数值实验对所提出的模型进行验证，从而证明该模型合理且有效。

1　预备知识

一般多目标优化问题（MOP）的数学描述如下：

$$\begin{aligned}&\min\ f(\boldsymbol{x})=(f_1(\boldsymbol{x}),f_2(\boldsymbol{x}),\cdots,f_p(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}},\\&\text{s.t.}\ \ \boldsymbol{x}\in X,\end{aligned}$$

其中：X 为该多目标优化模型的可行域，$f_1(\boldsymbol{x}),f_2(\boldsymbol{x}),\cdots,f_p(\boldsymbol{x})$是定义在 X 上的数值函数。下面给出多目标优化问题 Pareto 有效解和 Pareto 弱有效解的概念，并介绍一类特殊的标量化方法。

定义 1[11]　假设$\bar{\boldsymbol{x}}\in X$，其中 X 为问题（MOP）的可行解集，则有下述定义：

1）如果对于任意的 $\boldsymbol{x}\in X$，有 $f_i(\boldsymbol{x})\geqslant f_i(\bar{\boldsymbol{x}})$，$i=1,2,\cdots,p$，则称$\bar{\boldsymbol{x}}$ 为问题（MOP）的绝对最优解；

2）如果不存在 $\boldsymbol{x}\in X$，使 $f_i(\boldsymbol{x})\leqslant f_i(\bar{\boldsymbol{x}})$，$\forall i=1,2,\cdots,p$ 成立，且 $f_j(\boldsymbol{x})<f_j(\bar{\boldsymbol{x}})$，$\exists j\in\{1,2,\cdots,p\}$成立，则称$\bar{\boldsymbol{x}}$ 为问题（MOP）的 Pareto 有效解；

3）如果不存在 $\boldsymbol{x}\in X$，使 $f_i(\boldsymbol{x})<f_i(\bar{\boldsymbol{x}})$，$i=1,2,\cdots,p$ 成立，则称$\bar{\boldsymbol{x}}$ 为问题（MOP）的 Pareto 弱有效解。

1971 年，Haimes 等人[12]首次提出了 ε-约束法，该方法将多目标优化问题中的其中一个目标函数作为 ε-标量化模型的目标函数，再将其余的目标函数转化为约束函数，转化后的模型（SOP）为：

$$\begin{aligned}&\min\ f_j(\boldsymbol{x}),\\&\text{s.t.}\ \ f_i(\boldsymbol{x})\leqslant\varepsilon_i,i\neq j,\\&\qquad\boldsymbol{x}\in X。\end{aligned}$$

引理 1[12]　设$\bar{\boldsymbol{x}}\in X$，则下列结论等价：

1）$\bar{\boldsymbol{x}}$ 为问题（MOP）的 Pareto 有效解；

2）$\exists\varepsilon\in\mathbf{R}^p$，使得 $\forall j\in\{1,2,\cdots,p\}$有 $f_i(\boldsymbol{x})\leqslant\varepsilon_i$，$i\neq j$，$\bar{\boldsymbol{x}}$ 为问题（SOP）的最优解。

2　问题描述

炉温曲线是电子产品制造过程中非常关键的因素，它直接关系到电子产品的质量和生产效率。本文旨在深入探讨回焊炉炉温曲线的理论模型，并进行精确优化分析，提供一种科学的方法来确保各焊接区域中心温度的炉温曲线满足工艺要求，为回焊炉的操作者提供一种能对炉温曲线进行实时监控和调整的有效工具。

在回焊炉进行回流焊接过程（图 1）中，温度控制的关键在于对炉温曲线的监测与调整。炉温曲线能够根据已知的电子元件焊接温度变化情况实现印刷电路板组装过程中焊点温度的控制。目前，较为成熟的换热方式有 3 种，即热传导、热对流和热辐射。实际生产中的换热过程较为复杂，例如在回焊炉生产过程中，热量主要来自于流体与固体表面接触所产生的能量，这种同时涉及热传导和热对流的换热方式被称为对流换热。业界普遍认为热对流是回焊炉加热的最佳方式[5]。因此，本文假设各温区仅考虑热对流换热方式，且电路板的定压比热容不受温度等因素的影响。

牛顿冷却定律是传热学的基本定律之一，主要用于计算对流热量的多少。本文借助对流换热的经典公式即牛顿冷却公式[13]来刻画物体冷却速度与自身温度、环境温度以及弛豫时间之间的关系，并建立热源气体与固体电路板的换热公式，即：

$$Q=h\cdot A\cdot\Delta T,$$

其中:Q 表示传热功率(单位:W),指在单位时间内通过传热面的热量;ΔT 表示物体与环境的温度差(单位:℃);A 为发生对流的面积(单位:m^2);h 为对流换热系数(单位:$W \cdot m^{-2} \cdot ℃^{-1}$),它反映了对流换热的强弱。

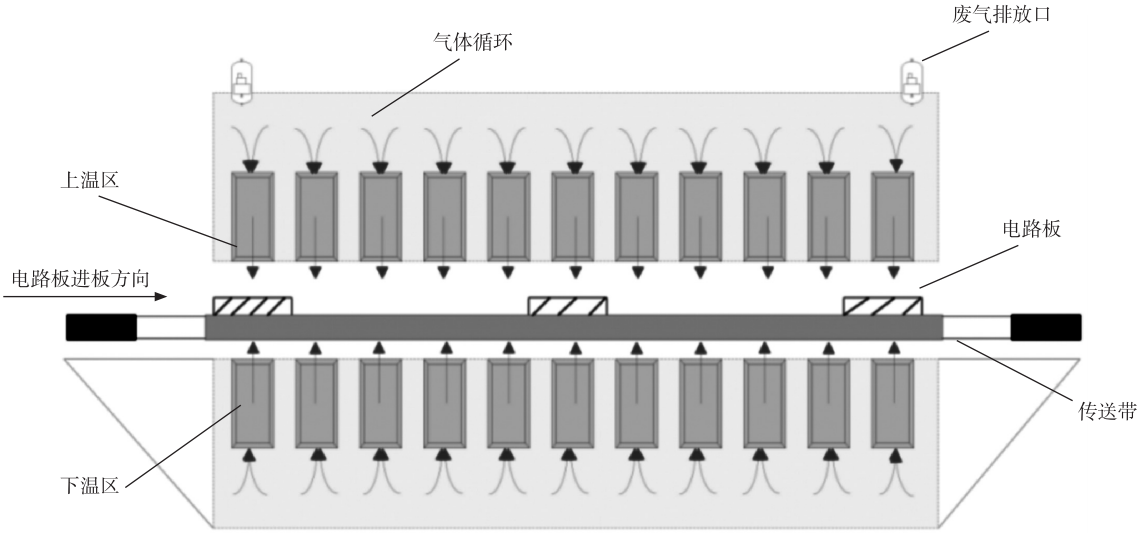


图 1 回焊炉工作过程

Fig. 1 Working process of reflow furnace

回焊炉温区根据功能不同可被分为预热区、恒温区、回流区和冷却区,相邻温区之间有一定距离[14],回焊炉的工作原理是电路板在传送带上匀速运动,在预热区、恒温区和局部回流区加热,然后冷却到设置温度,回流并在冷却区降温凝固以进行焊接。上述各温区的功能及在回流焊工艺中的作用如表 1 所示。

表 1 回焊炉各温区的功能以及在回流焊工艺中的作用[5]

Tab. 1 Functions of each temperature zone in a reflow furnace and their roles in reflow soldering process

温区	功能	在回流焊工艺中的作用
预热区	预热电路板与电子元器件,使之温度一致	保证焊膏活性的基础
恒温区	保证电路板受热均匀,使焊膏保持活性	开始焊接的关键
回流区	使电路板温度提高到峰值温度	焊接质量的核心
冷却区	使焊膏冷却凝固,提高焊接可靠性	影响终端产品质量

在实际生产中,根据不同的工艺需求,对回焊炉的参数设定有所不同。现设回焊炉有 x 个小温区及长度为 c 的炉前区域和长度为 d 的炉后区域;每个小温区长度为 s,相邻小温区之间存在长度为 b 的间隙;传送带过炉速度为 v 且过炉速度可调节范围为$[v_1, v_2]$;生产车间保持温度为 ξ 且不变;预热区、恒温区、回流区和冷却区的设定温度分别为 C_1、C_2、C_3 和 C_4,电路板与电子元器件离开上述各温区的最低温度分别为 T_1、T_2、T_3 和 T_4,达到上述最低温度的时刻分别为 t_1、t_2、t_3 和 t_4;各温区温度在 $\pm\theta$ 范围内调整(图 2)。

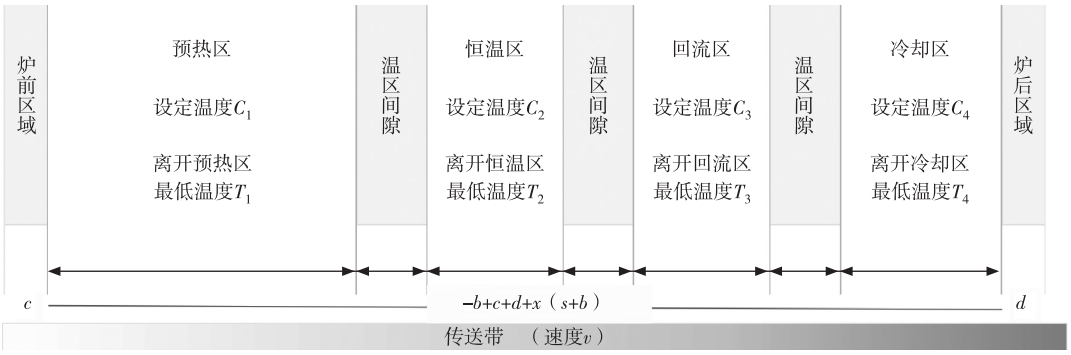


图 2 回焊炉温区示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the temperature zone of reflow furnace

3　回焊炉指标参数化

3.1　量化指标

下面从积分定义的角度给出刻画炉温曲线的数学公式。对炉温曲线的数学理解是电路板与电子元器件焊接过程中的焊点温度随时间变化的曲线，而回焊炉提供可视化的参数量化指标，由此实现对终端产品质量的调控；炉温曲线可分为 3 个部分，即预热因子、加热因子和冷却因子[8]；这 3 个因子是影响电路板与电子元器件是否完好焊接的重要因素（图 3）。

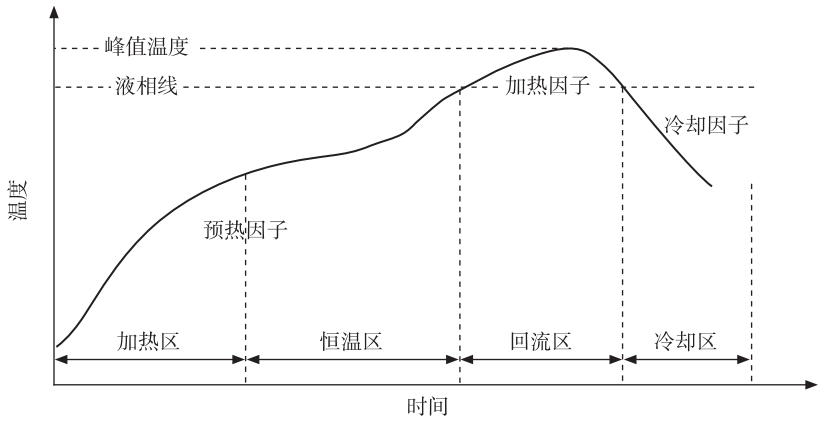


图 3　炉温曲线

Fig. 3　Furnace temperature curve

3.1.1　预热因子

预热因子可定义为温度从室温（生产车间温度且恒定）到液相线对时间的积分，它的实质是从室温到液相线过程中炉温曲线的面积。这一面积表示在预热区和恒温区焊膏吸收的热量，面积越大则焊膏吸收的热量越多，反之亦然。焊膏吸收的热量对活性剂产生影响，进而影响焊点质量水平与可靠性。除此之外，预热因子也影响加热因子对焊膏性能的预测与控制。预热因子的数学描述为：

$$Q_{S1}=\int_{t_0}^{t_1}(T(t_1)-T(t_0))\mathrm{d}t,$$

其中：Q_{S1} 为预热因子，t_0 为电路板到达炉前加热区域的初始时刻，t 为电路板到达传送带某一位置的时刻，T 是被加热电路板表面的温度。

3.1.2　加热因子

加热因子可定义为温度从液相线到峰值温度再到液相线对时间的积分，它的实质是液相线到温度峰值再到液相线与炉温曲线围成的面积。加热因子既包括吸热过程中炉内空气吸收的热量，也包括冷却过程中炉内散失热量后剩余的热量。加热因子是炉温曲线最重要影响因素，也是焊膏焊接过程中可靠性实现的重要因子，它直接决定终端产品的质量。加热因子的数学描述为：

$$Q_{S2}=\int_{t_2}^{t_3}(T(t_3)-T(t_2))\mathrm{d}t,\tag{1}$$

其中：Q_{S2} 为加热因子。

3.1.3　冷却因子

冷却因子可定义为温度从液相线到工艺上要求的某一特定温度对时间的积分，它的实质是在上述阶段所经历的时间与炉温曲线所围成的面积。冷却因子是在冷却区中散失的热量，它的散失效率与冷却速率有关。冷却因子决定焊点的形状与结构，影响终端产品某些性能，它的数学描述为：

$$Q_{S3}=\int_{t_3}^{t_4}(T(t_4)-T(t_3))\mathrm{d}t,$$

其中：Q_{S3} 为冷却因子。

3.2　制程界限

在回焊炉焊接生产中，因回焊炉工作时工艺的需求，炉温曲线必须满足特定的制程界限，本文将制程界限参

数化,具体情况如表2所示。

表2 制程界限

Tab.2 Process limit

参数	最小值	最大值	参数	最小值	最大值
温度上升斜率(单位:℃·s^{-1})	0	k_α	温度大于 T_3 变化的时间(单位:s)	w_3	w_4
温度下降斜率(单位:℃·s^{-1})	k_β	0	峰值温度 T_p(单位:℃)	T_p^{min}	T_p^{max}
升温过程中在 $T_1 \sim T_2$ 变化的时间(单位:s)	w_1	w_2	峰值时间 t_p(单位:s)	t_p^{min}	t_p^{max}

4 回焊炉温度调控模型

4.1 最大过炉速度模型

为了在保证产品质量符合要求的前提下提高回焊炉的工作效率从而尽快完成产品焊接,对传送带速度进行优化是一个相对简单且成本较低的解决方案。然而一味提高传送带速度可能会影响焊接质量,因此本文将建立传送带最大速度模型,在提高回焊炉工作效率和确保产品质量之间寻找最佳平衡点。

由于每个回焊炉设备的参数是确定的,则设备长度为已知数,因此将传动带允许范围内的最大速度转化为最短时间。根据参考文献[5]可知,电路板温度的升高遵循指数增长规律。当热时间常数足够小,时间还未达到整个加热温区的时间末时,电路板温度等于热源温度,则电路板与炉内空气温度处于平衡状态。当热时间常数较大,时间达到整个加热温区的时间末时,而此时电路板温度还没有达到热源温度,则存在一定的差距。为简化模型,假设当热时间常数较大时,认为电路板温度已近似达到热源温度,同时认为炉内空气与电路板之间的加热区域的对流换热系数 h 是均匀分布的,可将该系数近似处理为已知常量。

借助牛顿冷却公式,得出电路板对流热传递的热量为:

$$Q = h \cdot A(T_a - T), \tag{2}$$

其中:T_a 是炉内空气温度。对式(2)微分可得:

$$\mathrm{d}Q = hA(T_a - T)\mathrm{d}t = \rho c_p V \mathrm{d}T, \tag{3}$$

其中:$\mathrm{d}Q$ 为电路板单位时间吸收的热量,ρ 为电路板密度,c_p 为电路板定压比热容,V 为电路板体积。对式(3)两边积分,并假设 $T(t=0)=T_{begin}$ 是电路板在炉前区域的边界条件,$T(t=t)=T_{end}$ 是某一时刻对应的温度或者某一温区已结束时对应的温度,得:

$$\int_0^t \frac{hA}{\rho c_p V}\mathrm{d}t = -\int_{T_{begin}}^{T_{end}} \frac{\mathrm{d}(T_a - T)}{T_a - T},$$

对上式化简可得:

$$\frac{T_{begin} - T_{end}}{T_a - T_{end}} = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{hAt}{\rho c_p V}}。$$

令 $\tau = \frac{c_p \rho V}{hA}$,则有:

$$T_{end} = T_{begin} + (T_a - T_{begin})(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau})。 \tag{4}$$

在工程物理上 τ 即为具有时间量纲的热时间常数,它的大小不仅取决于被加热电路板本身的物理性质,也取决于冲击射击流体和被加热物体的热交换特性,即换热系数[15]。热时间常数反映了被加热物体的温度对热源温度的响应速度,它的值越小则响应速度越快,物体的温度也越逼近热源的温度。

设 $T(t)$ 为炉内加热区域每个时刻所对应的温度函数,对式(4)进行变式,得出基于热对流的回焊炉中温度变化函数为:

$$T(t) = T_0 + (T_a - T_0)(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}),$$

其中:T_0 为炉前区域的边界温度。对温度变化函数变形可得:

$$t = -\tau \ln\left(1 - \frac{T(t) - T_0}{T_a - T_0}\right)。$$

对上式两边进行微分,有:

$$\frac{\mathrm{d}(T(t))}{\mathrm{d}t}=\frac{T_{\mathrm{a}}-T(t)}{\tau},$$

其中：$\frac{\mathrm{d}(T(t))}{\mathrm{d}t}$为温度上升（或下降）斜率。因各温区温度已知且逐步递增，温度上升斜率变化范围为$[0,k_{\alpha}]$，温度下降斜率变化范围为$[k_{\beta},0]$，且电路板在回焊炉每一温区完成热对流后焊接区域中心温度不超过温区温度设定值 C，即 $T(t)\leqslant C$。

为提升回焊炉实际焊接过程中的效率与质量，回焊炉对焊接中的温度、时间、温度随时间的变化程度、峰值温度等生产要素都有相应的要求[16]，而不同的温区都有区分与联系，具体情况如下。

1）预热区。电路板刚进入加热区域时，为确保焊膏活性，它在预热区的时间存在一定限制，设温度变化范围为$[C_1,C_2]$，即 $C_1\leqslant T(t_1)\leqslant C_2$；而电路板温度达到 T_1 的时刻为 t_1，根据温度变化函数，得出该时刻表达式为：

$$t_1=-\tau\ln\left(1-\frac{T_1-T_0}{C_1-T_0}\right)。$$

电路板经过预热区时温度处于上升阶段，此时温度上升斜率变化范围为：

$$0\leqslant\frac{C_1-T(t_1)}{\tau}\leqslant k_{\alpha}。$$

2）恒温区。为使电路板受热均匀，电路板温度达到 T_2 后开始处于平衡状态，则在时刻 t_2 的表达式为：

$$t_2=-\tau\ln\left(1-\frac{T_2-T_0}{C_2-T_0}\right)。$$

同时，电路板不能一直处于恒温状态——若一直处于高温状态，电子元件质量因温度过高而受损，且会直接影响产品质量。电路板温度在 $T_1\sim T_2$ 中的时间最小值为 w_1，最大值为 w_2，即 $w_1\leqslant t_2-t_1\leqslant w_2$。电路板在恒温区温度持续上升，则温度上升斜率变化范围为：

$$0\leqslant\frac{C_2-T(t_2)}{\tau}\leqslant k_{\alpha}。$$

3）回流区。电路板在回流区的温度变化包括升温与降温共 2 个阶段，当电路板在时刻 t_3 温度达到 T_3 时，它的时间表达式为：

$$t_3=-\tau\ln\left(1-\frac{T_3-T_0}{C_3-T_0}\right)。$$

回流区是保证焊接质量的关键温区，也是 4 个温区中最重要的温区。电路板焊接温度在回流区达到峰值，这对终端电子元件的质量具有重要影响。在回流区，电路板温度在 $T_2\sim T_3$ 中的时间最小值为 w_3，最大值为 w_4，即 $w_3\leqslant t_3-t_2\leqslant w_4$，则温度上升斜率变化范围为：

$$0\leqslant\frac{C_3-T(t_3)}{\tau}\leqslant k_{\alpha}。$$

4）冷却区。为使电路板离开回焊炉时的温度保持与进入炉内时温度一致，电子元件在冷却区凝固，但冷却时间有一定的要求，则本文假设电路板在冷却区的温度变化范围为 $T_{\mathrm{p}}^{\min}\sim T_{\mathrm{p}}^{\max}$，即 $T_{\mathrm{p}}^{\min}\leqslant T(t_4)\leqslant T_{\mathrm{p}}^{\max}$，电路板在 t_4 时刻温度达到 T_4，它的时间表达式为：

$$t_4=-\tau\ln\left(1-\frac{T_4-T_0}{C_4-T_0}\right)。$$

温度在 T_4 时的时间最低值为 $t_{\mathrm{p}}^{\min}$，最高值为 $t_{\mathrm{p}}^{\max}$，即 $t_{\mathrm{p}}^{\min}\leqslant t_4-t_3\leqslant t_{\mathrm{p}}^{\max}$。

在冷却区，电路板温度下降至炉内温度，则温度斜率变化范围为：

$$0\leqslant\frac{C_4-T(t_4)}{\tau}\leqslant k_{\beta}。$$

根据以上约束条件，可建立以传送带过炉速度 v 最大为目标的传送带过炉速度模型（SOP1）为：

$$\max v=\frac{-b+c+d+x(s+b)}{t},\tag{5}$$

$$\text{s.t. } v_1\leqslant v\leqslant v_2,\tag{6}$$

$$C_1\leqslant T(t_1)\leqslant C_2,\tag{7}$$

$$T_{\mathrm{p}}^{\min} \leqslant T(t_4) \leqslant T_{\mathrm{p}}^{\max}, \tag{8}$$

$$t_1 - t_0 \geqslant 0, \tag{9}$$

$$w_1 \leqslant t_2 - t_1 \leqslant w_2, \tag{10}$$

$$w_3 \leqslant t_3 - t_2 \leqslant w_4, \tag{11}$$

$$0 \leqslant \frac{C_i - T(t_i)}{\tau} \leqslant k_\alpha, i = 1,2,3, \tag{12}$$

$$0 \leqslant \frac{C_4 - T(t_4)}{\tau} \leqslant k_\beta, \tag{13}$$

其中:式(5)表示传送带过炉速度最大;式(6)表示传送带过炉速度变化范围;式(7)控制预热区温度变化,该约束确保焊膏活性;式(8)控制冷却区温度变化,该约束确保电路板离开回焊炉时的温度恢复进入炉内的初始温度;式(9)确保回焊炉进入升温过程;式(10)、(11)分别控制温度在 $T_1 \sim T_2$ 内和大于 T_3 的时间变化,确保在规定时间内完成 1 次电路板焊接;式(12)、(13)分别表示预热区、恒温区、回流区、冷却区温度上升或下降的斜率变化范围。

4.2 加热因子模型

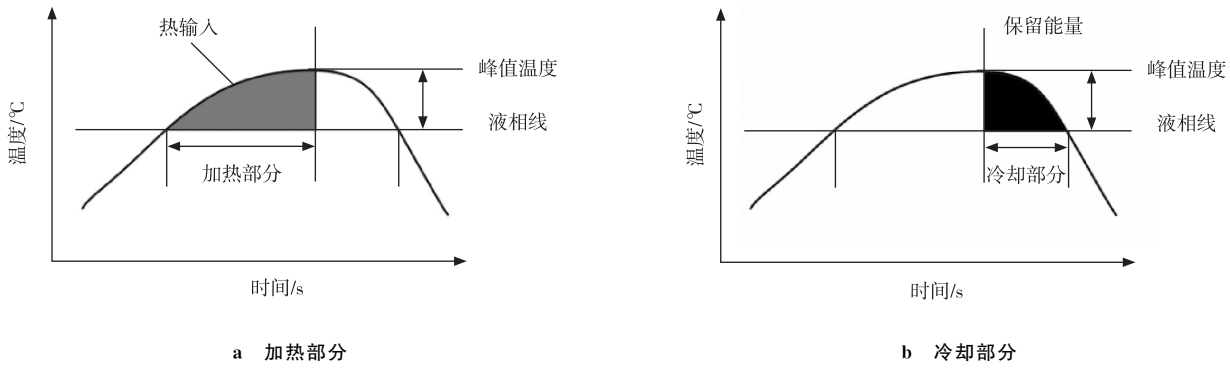
4.2.1 多目标优化模型

在焊接过程中,焊接中心的峰值温度不宜过高,焊接温度超过液相线的时间也不宜过长,因为两者对焊膏焊接过程中的焊点可靠性有较大影响。在预热因子、加热因子与冷却因子中,加热因子是影响焊点可靠性最重要的因子,而预热因子和冷却因子在焊接过程中难以通过对参数进行调整来实现可靠性的优化,因此回焊炉过程中一般是通过调控加热因子来实现焊点可靠性。在一定范围内加热因子越小,焊点可靠性越高;反之亦然。因此,理想的炉温曲线应使液相线到峰值温度的面积最小。

根据微元法,式(1)可近似等效为:

$$Q_{S2} \approx \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{t_2 - t_1}{n}\right) \cdot \left[T\left(t_1 + \frac{t_2 - t_1}{n} i\right) - T(t_1)\right]。$$

同时,为了保证焊接过程中焊膏的熔化与固化过程更加稳定,避免因温度波动造成的焊接缺陷如冷焊、虚焊等,期望两侧的炉温曲线在超过 217 ℃时能够尽量呈现出以峰值温度为中心线的镜像对称的特点。图 4 显示了常规的加热与冷却过程。



a 加热部分　　b 冷却部分

图 4 加热冷却部分示意图

Fig. 4 Schematic diagram of the heating part and the cooling part

若将加热部分直接反向应用于冷却部分,会产生“镜像误差”,即:

$$\mu = \| T(t) - T(t_2 - t) \|_2, t \in [t_2, t_1],$$

故要求炉温曲线镜像对称即是要求“镜像误差”最小。

下面根据炉温曲线制程界限的要求,对加热因子的约束条件进行分析。

1) 加热温度(T_{e})。加热区的设定温度为 C_3,已知温度在 $\pm\theta$ 范围内波动,则 T_{e} 范围为$[C_3 - \theta, C_3 + \theta]$;

2) 峰值点斜率。根据炉温曲线知,温度在加热因子区域达到温度巅峰,因此在温度为峰值温度时,炉温曲线斜率为 0;

3）时间差。温度大于 T_p 的最小时间值为 t_p^{min}，最大时间值为 t_p^{max}。若所求面积时间差大于 $\frac{t_p^{max}}{2}$，则所求面积趋向于越来越大，不会出现面积最小的情况。故假设所求面积的时间范围在加热因子区域，则若峰值温度最小为 T_p^{min}，且在温度从液相线（对应时刻记为 a）上升到峰值温度（对应时刻记为 b）过程中的升温斜率最大值是 k_a，因此时刻 a 到 b 的最短时间范围为 $\frac{T_p^{min}-T_3}{k_a}\leqslant b-a\leqslant\frac{t_p^{max}}{2}$。

4）基础设定。在达到峰值温度前是最后的加热区域，设炉前区域到峰值温度处的距离 χ，若取传送带过炉最大速度 v_{max}，利用物理公式求出最快达到峰值的时间为 $b\geqslant\frac{\chi}{v_{max}}$。

根据以上制程界限，以液相线到峰值温度面积最小和“镜像误差”最小为目标，建立加热因子多目标优化模型（MOP1）如下：

$$\min Q_{S2}, \tag{14}$$

$$\min \mu, \tag{15}$$

$$\text{s.t. } C_3-\theta\leqslant T_e\leqslant C_3+\theta, \tag{16}$$

$$T_p^{min}\leqslant C_3-\theta, \tag{17}$$

$$T_p^{max}\geqslant C_3+\theta, \tag{18}$$

$$T_p^{min}\leqslant T_p\leqslant T_p^{max}, \tag{19}$$

$$\frac{T_p^{min}-T_3}{k_a}\leqslant b-a\leqslant\frac{t_p^{max}}{2}, \tag{20}$$

$$b\geqslant\frac{\chi}{v_{max}}, \tag{21}$$

$$\frac{T_e-T_p}{t}\leqslant 0。 \tag{22}$$

其中：式（14）、（15）为双目标，分别表示峰值温度面积最小化和“镜像误差”最小化；式（16）表示已知温度在 $\pm\theta$ 范围内波动；式（17）、（18）表示峰值温度的最大值和最小值均在 T_e 范围内变化；式（19）表示峰值时间约束；式（20）表示从时刻 a 到 b 的最短时间变化；式（21）表示以最快速度达到峰值；式（22）表示达到峰值后呈下降趋势。

4.2.2　多目标优化模型的 ε-约束法处理

本文利用多目标优化问题的 ε-约束法，选择 Q_{S2} 为主要目标函数，将“镜像误差”μ 作为约束条件，由此模型（MOP1）转换为以加热因子为研究目标的单目标优化问题。

同时，为了进一步消除“镜像误差”，根据李岩等人[6]的研究，将加热因子进行部分修正，具体调整为：$Q_{S2}\approx\min 2\int_a^b(T_p-T_3)\mathrm{d}t$。由此可得到改进后的单目标优化问题（SOP2）为：

$$\begin{aligned}
&\min Q_{S2},\\
&\text{s.t. } C_3-\theta\leqslant T_e\leqslant C_3+\theta,\\
&\quad T_p^{min}\leqslant C_3-\theta,\\
&\quad T_p^{max}\geqslant C_3+\theta,\\
&\quad T_p^{min}\leqslant T_p\leqslant T_p^{max},\\
&\quad \frac{T_p^{min}-T_3}{k_a}\leqslant b-a\leqslant\frac{t_p^{max}}{2},\\
&\quad b\geqslant\frac{\chi}{v_{max}},\\
&\quad \frac{T_e-T_p}{t}\leqslant 0,\\
&\quad \|T(t)-T(t_2-t)\|_2\leqslant\varepsilon。
\end{aligned}$$

其中：ε 为炉温曲线“镜像误差”目标的决策者预期值。

定理 1[12]　设 $\bar{\boldsymbol{x}}\in X$，若 $\bar{\boldsymbol{x}}$ 为问题（SOP2）的最优解，则 $\bar{\boldsymbol{x}}$ 为问题（MOP1）的 Pareto 弱有效解。

证明 下用反证法证之。假设$\bar{\boldsymbol{x}}\in X$不是问题(MOP1)的Pareto弱有效解,则$\exists \boldsymbol{x}^*\in X$使得:

$$f_i(\boldsymbol{x}^*)<f_i(\bar{\boldsymbol{x}}),i=1,2,\cdots,p,$$

由于存在$j\in\{1,2,\cdots,p\}$,$f_j(\boldsymbol{x}^*)<f_j(\bar{\boldsymbol{x}})$且$f_i(\boldsymbol{x}^*)<f_i(\bar{\boldsymbol{x}})\leqslant\varepsilon_i,i\neq j$,因此,$\boldsymbol{x}^*$为问题(SOP2)的可行解。然而,当$i=j$时,$f_j(\boldsymbol{x}^*)<f_j(\bar{\boldsymbol{x}})$成立,这与$\bar{\boldsymbol{x}}$为问题(SOP2)的最优解矛盾。所以假设不成立,则$\bar{\boldsymbol{x}}$为问题(MOP1)的弱有效解。 证毕

5 数值实验

利用前面建立的传送带过炉速度模型和加热因子多目标优化模型研究实际生产中回焊炉效率与质量问题。假设回焊炉包含11个小温区,其中小温区1~5是预热区,小温区6和7为恒温区,小温区8和9是回流区,小温区10和11是冷却区。

序列二次规划(SQP)算法作为一种求解非线性优化问题的经典方法,在每步迭代过程中,可通过求解以Lagrange函数的二阶近似展开为目标函数、以原约束的线性化近似为约束条件的二次规划问题,逐步逼近并找到原非线性优化问题的最优解。因此,本文设定小温区1~5、小温区6、小温区7、小温区8和9、小温区10和11的温度分别为182、203、237、254、25 ℃并代入问题(SOP1)中,利用SQP算法,得出t_4为243.785 4 s,则最大传送带速度为77.40 cm·min^{-1}、传送带的过炉速度调节范围在65~100 cm·min^{-1},由此说明模型(SOP1)具有良好的效果,具有合理性。

在该炉温曲线中,液相线为217 ℃,温度斜率k_α与k_β均为3 ℃·s^{-1};温度上升过程中在150~190 ℃的时间最小值为60 s,最大值为120 s;温度大于217 ℃的时间最小值为40 s,最大值为90 s;峰值温度的最小值为240 ℃,最大值为250 ℃。借助微元法的思想将式(13)改写为:

$$Q_{S2}=\sum_{i=1}^{n}\frac{b-a}{n}\cdot\left[T\left(a+\frac{b-a}{n}i\right)-T(a)\right]。$$

实际上,引理1及定理1已经解释了问题(SOP2)和问题(MOP1)之间的关系。由定理1可知,求解问题(MOP1)的Pareto弱有效解即是求解问题(SOP2)的最优解。因此针对问题(SOP2)中目标函数非线性的特性,本文采用遗传算法进行求解优化,具体步骤如下。

算法1 遗传算法伪代码。

输入:最大进化代数G、交叉概率p_c、变异概率p_m、初始种群大小N_P等算法参数值。

输出:具有最大适应度(即炉温曲线峰值最大)的个体。

```
初始化进化代数 g=0,生成初始种群 P(0)
计算种群 P(0)中每个个体的适应度值
while g<G do
    轮盘赌选择优良个体
    for j=1:Np do
        if rand<p_c then
            染色体交叉,产生新的种群 C_1(g)
        end
        P(g)=C_1(g)          //将种群 C_1(g)作为新的种群 P(g)
        if rand<p_m then
            染色体变异,产生新的种群 C(g)
        end
    end
    P(g)=C(g)          //产生新种群 P(g)
    计算新种群 P(g)适应度
end
```

在采用遗传算法进行优化求解的过程中,可以从图5明显观察到随着迭代次数的增加,目标函数的适应度值呈现逐渐下降的趋势,并逐渐趋于稳定,表明算法已经收敛于一个最优解。

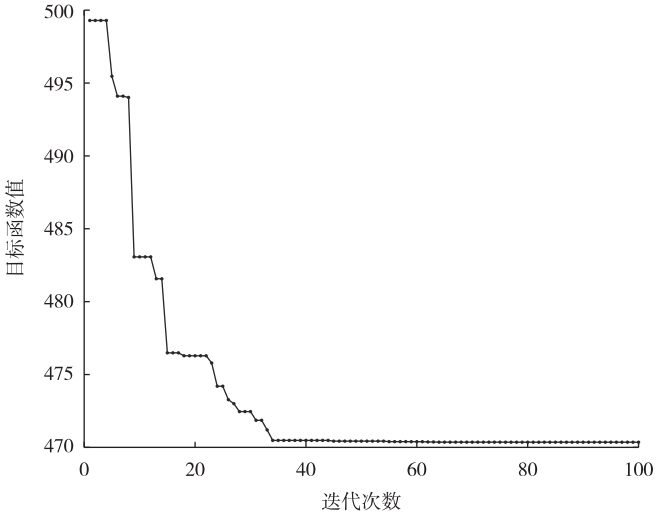


图 5　遗传算法迭代过程

Fig. 5　Iterative process of genetic algorithm

紧接着根据加热因子模型，得出理想炉温曲线从 T_e 到 T_p 所围成的最小面积即最优加热因子为 470.32 cm^2。借助 Matlab 软件绘制出在此条件下的炉温曲线，根据斜率表达式求解得到各温区的设定温度（表 3），并绘制出炉温曲线各温区截线斜率（图 6）。该结果在回焊炉的工艺要求范围内，一定程度上说明了本文建立的模型具有合理性。

表 3　模型结果

Tab. 3　The results of model

需求参数	数值结果	需求参数	数值结果
最优加热因子/cm^2	470.32	小温区 7 温度/℃	236.40
小温区 1～5 温度/℃	173.57	小温区 8 和 9 温度/℃	264.17
小温区 6 温度/℃	191.20	最优过炉速度/($cm \cdot min^{-1}$)	90.26

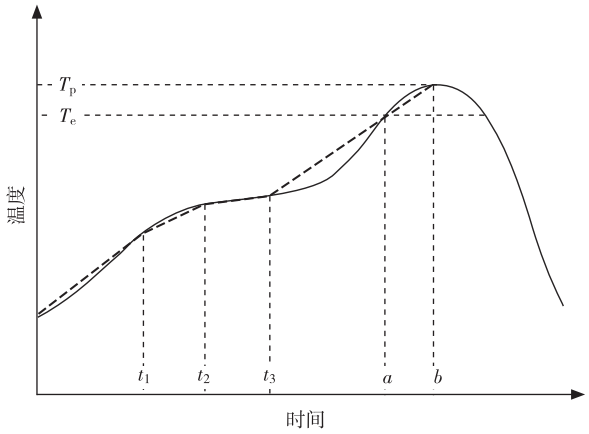


图 6　炉温曲线结果图及截线斜率图

Fig. 6　Temperature profile results and cross-sectional diagram of the furnace

6　结束语

本文以提升回焊炉生产效率和确保焊接质量为核心，对限制条件实施了参数化策略；与其他方法相比，本文以热对流为主要换热方式并结合经典物理公式进行了数学刻画，创新性地建立了过炉速度模型和加热因子的多

目标优化模型,为回焊炉操作提供了参考;本文还利用标量化方法对模型进行转化,运用遗传算法求解模型,通过精确的数值实验验证了模型的准确性和有效性。数值实验结果表明:本文提出的方法和模型能够为回焊炉的炉温曲线提供可靠高效的优化方案。值得注意的是,在回焊炉实际工作过程中,不仅要考虑回焊炉的热传递存在热对流、热传导、热辐射等多种方式,还要考虑热传递过程中存在流体动力学的紊流和层流状态。这些因素对回焊炉温度会产生明显的影响。因此,在更为复杂的热传递环境下如何构建新的多目标优化模型以及选择高效智能算法进行模型优化,将是今后研究工作中的关键课题。

参考文献:

[1] SARVAR F,CONWY P P. A modelling tool for the thermal optimisation of the reflow soldering of printed circuit assemblies [J]. Finite Elements in Analysis and Design,1998,30(1/2):47-63.

[2] 王华. 推钢式连续加热炉最优炉温数学模型[J]. 昆明理工大学学报(自然科学版),1996,21(6):128-134.
WANG H. The mathematical model to the optimal furnace temperature of billet reheating furnace [J]. Journal of Kunming University of Science and Technology (Natural Science),1996,21(6):128-134.

[3] 夏建亭. 回流焊温度分布曲线图[J]. 电子工艺技术,1998,17(3):24-25.
XIA J T. Reflow temperature profiles[J]. Electronics Process Technology,1998,17(3):24-25.

[4] 高金刚,吴懿平,丁汉. 基于加热因子的回流曲线的优化与控制[J]. 电子工业专用设备,2006(8):23-29.
GAO J G,WU Y P,DING H. Optimization and control of reflow profile based on heating factor[J]. Equipment for Electronic Products Manufacturing,2006(8):23-29.

[5] 高金刚. 表面贴装工艺生产线上回流焊曲线的优化与控制[D]. 上海:上海交通大学,2007.
GAO J G. Optimization and control of reflow soldering profile in SMT line[D]. Shanghai:Shanghai Jiao Tong University,2007.

[6] 李岩,赵立博,张伟,等. 对回流焊炉温度设定的分析与优化[J]. 船电技术,2010,30(7):44-46.
LI Y,ZHAO L B,ZHANG W,et al. Analysis and optimization on the temperature settings of reflow soldering furnace[J]. Marine Electric & Electronic Engineering,2010,30(7):44-46.

[7] 雷翔霄,唐春霞,徐立娟. 基于RBF-PID的热风回流焊温度控制[J]. 邵阳学院学报(自然科学版),2020,17(4):31-38.
LEI X X,TANG C X,XU L J. Temperature control of hot air reflow soldering based on RBF-PID algorithm[J]. Journal of Shaoyang University (Natural Science Edition),2020,17(4):31-38.

[8] 王明泉,周心如,李博文. 基于热力学原理的炉温曲线调控模型[J]. 科学技术创新,2021(1):1-3.
WANG M Q,ZHOU X R,LI B W. Control model of furnace temperature curve based on thermodynamic principle[J]. Scientific and Technological Innovation,2021(1):1-3.

[9] 杨佳运,朱昊,郭瑶,等. 回焊炉的炉温曲线方程及其数值解法[J]. 绵阳师范学院学报,2022,41(11):6-13.
YANG J Y,ZHU H,GUO Y,et al. The equation and numerical methods of reflow soldering oven temperature curve[J]. Journal of Mianyang Teacher's College,2022,41(11):6-13.

[10] 周文婷,司玉鹏,何宏舟,等. 基于量子多目标优化算法的回焊炉炉温设计[J]. 焊接学报,2022,43(1):85-91.
ZHOU W T,SI Y P,HE H Z,et al. Design of reflow oven furnace temperature based onquantum multi-objective optimization algorithm[J]. Transactions of the China Welding Institution,2022,43(1):85-91.

[11] EHRGOTT M. Multicriteria optimization[M]. 2nd edition. Heidelberg:Springer,2005.

[12] HAIMES Y Y,WISMER D A,LASDON L S. On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization[J]. IEEE Transactions on Systems,Man,and Cybernetics,1971,1(3):296-297.

[13] 于文强,吴峰倩. ANSYS Workbench 基础教程与工程分析详解[M]. 北京:清华大学出版社,2017.
YU W Q,WU F Q. ANSYS Workbench:basic tutorial and detailed engineering analysis[M]. Beijing:Tsinghua University Press,2017.

[14] 岳江浩. 回焊炉传热温度曲线[J]. 科学技术创新,2021(12):48-50.
YUE J H. Thermal profile of heat transfer in reflow oven[J]. Scientific and Technological Innovation,2021(12):48-50.

[15] LEMPINEN J,TUOMINEN A. Evaluation of reflow ovens for lead-free soldering[C]//2006 25th International Conference on Microelectronics. Belgrade:IEEE,2006:609-612.

[16] 路文娟,陈华林. 表面贴装技术(SMT)[M]. 北京:人民邮电出版社,2013.
LU W J,CHEN H L. Surface mount technology (SMT)[M]. Beijing:Posts & Telecom Press,2013.

Theory and Methods of Multi-Objective Optimization

Multi-Objective Optimization for Furnace Temperature Profile in Reflow Soldering Process

LIU Langting, LIU Xuewen, LI Wenxia

(School of Mathematical Science, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract: The furnace temperature profile serves as the cornerstone of the reflow oven process in surface mount technology, and optimizing the furnace temperature curve is vital for achieving both high efficiency and quality in reflow oven production. Drawing upon Newton's law of cooling, a model is formulated to determine the maximum conveyor belt speed through the oven, thereby enhancing the controllability of the welding process and stabilizing production parameters for superior reflow oven quality. Furthermore, process boundaries are parameterized, and a multi-objective optimization model of heating factors is established to design a temperature control system for the reflow oven, ensuring high production efficiency. By employing a constrained quantification method and introducing updated heating factors, the problem is transformed into a single-objective optimization task. Genetic algorithms are then utilized to optimize the results, precisely tuning parameters such as the temperature in each zone and the conveyor belt speed. Experimental findings indicate that the above optimization method can ensure the production efficiency of the reflow oven while achieving lower system costs and superior product quality. The proposed optimization method provides novel insights and references for the efficient operation of reflow ovens.

Keywords: furnace temperature curve; maximum furnace velocity model; heating factor multi-objective optimization model; genetic algorithm; newton cooling formula

(责任编辑 方 兴)