运筹学与控制论

DOI:10.11721/cqnuj20250403

考虑订单可拆分的多周期柔性配送车辆路径问题*

马云峰[1,2]，李纪豪[1]，杨习杰[3]，张佳怡[1]，李　建[4]
(1. 武汉科技大学 管理学院；2. 武汉科技大学 服务科学与工程研究中心，武汉 430065；
3. 谷斗科技(上海)有限公司，上海 200443；4. 南京农业大学 信息管理学院，南京 210031)

摘要：电商企业为提高运营效率，采用定期交付模式为客户进行多个周期的配送。在多周期环境下，考虑订单可拆分、柔性配送、异构车辆等因素，建立了混合整数规划模型，统筹安排车辆的服务路径、订单拆分以及柔性配送策略使得电商企业配送成本最低。设计了禁忌搜索算法，配置不同规模的算例对模型和算法进行测试，数值实验结果表明：算法在较短时间内可以得到一个满意解，表明算法在求解该问题时的有效性。在多周期车辆路径问题中同时考虑订单拆分和柔性配送，可以有效降低配送成本、提升客户满意度。

关键词：多周期车辆路径问题；柔性配送；订单拆分
中图分类号：O221；U116.2　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1672-6693(2025)04-0001-13

1 研究背景

统计数据显示，2023 年中国电子商务交易额达到 468 273 亿元，电子商务的发展推动了物流产业的进步[1]。随着消费者对个性化服务需求的日益增加，电商企业逐渐采用定期交付模式来有效提升运营效率、优化库存管理。以某生鲜定期购为例，客户下达订单，承运商进行多个周期的配送。在这种模式下由于客户每日产品消耗率的不确定性，每个周期固定的配送量可能会超出客户的库存能力；同时，现有配送方案车辆高频空载，资源严重浪费。为了应对上述挑战，电商企业在采用定期交付模式时引入柔性配送和订单拆分策略。这种灵活的配送方式可以有效调整每个周期的配送量，更好地适应客户需求的变化，同时减少过度配送带来的风险，从而降低电商企业配送成本并提升资源利用效率。

周期性车辆路径问题(periodic vehicle routing problem，PVRP)是经典车辆路径问题(vehicle routing problem，VRP)的扩展，最早由 Beltrami 等人[2]提出。在 PVRP 中，传统的 VRP 被引入周期性约束，其中每个客户的需求不仅在多个周期内存在，而且具有固定的服务频率，承运商需要在多个周期内进行车辆路径规划以优化配送效率。PVRP 可以广泛应用于众多领域，如材料[3]、零售商补货[4]、共享单车回收等[5]。随着研究的深入，一些学者研究了 PVRP 的变体。Francis 等人[6-7]提出考虑服务选择的周期性车辆路径问题(periodic vehicle routing problem with service choice，PVRP-SC)，并提出了该问题的数学模型，给出 1 个精确求解算法。Gläser[8]基于 Francis 等人[6-7]的研究，提出 1 种考虑服务类型的周期性车辆路径模型，并利用自适应大邻域搜索算法作为解决方案。王颂博等人[9]在碳排放背景下对考虑时间窗的周期性车辆路径问题展开研究，以运输时间和能耗为目标建立数学模型，通过改进蚁群算法求解该问题。Côté 等人[10]研究客户需求、服务时间均具有不确定性的周期性车辆路径问题，提出 1 种两阶段算法进行求解，利用生成的测试实例验证算法的有效性。对于带截止交付期的多周期车辆路径问题，Pacheco 等人[11]引入柔性交货日期以缩短车辆行程距离。Archetti 等人[12]提出一个数学模型，并分析考虑柔性交货日期的潜在优势。

随着对周期性车辆路径问题研究的深入，越来越多的学者开始关注柔性配送策略的应用。柔性配送策略的核心理念在于通过松弛客户固定服务频率的约束，从而实现更为灵活的配送安排。Archetti 等人[13-15]介绍考虑柔性配送的多周期车辆路径问题(flexible periodic vehicle routing problem，FPVRP)，考虑客户的库存限制，每

* **收稿日期**：2024-09-25　**修回日期**：2024-12-11　**网络出版时间**：2025-05-16T09:57
资助项目：国家自然科学基金青年科学基金项目(No. 72501212)；教育部人文社会科学研究规划基金项目(No. 19YJA630054)
第一作者简介：马云峰，男，教授，博士，研究方向为物流系统规划、管理定向分析等，E-mail：mayunfeng@wust.edu.cn
网络出版地址：https://link.cnki.net/urlid/50.1165.N.20250507.1635.010

次访问时的最大交付量有限制,允许客户的服务频率可变,提出部分有效不等式,建立FPVRP的数学规划模型,对于FPVRP的大规模算例,提出了1种考虑迭代的两阶段算法来解决;在后续研究中引入考虑柔性配送的多周期异构车辆路径问题,提出3种混合整数线性规划模型和1种基于核搜索的数学启发式方法,通过生成的测试算例验证了柔性配送在降低成本方面的影响。

现有周期性车辆路径问题研究大多假设客户每天只能被访问1次,实际运营中存在客户在1个周期内被多次访问的情况,属于需求拆分配送的车辆路径问题(vehicle routing problem with split delivery, SDVRP)范畴。目前一些学者发现在车辆路径问题中考虑需求拆分约束可以有效提升车辆装载率、降低配送成本[16-17],但现有研究通常仅考虑客户需求只存在1种产品的情况。在实际应用中,客户的订单通常包含多种产品,每种产品的特性(如体积、质量、保质期、配送要求等)存在差异,这对配送过程的规划提出了更高的要求。为了提高配送效率及降低成本,企业通常需要将包含多种产品的订单进行拆分,形成多个子订单或分批次发货[18-19]。这种拆分不仅有助于根据产品的特性进行个性化配送,还能够在库存、配送路径和资源调度等方面实现优化。

考虑订单拆分的车辆路径问题(vehicle routing problem with order splitting, SOVRP)引起了学术界的广泛关注。Xia等人[20]基于经典的开放车辆路径问题模型,建立了1个相应的双目标数学模型,包括订单拆分配送,设计了自适应禁忌搜索算法来解决这个问题。唐坚强等人[21]研究了考虑时间窗的多仓库多车型订单可拆分的车辆路径问题,基于仓库容量有限的现实情况将客户订单拆分,由不同的仓库来满足客户订单需求,构建了混合整数规划模型,在分支定价框架下引入邻域搜索机制求解该问题。Gu等人[22]研究顾客需要多种商品的商品约束分批配送车辆路径问题,只要车辆容量满足,所有商品都可以装载在1辆车里,允许多次访问客户,但给定的每种商品必须一次性交付。Haouassi等人[23]研究基于订单拆分研究了订单分批、批次调度和拣选员路径优化的联合问题,考虑订单截止期限,提出了先优化路径后调度的启发式方法来解决该问题。Guo等人[24]提出一个SDVRP的变体,包括不相容装载约束(某些订单由于产品种类或运输条件的特殊要求,不能与其他订单一起运输)和按订单拆分交付、异构车队等,解决了在满足实际物流需求时订单接收的不便和订单之间的不兼容问题。符卓等人[25]研究按订单拆分配送的车辆路径问题,考虑特定的订单不可拆分和软时间窗约束,构建了该问题的混合整数规划模型。目前关于订单拆分配送的车辆路径问题虽然得到了很多的关注,但是与其他问题结合的研究范围仍然狭窄。

目前在已有文献中尚未发现兼顾订单可拆分和多周期柔性配送车辆路径问题的研究。综合来看:1) 现有关于FPVRP的文献主要从配送路径角度考虑实际运营情况进行研究,缺乏在考虑订单可拆分策略下对FPVRP的探讨和分析;2) 现有关于SOVRP的文献主要从拆分方案的角度进行研究,多周期环境下SOVRP还未得到充分研究。鉴于此,本文研究考虑订单可拆分的多周期柔性配送车辆路径问题(flexible periodic vehicle routing problem with splitting orders, FPVRPSO),建立以最小化配送成本为目标的混合整数规划模型,设计禁忌搜索算法,借助构造的算例对模型及算法求解效果进行测试,研究成果可为企业实际运营决策提供参考。

2 问题描述与模型建立

2.1 问题描述

FPVRPSO可描述为:在1个跨越多天的计划周期内,配送中心拥有一定数量若干种类型的运输车辆,安排车辆前往多个客户点进行配送服务,每个客户点视为1个配送节点。每个配送节点需要多种产品,并且对每种产品的总需求已知。配送点的库存能力通常低于总需求,每天交付的数量不超过配送点的库存能力,在计划周期结束时,必须满足每个配送节点的总需求。此外,配送节点在任意一天内可以被多辆车访问。配送节点的地理位置、车辆的容量和载质量已知,以配送成本最小化为目标,为车辆设计装载和配送方案。为明确本文适用范围,做出如下假设:1) 配送中心可以无限制地满足所有客户需求,无需考虑库存或补货能力的限制;2) 车辆数量有限;3) 不同类型车辆载质量、体积和成本不同;4) 车辆在每个周期均为可用状态;5) 客户订单中不同品类的产品可以由同一辆车装载。

2.2 符号定义

为构建FPVRPSO的数学模型,对配送中心、客户、周期、车辆、需求产品类型等集合以及车辆固定使用成本、单位行驶成本、客户总需求量等变量符号进行定义,具体见表1所示。

表 1　文中符号定义

Tab. 1　Denifitions of symbols in the text

变量类型	符号	含义
集合	K	车辆 k 的集合,即 $k\in K$
	T	周期 t 的集合,即 $t\in T$
	G	产品 g 的集合,即 $g\in G$
	N	配送节点 i 的集合,包含配送中心 0,即 $i\in N$
	E	配送节点 i 和配送节点 j 对应弧集,即$(i,j)\in E$, $i,j\in N$, $i\neq j$
	G_i	配送节点 i 对应的需求产品类型集合,即 $g\in G_i$
参数	f^k	车辆 k 对应的固定使用成本
	c^k	车辆 k 对应的单位行驶成本
	q^k	车辆 k 对应的额定载质量
	v^k	车辆 k 对应的额定容积
	h_{ig}	配送节点 i 每周期允许配送的产品 g 的最大数量
	n_{ig}	所有计划周期配送节点 i 对于产品 g 的总需求量
	b_g	产品 g 的单位质量
	a_g	产品 g 的单位体积
	d_{ij}	配送节点 i 到配送节点 j 的行驶距离
决策变量	x_{ij}^{tk}	0-1 变量,如果车辆 k 在周期 t 经过路径(i,j)则为 1,否则为 0
	y_{ig}^{tk}	整数变量,表示车辆 k 在周期 t 装载配送节点 i 产品 g 的数量
	z_i^{tk}	连续变量,表示车辆 k 在周期 t 访问配送节点 i 的顺序

2.3　混合整数规划模型

本研究的目的在于最小化配送成本,包括所有配送车辆的行驶路径总成本和总派车成本,见式(1)。基于上述情况,建立了 FPVRPSO 模型,具体如下:

$$z=\min\sum_{t\in T}\sum_{k\in K}\sum_{j\in N/\{0\}}x_{0j}^{tk}\cdot f^k+\sum_{t\in T}\sum_{k\in K}\sum_{(i,j)\in E}c^k\cdot d_{ij}\cdot x_{ij}^{tk};\tag{1}$$

$$\sum_{j\in N/\{0\}}x_{0j}^{tk}\leqslant 1,\ \forall t\in T,k\in K;\tag{2}$$

$$\sum_{t\in T}\sum_{k\in K}\sum_{i\in N}x_{ij}^{tk}\geqslant 1,\ \forall j\in N/\{0\};\tag{3}$$

$$\sum_{i\in N}x_{ij}^{tk}\leqslant 1,\ \forall j\in N/\{0\},t\in T,k\in K;\tag{4}$$

$$\sum_{i\in N}x_{ij}^{tk}\leqslant\sum_{g\in G_j}y_{jg}^{tk},\ \forall t\in T,k\in K,j\in N/\{0\};\tag{5}$$

$$y_{jg}^{tk}\leqslant h_{jg}\cdot\sum_{i\in N}x_{ij}^{tk},\ \forall t\in T,k\in K,j\in N/\{0\},g\in G_j;\tag{6}$$

$$\sum_{i\in N}x_{ie}^{tk}=\sum_{j\in N}x_{ej}^{tk},\ \forall t\in T,k\in K,e\in N/\{0\};\tag{7}$$

$$z_j^{tk}\geqslant z_i^{tk}+1-|N|\cdot(1-x_{ij}^{tk}),\ \forall i\in N,j\in N/\{0\},t\in T,k\in K;\tag{8}$$

$$\sum_{t\in T}\sum_{k\in K}\sum_{g\in G_i}y_{ig}^{tk}=n_{ig},\ \forall i\in N/\{0\};\tag{9}$$

$$\sum_{k\in K}y_{ig}^{tk}\leqslant h_{ig},\ \forall t\in T,i\in N/\{0\},g\in G_i;\tag{10}$$

$$\sum_{i\in N/\{0\}}\sum_{g\in G_i}y_{ig}^{tk}\cdot n_{ig}\cdot a_g\leqslant v^k,\ \forall t\in T,k\in K;\tag{11}$$

$$\sum_{i\in N/\{0\}}\sum_{g\in G_i} y_{ig}^{tk}\cdot n_{ig}\cdot b_g \leqslant q^k,\ \forall t\in T,k\in K; \tag{12}$$

$$x_{ij}^{tk}+x_{ji}^{tk}\leqslant 1,\ \forall (i,j)\in E,i\neq 0,j\neq 0,t\in T,k\in K; \tag{13}$$

$$z_i^{tk}\geqslant 0,\ \forall t\in T,k\in K,i\in N; \tag{14}$$

$$x_{ij}^{tk}\in\{0,1\},\ \forall (i,j)\in E,t\in T,k\in K; \tag{15}$$

$$y_{ig}^{tk}\in\mathbf{Z}^+,\ \forall t\in T,k\in K,i\in N/\{0\},g\in G_i。 \tag{16}$$

上述式子中:约束(2)表示车辆最多从仓库出发1次;约束(3)表示每个配送节点至少被访问1次;约束(4)表示每周期每个配送节点至多被同一辆车访问1次;约束(5)和(6)将决策变量关联,表示车辆服务了某客户,该客户的货物才可被此车辆所装载;约束(7)表示节点的流入流出约束;约束(8)表示消除子回路约束;约束(9)表示每个客户需求量满足;约束(10)表示在任意周期内,没有客户收到超过最大交付数量的产品;约束(11)是车辆的容量约束;约束(12)是车辆的质量约束;约束(13)是打破对称性约束;约束(14)~约束(16)是决策变量取值约束。

3 禁忌搜索算法

经典VRP是NP难问题,由于订单可拆分、多周期以及柔性配送的引入,FPVRPSO的求解变得更为复杂,因此本文采用禁忌搜索算法提高求解效率。禁忌搜索算法是一种全局迭代寻优算法,通过实现禁忌准则避免陷入局部最优,提升解的质量[25]。本文提出了1种求解FPVRPSO的禁忌搜索算法,该算法流程如图1所示。

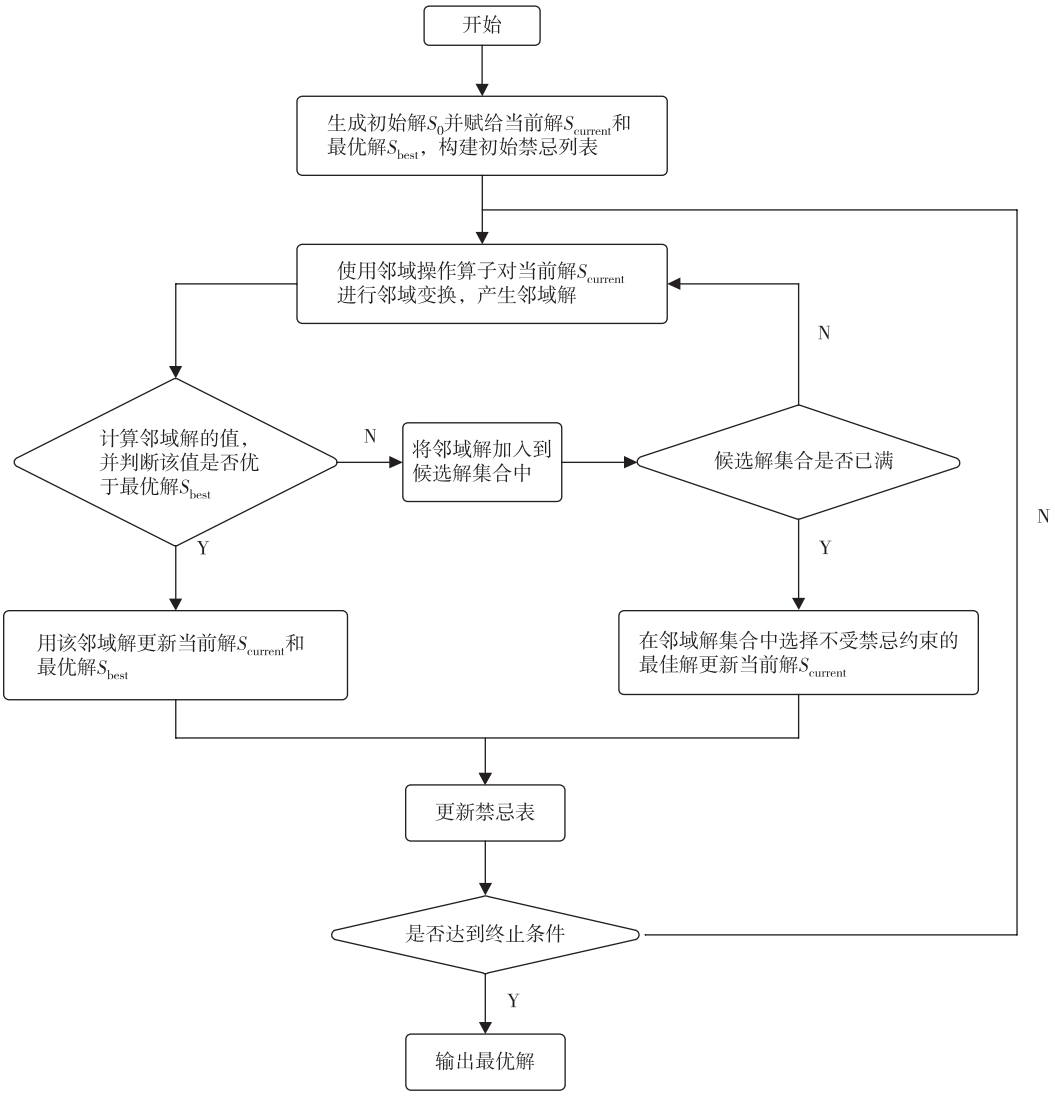

图1 禁忌搜索算法流程图

Fig. 1 Flow chart of tabu search algorithm

3.1　解的表示与初始解

问题的解用周期、配送中心 0 和客户（即配送节点 i）的 1 个组合来表示，其中相邻的配送中心及中间部分构成任意周期内任意车辆的访问线路。例如在解 $S=\{t_1:(0\text{-}1\text{-}2\text{-}3\text{-}5\text{-}0\text{-}5\text{-}4\text{-}3\text{-}7\text{-}0),t_2:(0\text{-}2\text{-}4\text{-}3\text{-}1\text{-}0\text{-}1\text{-}6\text{-}3\text{-}7\text{-}0),t_3:(0\text{-}3\text{-}4\text{-}5\text{-}0\text{-}5\text{-}1\text{-}6\text{-}0)\}$ 中，组合 $t_1:(0\text{-}1\text{-}2\text{-}3\text{-}5\text{-}0\text{-}5\text{-}4\text{-}3\text{-}7\text{-}0)$ 表示在周期 t_1 内，前 2 辆车的行驶路径分别为 0-1-2-3-5-0 和 0-5-4-3-7-0。

为获取更高性能的最优解决方案，采用容量最小启发式算法（capacity minimization heuristic algorithm，CMHA）获取初始解。CMHA 的核心思想是优先考虑低容量配送节点，增加车辆装载率，将客户分配给车辆后使用 ELKAI 算法优化每辆车的访问客户顺序，从而获得更高性能的解决方案。ELKAI 算法是一种基于 LKH 算法[26]的启发式方法，用于高效求解旅行商问题。CMHA 的步骤如下。

步骤 1，将客户 i 根据订单体积和质量升序排列，得到客户集合 $N/\{0\}$，依次访问配送节点 $i(i\in N/\{0\})$，转步骤 2；

步骤 2，在当前周期 t 下，将各车辆按照装载能力大小降序排列（装载能力相同的车辆依次排列），得到车辆集合 K，依次选择车辆 $k(k\in K)$ 执行运输任务，转步骤 3；

步骤 3，配送节点 i 在周期 t 的订单配送量 d_i^t 为配送节点 i 的剩余订单量 D_i、库存限制量 L_i、可用车辆最大装载能力 v^k 之间取最小值，选择车辆 k 依次访问配送节点 $i\in N\{0\}$，更新车辆 k 的访问客户集、剩余装载能力 r^k 和客户相关信息 d_i^t、D_i，直到 r^k 为 0，转步骤 4；

步骤 4，根据车辆 k 的访问客户集，使用 ELKAI 算法求解，得到车辆 k 的配送路径，转步骤 5；

步骤 5，判断当前周期 t 下是否完成配送任务。若不存在可用车辆 k 或所有客户的 d_i^t 为 0，则转步骤 6，否则转步骤 3；

步骤 6，判断算法是否停止。若在当前周期 t 下所有客户的 D_i 均为 0，表示客户订单需求均满足，算法停止；否则，转步骤 2。

3.2　邻域操作算子

禁忌搜索过程中，为了获取更优质量的解方案，需要对当前解进行邻域变换。为此，本文针对问题特征定义了下列邻域操作算子。

3.2.1　周期内邻域算子

重定位算子（1-move）：在当前的周期内将某个配送节点 i 从已规划好的路径中移除，并利用贪婪启发式规则选择插入成本最小的路径，将该客户重新插入到新路径中。

交换算子（1-swap）：在当前周期内，从提供服务的路径中选择路径 r_1 和 r_2，在 r_1 中选择配送节点 i，在 r_2 中选择配送节点 j，配送节点 i 和配送节点 j 交换所在路径。交换过程如下：首先将 2 个配送节点从当前的路径中删除，然后再分别插入到新路径。

合并算子（1-merge）：在当前周期内，根据提供的服务路径，选择路径 r_1 和 r_2。将路径 r_1 中的所有配送节点转移至路径 r_2 或将路径 r_2 中的所有配送节点转移至路径 r_1。交换过程如下：首先将配送节点从当前所在的路径中移除，然后在新的路径中选择插入成本最低的节点并将移除的配送节点插入。

3.2.2　周期间邻域算子

周期重定位算子（2-move）：在周期 t_1 内，将配送节点 i 从当前为它提供服务的路径中删除，并将配送节点 i 插入到周期 t_2 的路径中。在周期 t_2 中选择允许插入的路径，然后选择插入成本最低的节点并将配送节点 i 插入。

周期交换算子（2-swap）：在周期 t_1 中选择配送节点 i，在周期 t_2 中选择配送节点 j，交换配送节点 i 和配送节点 j 所在的路径。交换过程如下：将这 2 个配送节点从当前的路径中删除，再插入到新的路径中。

在上述任何一个算子中，当一个配送节点从一条路径移除并插入另一条路径时，如果满足限制条件，在原始路径中的配送节点将被转移到新分配的路径中。然而，如果由于车辆容量或载质量的限制而无法实现这一操作，则将该节点的客户剩余订单分配给其他周期或其他路径上的相同客户。

3.3　禁忌准则

在禁忌算法搜索过程中，通过设置禁忌表来实现禁忌准则从而跳出局部最优。将解设置为禁忌对象，每一代禁忌对象的选择规则如下：选择候选解集合中的最优解，若该最优解在禁忌表中，则选择不被禁忌的次优解更新禁忌表和禁忌对象，否则选择该最优解更新禁忌表和禁忌对象。此外，禁忌准则的实现需要考虑禁忌表长度，

本文禁忌表长度设置为5到20之间的随机整数。

3.4 算法流程

综上所述,禁忌搜索算法具体步骤如下。

步骤1,调用CMHA生成初始解 s_0,将 s_0 赋给当前解 $s_{current}$ 和最优解 s_{best},构建禁忌表 L;

步骤2,使用3.2节的邻域操作算子对 $s_{current}$ 进行邻域变换,产生邻域解 s^*,并计算 s^* 的目标函数值。若某个 s^* 解值优于 $s_{current}$ 解值则停止构建邻域解,转步骤4,否则转步骤3;

步骤3,将该 s^* 加入候选解集合,若候选解集合已满则转步骤5,否则转步骤2;

步骤4,若 s^* 的解值优于 s_{best} 的解值,则用 s^* 更新 $s_{current}$ 和 s_{best},将 s^* 添加至禁忌表 L 中;

步骤5,在邻域解集合中选择不受禁忌约束的 s_{best} 更新 $s_{current}$,将 s_{best} 添加至禁忌表 L 中;

步骤6,更新禁忌表 L;

步骤7,若达到最大迭代次数则转步骤8,否则转步骤2;

步骤8,输出最优解。

4 实验分析

4.1 基准算例

本文使用Gurobi 10.0.1对提出的FPVRPSO模型进行求解,使用Python 3.10对提出的禁忌搜索算法编程实现。实验平台的CPU为AMD Ryzen 5 5500U,主频2.10 GHz,采用Windows 11(64位)操作系统。算法参数设置为:禁忌表长度 l,候选解集合规模 n,最大迭代次数 g_{max}。上述参数与算例中客户点 N 的规模相关,当 $N\leqslant 30$ 时,$g_{max}=100$,$n=20$,l 为5～10之间的随机整数;当 $N>30$ 时,$g_{max}=1\ 500$,$n=25$,l 为10～20之间的随机整数。

由于所考虑的FPVRPSO是1个新的组合优化问题,在现有文献中没有基准实例。文中以Solomon VRPTW基准测试实例为基础,构造客户需求数据和不同车辆数据,合并生成了以下数据集(表2、表3)。数据集中周期数 T 分别为3、5、7 d。客户相关数据生成均服从均匀分布,具体如下:客户订单中每种产品体积和质量分别为0.1～0.3和20～60之间的随机数,单位分别为 m^3 和kg。配送节点 i 每天允许配送产品 g 的最大数量 h_{ig} 为1到10之间的随机数,对于产品 g 的需求量 n_{ig} 为1～T 之间的随机数与 h_{ig} 的乘积,将客户所有种类的产品需求合并为该客户在整个规划周期的订单。

表2 车辆数据集

Tab. 2 Vehicle dataset

车辆类型	载质量/t	容积/m^3	单位成本/(元·km^{-1})	固定成本/元
A	6.9	1.8	0.8	200
B	18.0	2.8	1.6	600
C	35.0	9.0	2.4	1 200

4.2 模型与算法的验证分析

为了验证禁忌搜索算法的精度和模型的准确性,本节使用禁忌搜索算法和Gurobi求解器对模型进行求解。将Gurobi运行时间上限设置为2 h(7 200 s),选择数据集1进行10次运算测试,选取禁忌搜索算法10次运算的最优目标值与Gurobi求解器得到的解进行比较。Gurobi求解器得到的解的上下界差异用 G_{UL} 表示,禁忌搜索算法求解结果与Gurobi求解器得到的解的差距用 G_{TG} 表示,计算公式分别为:

$$G_{UL}=\frac{O_U-O_L}{O_U}\times 100\%,$$

$$G_{TG}=\frac{O_T-O_G}{O_G}\times 100\%。$$

其中:O_U、O_L 和 O_G 分别表示Gurobi求解器得到的上界、下界和解,O_T 表示禁忌搜索算法得到的解。表4展示了15组算例的目标值、求解时间以及禁忌搜索算法相较于Gurobi求解的差异。

表 3　数据集汇总

Tab. 3　Summary of the dataset

数据集分类	FPVRPSO 算例	$\lvert N/\{0\}\rvert$	$\lvert T\rvert$	$\lvert G_i\rvert$	车辆类型
数据集 1	t3n5-1-5	5	3	2	A，B
	t3n10-1-5	10	3	2	A，B
	t3n15-1-5	15	3	2	A，B
数据集 2	t3n30	30	3	2	A，B，C
	t3n50	50	3	2	A，B，C
	t3n70	70	3	2	A，B，C
	t3n100	100	3	2	A，B，C
数据集 3	t5n30	30	5	2	A，B，C
	t5n50	50	5	2	A，B，C
	t5n70	70	5	2	A，B，C
	t5n100	100	5	2	A，B，C
数据集 4	t7n30	30	7	2	A，B，C
	t7n50	50	7	2	A，B，C
	t7n70	70	7	2	A，B，C
	t7n100	100	7	2	A，B，C
数据集 5	t5n30p6	30	5	6	A，B，C
	t5n50p6	50	5	6	A，B，C
	t5n70p6	70	5	6	A，B，C
	t5n100p6	100	5	6	A，B，C

注：$\lvert N_c\rvert$ 表示客户点数量，$\lvert T\rvert$ 表示周期数，$\lvert G_i\rvert$ 表示客户 i 拥有的产品类型数量。

表 4　小规模算例计算结果对比

Tab. 4　Comparison of results for small-scale instances

算例名称	Gurobi 求解器			禁忌搜索算法		
	目标值	运行时间/s	G_{UL}	目标值	运行时间/s	G_{TG}
t3n5-1	1 945.52	73.35	0	1 945.52	2.24	0
t3n5-2	1 106.85	38.54	0	1 106.98	1.41	0.01%
t3n5-3	1 962.29	39.15	0	1 962.29	1.69	0
t3n5-4	1 323.89	99.27	0	1 326.41	1.73	0.19%
t3n5-5	1 951.92	107.79	0	1 953.55	2.05	0.08%
t3n10-1	2 394.42 *	7 200.00	96.29%	2 380.12	3.62	−0.60%
t3n10-2	3 439.58 *	7 200.00	96.07%	3 439.58	2.59	0
t3n10-3	3 218.67 *	7 200.00	96.83%	3 222.96	2.65	0.13%
t3n10-4	2 806.93 *	7 200.00	96.50%	2 799.86	3.97	−0.25%
t3n10-5	2 806.51 *	7 200.00	96.93%	2 798.95	2.65	−0.27%%
t3n15-1	3 447.66 *	7 200.00	93.35%	3 447.10	4.15	−0.02%
t3n15-2	3 629.52 *	7 200.00	90.49%	3 624.80	4.42	−0.13%
t3n15-3	3 567.54 *	7 200.00	95.06%	3 566.39	6.70	−0.03%
t3n15-4	3 635.28 *	7 200.00	93.64%	3 462.90	9.29	−4.74%
t3n15-5	5 262.19 *	7 200.00	95.96%	5 228.40	7.18	−0.64%
平均值	2 833.25	4 823.87	63.41%	2 817.72	3.76	−0.42%

注：* 表示当前解为 Gurobi 运行 2 h(7 200 s)得到的可行解，未找到最优解。

从表4的结果对比可知,禁忌搜索算法求解效率整体优于Gurobi,8组算例的目标值得到更新,平均优化率为0.36%。就求解时间而言,禁忌搜索算法在上述15组算例中的平均求解时间为3.76 s,而Gurobi只有在客户数为5时才能求得最优解。当客户数增加到10时,Gurobi在2 h内已经无法求得最优解,算法在4 s内可以得到满意解。此外,随着客户数量的增加,Gurobi和禁忌搜索算法解决方案之间的差距呈上升趋势。分析可知:相较于Gurobi,禁忌搜索算法的整体求解效果更优。

4.3 算法稳定性分析

为了研究禁忌搜索算法在求解FPVRPSO上的稳定性,本节对较大规模算例进行实验分析。对数据集2、数据集3和数据集4进行10次运算测试,测试结果如表5所示。表5中最优值和目标值分别为禁忌搜索算法运行10次得到最优目标值和平均目标值,G_{avg}表示平均值和最优值之间的差距,计算公式为:

$$G_{avg}=\frac{O_{avg}-O_{best}}{O_{best}}\times 100\%。$$

其中:O_{avg}表示为算法运行10次得到的平均目标值,O_{best}表示算法运行10次得到的最优目标值。

使用变异系数来评估禁忌搜索算法的稳定性。变异系数值越低,算法的稳定性越好。表5显示了实验结果。算法运行10次计算结果的平均解与最优解之间的相对差距都很小,平均差距为2.4%,变异系数均值为1.3%。可以得到结论:禁忌搜索算法运行10次得到解的目标值离散程度较低,该算法在求解FPVRPSO时具有很强的稳定性。

表5 算法稳定性实验结果

Tab.5 Experimental results for algorithm stability

算例名称	最优值	平均值	G_{avg}	标准差	变异系数	平均时间/s
t3n30	9 663.40	10 014.60	3.63%	263.21	2.6	198.67
t3n50	14 459.64	15 086.59	4.34%	334.08	2.2	328.43
t3n70	21 002.40	21 850.85	4.04%	424.90	1.9	233.85
t3n100	31 674.54	32 442.80	2.43%	391.64	1.2	582.80
t5n30	13 140.81	13 581.93	3.36%	242.66	1.8	291.32
t5n50	22 446.39	22 878.00	1.92%	228.08	1.3	380.94
t5n70	29 162.15	29 537.56	1.29%	223.29	0.8	505.84
t5n100	43 175.35	43 943.31	1.78%	381.58	0.9	603.28
t7n30	14 642.56	15 356.93	4.88%	361.79	2.4	365.75
t7n50	27 900.72	28 298.82	1.43%	306.85	1.1	438.71
t7n70	38 328.01	39 410.38	2.82%	437.55	1.1	540.07
t7n100	55 367.81	55 900.83	0.96%	367.56	0.7	644.50
平均值	26 746.98	27 358.56	2.40%	299.86	1.3	426.18

4.4 敏感性分析

本文考虑的问题包含产品类型数、周期数、柔性配送和订单拆分等诸多因素,为了探究这些因素对解的影响,设计算例实验对以上因素进行敏感性分析。

4.4.1 商品类型数影响性分析

本节分析了禁忌搜索算法在不同产品类型数下的求解情况。为消除其他因素的影响,将数据集5中不同类型产品体积和质量设为一致,并构建了6组对照算例,分别考虑了1~7种产品类型的情况。保持客户配送的产品总数相同。针对上述28个算例,进行了10次运算测试,图2展示了在不同规模客户数量下,产品类型数量对配送成本的影响。

从图2可以看出:在客户配送总量固定的情况下,当产品类型较少时,柔性配送策略可以根据不同的产品类型和需求灵活地调整配送计划,同时更容易进行订单拆分优化,提升车辆装载率,从而减少配送成本;但随着产

品类型数量的增加，需要考虑更多的商品组合、不同的体积和质量等因素，柔性配送和订单拆分策略变得更加复杂，导致配送成本波动较大。因此，随着产品类型数的增加，配送成本整体呈现先减后增的趋势，除 $N=30$ 外，产品类型数量为 2 时，柔性配送和订单拆分策略的优势能够被最大化，从而使得配送成本达到最低点。

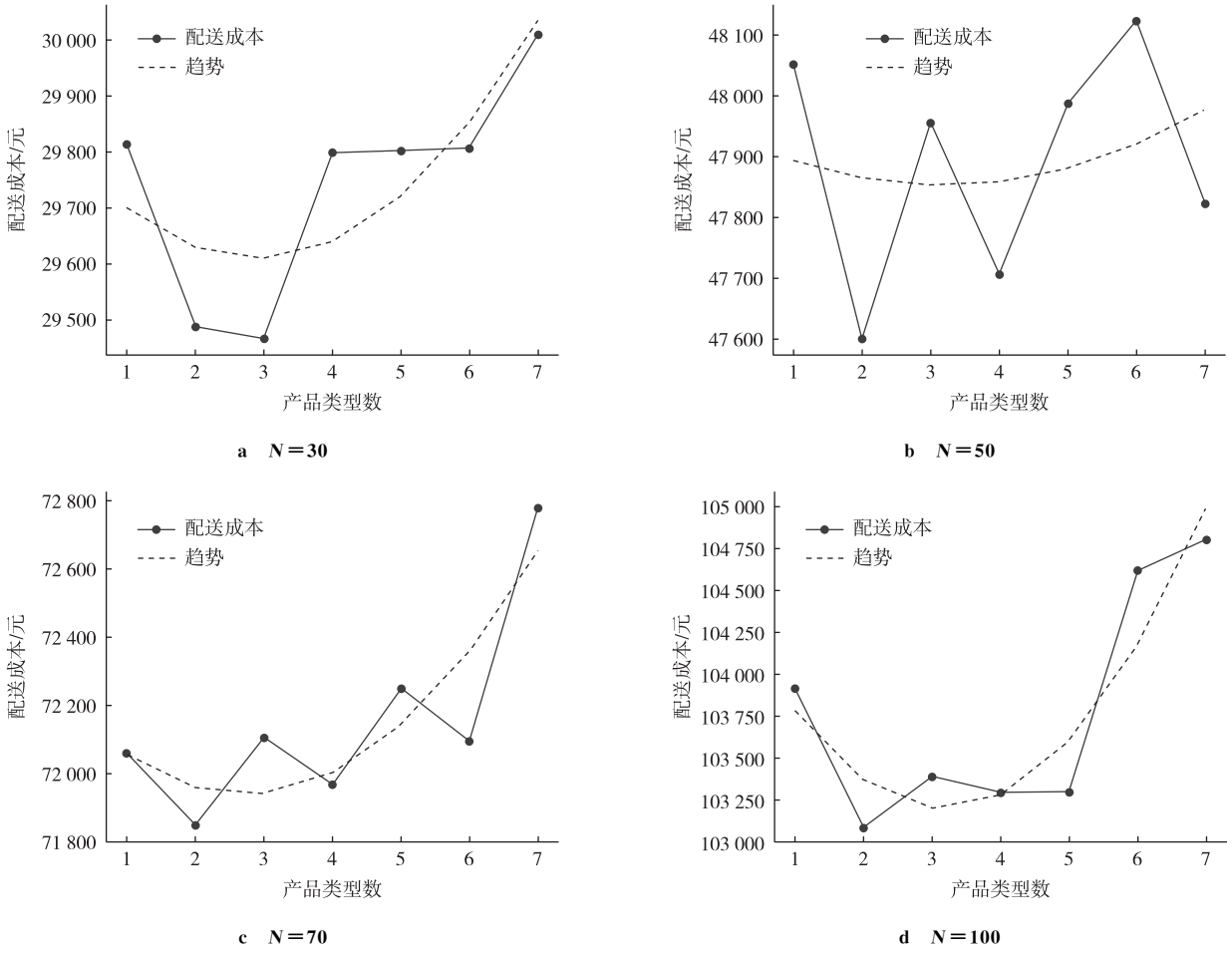

图 2　不同产品类型数对配送成本的影响

Fig. 2　Effect of different number of product types on delivery costs

4.4.2　周期数和需求量影响性分析

本节分析了禁忌搜索算法在不同周期数和需求量下的求解情况。以数据集 2、数据集 3 为基础分别构建 4 组对照算例。在这 5 组算例中，分别控制周期数为 3、4、5、6、7，每个客户每种产品的需求量保持为 3∶4∶5∶6∶7，同时其他因素保持不变。对上述 40 个算例分别进行了 10 次运算测试，图 3 和图 4 分别表示数据集 2、数据集 3 的实验结果，展示了不同规模客户在不同周期数和需求量下的计算结果。

通过对图 3 和图 4 的分析可得出结论：虽然配送成本随周期数和需求量增加呈现线性增加趋势，但平均每周期成本并非如此。这是因为当周期数和需求量增加时，订单的批量处理能力也随之增强，从而使得平均每周期成本相对降低；然而，随着周期数和需求量继续增加，由于车辆数量不变，容量有限，导致客户订单拆分次数过多，从而增加车辆行驶成本。在周期数为 5 时，出现了 1 个最佳的平衡点，由于客户订单拆分造成的额外车辆行驶成本尚未达到对平均每周期成本的影响，使得平均每周期成本达到了最低值。

4.4.3　订单拆分和柔性配送影响性分析

本节以数据集 2、数据集 3 的算例为基础，分析了禁忌搜索算法在不同策略下的求解情况。为验证订单拆分和柔性配送策略的优越性，本文针对以下策略进行对比：策略 a，考虑订单拆分和柔性配送策略；策略 b，只考虑订单拆分策略；策略 c，只考虑柔性配送策略。对算例分别进行 10 次运算测试，表 6 展示了不同客户数、不同策略下的计算结果。表 6 中访问次数和目标值表示在当前策略下，算法运行 10 次得到的最优解对应访问客户的次数和目标值，当前策略目标值和策略 a 目标值之间的差异为：

$$G_a=\frac{O-O_a}{O_a}\times 100\%。$$

其中:O 表示当前策略对应的目标值,O_a 表示策略 a 对应的目标值。

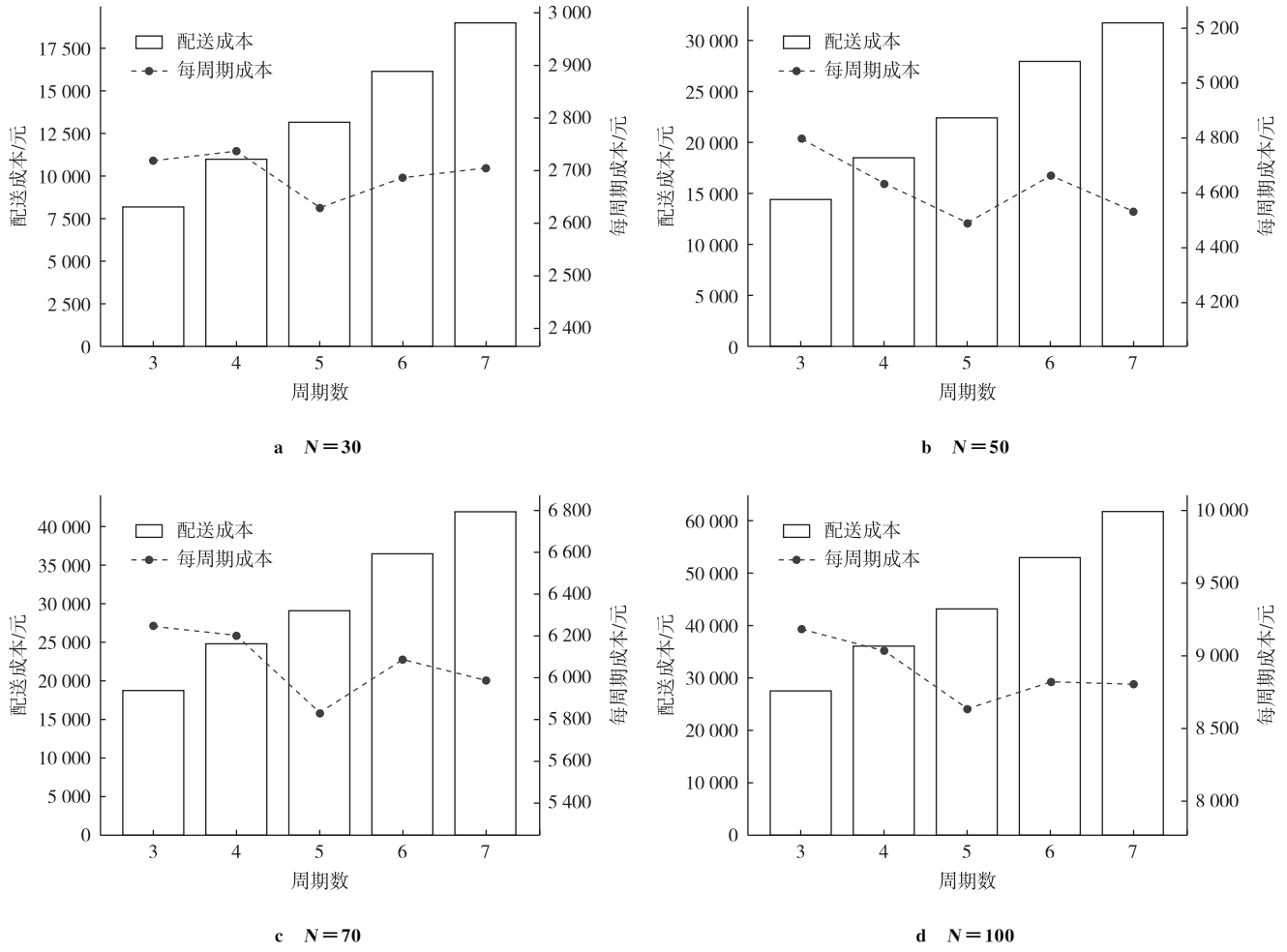

图 3 数据集 2 上不同周期数对平均每周期配送成本的影响

Fig. 3 Impact of different number of periods on average daily delivery costs

基于表 6 的分析结果,可以得出以下结论:策略 b 和策略 c 的相较于策略 a 最优解的相对差值的均值分别为 7.88%和 2.12%。这表明,在周期性车辆路径问题中同时考虑订单拆分和柔性配送因素,可以有效地降低成本。值得注意的是,策略 b 中,客户访问次数增加,策略 c 中,客户访问次数减少,针对这一现象可以做出如下解释:为了降低配送成本,采用订单可拆分策略,这种策略允许同一客户的订单由多辆车配送,以实现更高的装载率。这会导致客户访问次数的增加,因为同一客户在同一周期内可能需要多次访问;而柔性配送策略可以在配送周期内根据实际需求灵活调整客户的配送订单量,促使配送车辆的容量得到更高利用,从而降低对客户的访问次数。在实际应用中,物流企业通常需要综合考虑配送成本和客户满意度,这将更加突显策略 a 的优势。

5 结论

FPVRPSO 可以帮助物流企业提升配送效率,降低配送成本。本文在研究该问题时,以配送成本最低为目标,构建考虑多周期、多车型、柔性配送和订单可拆分特点的车辆路径模型,提出禁忌搜索算法对模型进行求解,验证了模型和算法的有效性。实验结果表明:1) 相对于单独实施订单拆分或柔性配送策略,综合应用这 2 种策略能降低配送成本,分别降低 7.88%和 2.12%的成本。此外,在实施订单拆分策略的基础上,引入柔性配送策略不仅进一步降低了配送成本,还有效提升了客户满意度。2) 针对大规模问题,本文设计的禁忌搜索算法在较短时间内能得到满意解,提出的模型和算法可为电商企业实际运营决策提供参考。

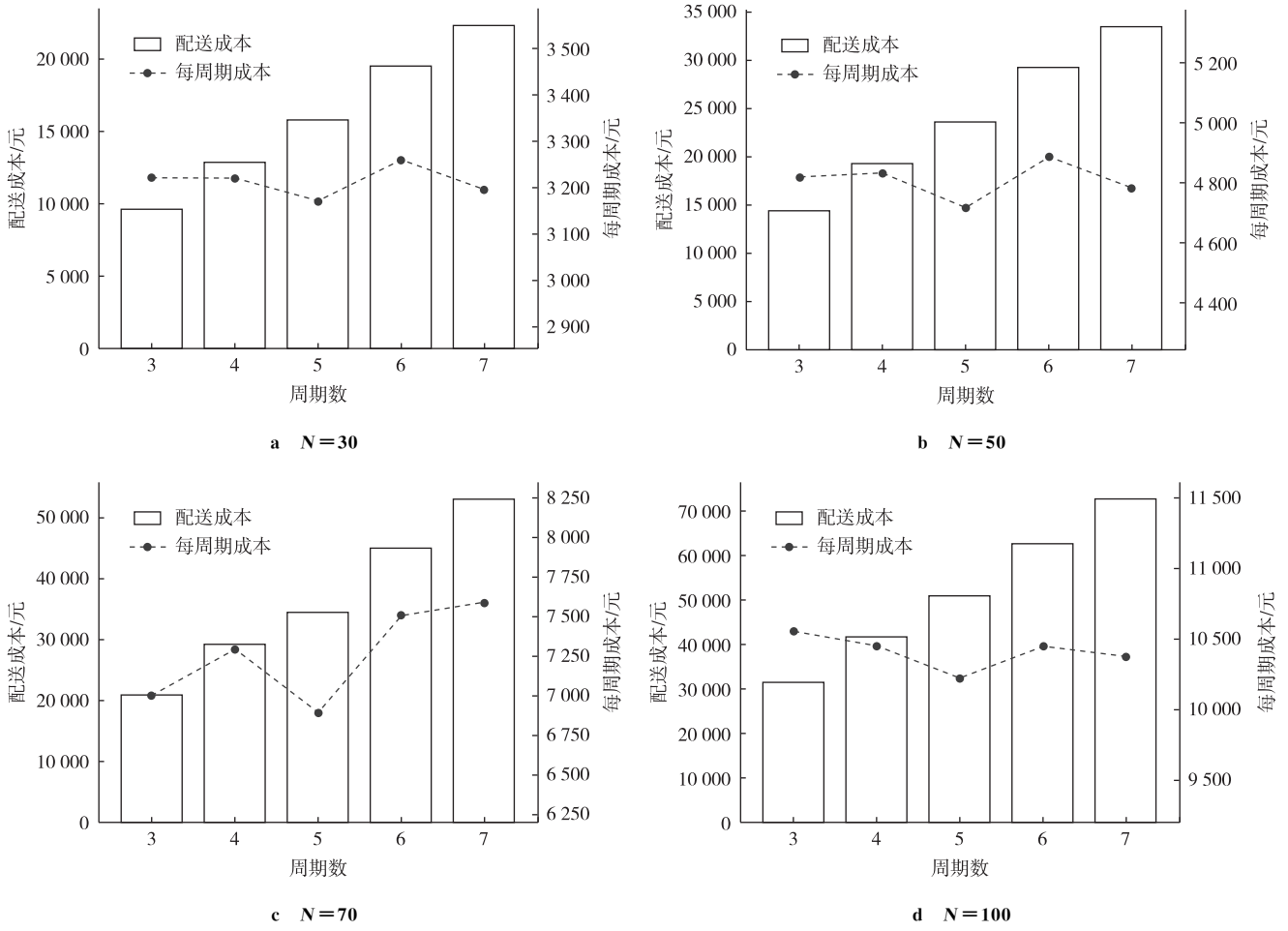

图 4　数据集 3 上不同周期数对平均每周期配送成本的影响

Fig. 4　Impact of different number of periods on average daily delivery costs

表 6　不同策略对照实验结果

Tab. 6　Comparative experimental results of different strategies

算例名称	策略 a		策略 b			策略 c		
	访问次数	目标值	访问次数	目标值	G_a	访问次数	目标值	G_a
t3n30	57	9 663.4	58	10 988.86	13.72%	57	9 947.82	2.94%
t3n50	99	14 459.64	107	15 732.6	8.8%	94	14 821.66	2.5%
t3n70	149	21 002.4	160	22 673.17	7.96%	144	21 426.59	2.02%
t3n100	216	31 674.54	224	33 024.69	4.26%	207	32 284.73	1.93%
t5n30	79	13 140.81	80	14 817.15	12.76%	79	13 565.16	3.23%
t5n50	151	22 446.39	152	24 479.04	9.06%	147	22 569.42	0.55%
t5n70	206	29 162.15	211	30 030.74	2.98%	203	29 457.51	1.01%
t5n100	308	43 175.35	312	44 667.52	3.46%	296	44 363.49	2.75%
平均值	159	23 090.59	163	24 551.72	7.88%	154	23 554.54	2.12%

本文提出的禁忌搜索算法，在求解精度和运行时间方面取得了良好的平衡，但仍存在改进空间。未来的工作重点包括开发求解速度更快、适用于更大计算规模的算法。另外，当前研究未考虑缺货对客户的影响以及客户订单存在无法装载在同一辆车辆中的产品，未来的研究将考虑上述实际因素，以更全面地评估物流方案的效果。

参考文献:

[1] 国家统计局.中华人民共和国2023年国民经济和社会发展统计公报[EB/OL].(2024-02-29)[2024-05-11].https://www.stats.gov.cn/sj/zxfb/202402/t20240228_1947915.html.
National Bureau of Statistics. Statistical bulletin on national economic and social development of the People's Republic of China in 2023[EB/OL].(2024-02-29)[2024-05-11].https://www.stats.gov.cn/sj/zxfb/202402/t20240228_1947915.html.

[2] BELTRAMI E J,BODIN L D. Networks and vehicle routing for municipal waste collection[J]. Networks,1974,4(1):65-94.

[3] ELBEK M,WØHLK S. A variable neighborhood search for the multi-period collection of recyclable materials[J]. European Journal of Operational Research,2016,249(2):540-550.

[4] 肖青,宁志敏,王燕玲,等.周期可变下考虑多车型的库存路径优化研究[J].包装工程,2023,44(17):213-219.
XIAO Q,NING Z M,WANG Y L,et al. Inventory routing optimization considering multiple vehicle types under variable cycles[J]. Packaging Engineering,2023,44(17):213-219.

[5] 徐阳,周亚南,黎建强,等.不确定需求下故障共享单车回收周期性车辆路径问题研究[J].系统科学与数学,2022,42(2):337-354.
XU Y,ZHOU Y N,LAI K K,et al. Period vehicle routing problem for fault-shared bicycle recycling with uncertain demand[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences,2022,42(2):337-354.

[6] FRANCIS P,SMILOWITZ K. Modeling techniques for periodic vehicle routing problems[J]. Transportation Research Part B:Methodological,2006,40(10):872-884.

[7] FRANCIS P,SMILOWITZ K,TZUR M. The period vehicle routing problem with service choice[J]. Transportation Science,2006,40(4):439-454.

[8] GLÄSER S. A waste collection problem with service type option[J]. European Journal of Operational Research,2022,303(3):1216-1230.

[9] 王颂博,胡蓉,钱斌,等.改进蚁群算法求解绿色周期性车辆路径问题[J].控制工程,2022,29(9):1546-1556.
WANG S B,HU R,QIAN B,et al. Improved ant colony optimization algorithm for solving green periodic vehicle routing problem[J]. Control Engineering of China,2022,29(9):1546-1556.

[10] CÔTÉ J F,MANSINI R,RAFFAELE A. Multi-period time window assignment for attended home delivery[J]. European Journal of Operational Research,2024,316(1):295-309.

[11] PACHECO J,ALVAREZ A,GARCÍA I,et al. Optimizing vehicle routes in a bakery company allowing flexibility in delivery dates[J]. Journal of the Operational Research Society,2012,63(5):569-581.

[12] ARCHETTI C,JABALI O,SPERANZA M G. Multi-period vehicle routing problem with due dates[J]. Computers & Operations Research,2015,61:122-134.

[13] ARCHETTI C,FERNÁNDEZ E,HUERTA-MUÑOZ D L. The flexible periodic vehicle routing problem[J]. Computers & Operations Research,2017,85:58-70.

[14] ARCHETTI C,FERNÁNDEZ E,HUERTA-MUÑOZ D L. A two-phase solution algorithm for the flexible periodic vehicle routing problem[J]. Computers & Operations Research,2018,99:27-37.

[15] HUERTA-MUÑOZ D L,ARCHETTI C,FERNÁNDEZ E,et al. The heterogeneous flexible periodic vehicle routing problem:mathematical formulations and solution algorithms[J]. Computers & Operations Research,2022,141:105662.

[16] 范厚明,张轩,任晓雪,等.多中心开放且需求可拆分的VRPSDP问题优化[J].系统工程理论与实践,2021,41(6):1521-1534.
FAN H M,ZHANG X,REN X X,et al. Optimization of multi-depot open split delivery vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up[J]. Systems Engineering-Theory & Practice,2021,41(6):1521-1534.

[17] MOSHE DROR P T. Savings by split delivery routing[J]. Transportation Science,1989,23(2):141-145.

[18] 邱萌,符卓.需求可离散拆分车辆路径问题及其禁忌搜索算法[J].哈尔滨工程大学学报,2019,40(3):525-533.
QIU M,FU Z. Tabu search algorithm for the discrete split delivery vehicle routing problem[J]. Journal of Harbin Engineering University,2019,40(3):525-533.

[19] 徐东洋,李昆鹏,郑飘,等.多车场多车型多品类供需未匹配与可任意拆分取送货车辆路径问题优化[J].管理学报,2020,17(7):1086-1095.
XU D Y,LI K P,ZHENG P,et al. The optimization research of multi-category unpaired supply-demand and arbitrary split pickup and delivery vehicle routing problem with multi-depot and multi-type trucks[J]. Chinese Journal of Management,2020,17(7):1086-1095.

[20] XIA Y K,FU Z. An adaptive tabu search algorithm for the open vehicle routing problem with split deliveries by order[J].

Wireless Personal Communications,2018,103(1):595-609.

[21] 唐坚强,祁超,王红卫.带时间窗的多仓库订单拆分与异构车辆路径联合优化方法[J].系统工程理论与实践,2023,43(5):1446-1464.
TANG J Q, QI C, WANG H W. Integrated optimization approach to multi-depot order splitting and heterogeneous vehicle routing with time windows[J]. Systems Engineering-Theory & Practice,2023,43(5):1446-1464.

[22] GU W J,CATTARUZZA D,OGIER M,et al. Adaptive large neighborhood search for the commodity constrained split delivery VRP[J]. Computers & Operations Research,2019,112:104761.

[23] HAOUASSI M,KERGOSIEN Y,MENDOZA J E,et al. The integrated orderline batching,batch scheduling,and picker routing problem with multiple pickers:the benefits of splitting customer orders[J]. Flexible Services and Manufacturing Journal,2022,34(3):614-645.

[24] GUO F, HUANG Z H, HUANG W L. Heuristic approaches for a vehicle routing problem with an incompatible loading constraint and splitting deliveries by order[J]. Computers & Operations Research,2021,134:105379.

[25] 符卓,刘文,邱萌.带软时间窗的需求依订单拆分车辆路径问题及其禁忌搜索算法[J].中国管理科学,2017,25(5):78-86.
FU Z,LIU W,QIU M. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with soft time windows and split deliveries by order[J]. Chinese Journal of Management Science,2017,25(5):78-86.

[26] HELSGAUN K. An effective implementation of the Lin-Kernighan traveling salesman heuristic[J]. European Journal of Operational Research,2000,126(1):106-130.

Operations Research and Cybernetics

Flexible Periodic Vehicle Routing Problem with Splitting Orders

MA Yunfeng[1,2], LI Jihao[1], YANG Xijie[3], ZHANG Jiayi[1], LI Jian[4]

(1. School of Management, Wuhan University of Science and Technology;
2. Center for Service Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430065;
3. Goodo Technology (Shanghai) Co., Ltd., Shanghai 200443; 4. College of Information Management, Nanjing Agricultural University, Nanjing 210031, China)

Abstract: To improve operational efficiency, e-commerce companies adopt a periodic delivery model to provide multiple periods of delivery to customers. In a multi periods environment, considering factors such as order splitting, flexible delivery, and heterogeneous vehicles, a mixed integer programming model is established to coordinate the arrangement of vehicle service routes, order splitting, and flexible delivery strategies, aiming to minimize the delivery cost for e-commerce companies. A hybrid taboo search algorithm was designed for solving the problem. Different scale instances are used to test the model and algorithm. The numerical experimental results demonstrate that the algorithm can obtain a satisfactory solution within a short period of time, indicating its effectiveness in solving the problem. By simultaneously considering order splitting and flexible delivery in the multi periods vehicle routing problem, the delivery cost can be effectively reduced and customer satisfaction can be enhanced.

Keywords: periodic vehicle routing problem; flexible delivery; order splitting

(责任编辑 黄 颖)