DOI:10.11721/cqnuj20260110

关于 PSL(2,11)的一个新刻画*

罗杨梅, 何立官
(重庆师范大学 数学科学学院, 重庆 401331)

摘要:设 G 是有限群,$|G|$ 表示 G 的阶。若 $|G|$ 恰有 n 个不同的素因子,称 G 为 K_n-群。设 $g\in G$,$o(g)$ 表示元素 g 的阶,令 $m(G)=\sum\limits_{g\in G}\frac{1}{o(g)}$。$h(G)$ 表示 G 中最高阶元素的阶。为了推广有限群的数量刻画,提出用数量 $h(G)$ 和 $m(G)$ 刻画有限单群。先用 $h(G)$ 和 $m(G)$ 确定 $|G|$ 的素因子和 $|G|$ 的范围,再用单群分类定理证明 G 同构于目标单群。最终证明了:若 G 为 K_4-群,则 $G\cong \mathrm{PSL}(2,11)$ 当且仅当 $m(G)=m(\mathrm{PSL}(2,11))$ 且 $h(G)=h(\mathrm{PSL}(2,11))$。结论说明 K_4-单群 PSL(2,11)可以通过 $h(G)$ 和 $m(G)$ 唯一刻画,推广了关于 PSL(2,11)前期数量刻画的相关工作。

关键词:有限群;群的阶;元素的阶;K_4-群

中图分类号:O152.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-6693(2026)01-0093-05

1 符号说明及相关背景

设 G 是一个有限群,规定 $|G|$ 表示 G 的阶,$\pi(G)$ 表示 $|G|$ 的素因子集合,若 $|G|$ 恰有 n 个不同的素因子,称 G 为 K_n-群。$\pi_e(G)$ 表示 G 中元素阶的集合,若 $k\in\pi_e(G)$,用 i_k 表示 G 中 k 阶元的个数。设 $g\in G$,$o(g)$ 表示 g 的阶,令 $m(G)=\sum\limits_{g\in G}\frac{1}{o(g)}$。$h(G)$ 表示 G 中最高阶元素的阶。$\mathrm{Syl}_p(G)$ 表示 G 的 Sylow p-子群集合,n_p 表示 G 中 Sylow p-子群个数。$\Gamma(G)$ 表示群 G 的素图[1],即 $\Gamma(G)$ 的顶点集是 $\pi(G)$,$\Gamma(G)$ 的 2 顶点 p、q 之间有边当且仅当 $pq\in\pi_e(G)$。$t(G)$ 表示 $\Gamma(G)$ 的连通分支数,$\pi_i(i=1,2,\cdots)$ 表示 $\Gamma(G)$ 的连通分支所含顶点集。如果 $2\mid|G|$,则总假设 $2\in\pi_1$[1]。

群的数量刻画一直是一个热门的课题,1987 年施武杰教授[2]首先提出用 $\pi_e(G)$ 和 $|G|$ 这 2 个数量来刻画有限单群 G 的课题,并在接下来近 20 年的时间里与合作者用 $\pi_e(G)$ 和 $|G|$ 先后刻画了除典型群 $B_n(q)$、$C_n(q)$ 和 $D_n(q)$(n 为偶数)外的所有有限单群。2009 年,俄罗斯数学家 Vasil'ev 等人[3]用 $\pi_e(G)$ 和 $|G|$ 又成功刻画了 $B_n(q)$、$C_n(q)$ 和 $D_n(q)$(n 为偶数)这 3 类典型单群。上述工作最终形成 1 个定理,即所有有限单群均可由"群的阶"和"元素的阶之集"(简称"2 个阶")唯一刻画[2]。为了弱化群数量刻画所使用的数量条件,2012 年何立官等人[4]提出仅用 $h(G)$ 和 $|G|$ 来刻画有限群,并进行了系列研究[4-6]。2024 年,邝美群等人在文献[7]中给出了 $m(G)$ 的定义,并选择用它来限制 $|G|$ 的大小并代替 G 的阶这个条件,成功刻画了单 K_3-群 A_5 和 PSL(2,7)。本文继续文献[7]的工作,讨论 $h(G)$ 和 $m(G)$ 对单 K_4-群结构的影响,并完成了对 PSL(2,11)的完整刻画。诚如前面所言,1983 年施武杰教授在文献[8]中仅用"元素的阶之集"就完成了对单群 PSL(2,11)的刻画,本文结果可以看成是对该项工作的推广和补充。

2 主要引理

引理 1[1] 若群 G 的素图 $\Gamma(G)$ 有 1 个以上的分支,即 $t(G)\geqslant 2$,那么有下列情况之一成立:

* **收稿日期:**2024-12-03 **修回日期:**2025-10-29 **网络出版时间:**2026-03-03T13:41
资助项目:国家自然科学基金面上项目(No. 11871127)
第一作者简介:罗杨梅,女,研究方向为有限群论,E-mail:3454843201@qq.com;**通信作者简介:**何立官,男,教授,博士,E-mail:lghecqnu@126.com
网络出版地址:https://link.cnki.net/urlid/50.1165.N.20260302.1737.008

1) G 是 Frobenius 群或 2-Frobenius 群;

2) G 有一正规列 $1 \trianglelefteq H \trianglelefteq K \trianglelefteq G$,使得 H 为幂零群,群 K/H 是非交换单群,H 和 G/K 是 π_1-群,其中 $2 \in \pi_1$,而且 $|G/K| \mid |\mathrm{Out}(K/H)|$。

引理 2[9] 若 G 是偶数阶的 Frobenius 群,则 $G = H \ltimes K$,$t(G)=2$ 且 $\Gamma(G)=\{\pi(H),\pi(K)\}$,其中 K 是 Frobenius 核,H 是 Frobenius 补,$H \ltimes K$ 表示 H 与 K 的半直积。

引理 3[9] 若 G 是偶数阶的 2-Frobenius 群,则 $t(G)=2$ 且有正规列 $1 \trianglelefteq H \trianglelefteq K \trianglelefteq G$,使得 $\pi(K/H)=\pi_2$ 且 $\pi(G/K) \cup \pi(H) = \pi_1$,同时 G/K 和 K/H 是满足 $|G/K| \mid |\mathrm{Aut}(K/H)|$ 的循环群。特别的,群 G 是可解群。

引理 4[10] 设 π-群 A 是 π'-群 G 的自同构群,并且 G 或 A 是可解的,则存在 G 的某个 Sylow p-子群在 A 的作用下不变,其中 p 是 π' 中的一个素数。

3 定理及其证明

定理 1 设 G 有限 K_4-群,则 $G \cong \mathrm{PSL}(2,11)$ 当且仅当 $m(G)=m(\mathrm{PSL}(2,11))$ 且 $h(G)=h(\mathrm{PSL}(2,11))$。

证明 必要性由同构的定义可直接得出。

下证充分性。假设 G 满足上述 2 个条件,并由此推出 $G \cong \mathrm{PSL}(2,11)$。

根据文献[11],PSL(2,11)有 55 个 2 阶元,110 个 3 阶元,264 个 5 阶元,110 个 6 阶元,120 个 11 阶元,所以有:

$$h(G)=h(\mathrm{PSL}(2,11))=11,$$

$$m(G)=m(\mathrm{PSL}(2,11))=1+\frac{i_2}{2}+\frac{i_3}{3}+\frac{i_5}{5}+\frac{i_6}{6}+\frac{i_{11}}{11}=\frac{16\ 193}{110}。$$

于是有 $1+\frac{|G|-1}{11} \leqslant \frac{16\ 193}{110}$,从而得到 $|G| \leqslant 1\ 609$。

因为 G 是 K_4-群且 $h(G)=11$,则:

$$\pi(G)=\{2,3,5,11\},\pi(G)=\{2,3,711\},\pi(G)=\{2,5,7,11\},\pi(G)=\{3,5,7,11\}。$$

下面分 4 个步骤完成证明。

步骤 1,$\pi(G)=\{2,3,5,11\}$。

步骤 1.1,$\pi(G) \neq \{2,3,7,11\}$。

假设 $\pi(G)=\{2,3,7,11\}$,设 $|G|=2^a \cdot 3^b \cdot 7^c \cdot 11^d$,其中 $a \geqslant 1, b \geqslant 1, c \geqslant 1, d \geqslant 1$。那么由 $11^d \leqslant \frac{1\ 609}{2 \cdot 3 \cdot 7}$,$7^c \leqslant \frac{1\ 609}{2 \cdot 3 \cdot 11}$ 和 $3^b \leqslant \frac{1\ 609}{2 \cdot 7 \cdot 11}$,可得 $d=1, c=1, b \leqslant 2$。

于是 $|G|=2^a \cdot 3^b \cdot 7 \cdot 11$,且当 $b=1$ 时,$a=1$ 或 2;当 $b=2$ 时,$a=1$。由 Sylow 定理有,$n_{11}=1$ 或 12。

假设 $n_{11}=1$,则有 $i_{11}=10$。设 $P \in \mathrm{Syl}_{11}(G)$,根据 N/C 定理,可知 $N_G(P)/C_G(P)=G/C_G(P)$ 同构于 $\mathrm{Aut}(P)$ 的子群,则 $|G/C_G(P)| \mid 10$。由 $c=1$,从而有 $7 \mid |C_G(P)|$,那么 G 中存在 $7 \times 11 = 77$ 阶元,这与 $h(G)=11$ 矛盾,所以 $n_{11}=12$,从而 $2^2 \mid |G|$,故 $|G|=2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 924$,此时 $i_{11}=120$ 且 $\pi_e(G)$ 有 4 种情况。

下面依次证明这 4 种情况均不成立。

1) 当 $\pi_e(G)=\{1,2,3,7,11\}$ 时,得到:

$$m(G)=1+\frac{i_2}{2}+\frac{i_3}{3}+\frac{i_7}{7}+\frac{i_{11}}{11}=\frac{16\ 193}{110},$$

由 $i_{11}=120$,从而有:

$$\frac{i_2}{2}+\frac{i_3}{3}+\frac{i_7}{7}=\frac{1\ 353}{10},$$

化简得 $21i_2+14i_3+6i_7=\frac{28\ 413}{5}$,因为 $21i_2+14i_3+6i_7$ 是整数,所以这种情况不可能。

2) 当 $\pi_e(G)=\{1,2,3,4,7,11\}$时,得到:

$$m(G)=1+\frac{i_2}{2}+\frac{i_3}{3}+\frac{i_4}{4}+\frac{i_7}{7}+\frac{i_{11}}{11}=\frac{16\ 193}{110},$$

由 $i_{11}=120$,从而有:

$$\frac{i_2}{2}+\frac{i_3}{3}+\frac{i_4}{4}+\frac{i_7}{7}=\frac{1\ 353}{10},$$

化简得 $42i_2+28i_3+21i_4+12i_7=\frac{56\ 826}{5}$,与 1)同理,可推出矛盾。

3) 当 $\pi_e(G)=\{1,2,3,6,7,11\}$时,得到:

$$m(G)=1+\frac{i_2}{2}+\frac{i_3}{3}+\frac{i_6}{6}+\frac{i_7}{7}+\frac{i_{11}}{11}=\frac{16\ 193}{110},$$

由 $i_{11}=120$,从而有:

$$\frac{i_2}{2}+\frac{i_3}{3}+\frac{i_6}{6}+\frac{i_7}{7}=\frac{1\ 353}{10},$$

化简得 $21i_2+14i_3+7i_6+6i_7=\frac{28\ 413}{5}$,依然可以推出矛盾。

4) 当 $\pi_e(G)=\{1,2,3,4,6,7,11\}$时,得到:

$$m(G)=1+\frac{i_2}{2}+\frac{i_3}{3}+\frac{i_4}{4}+\frac{i_6}{6}+\frac{i_7}{7}+\frac{i_{11}}{11}=\frac{16\ 193}{110},$$

由 $i_{11}=120$,从而有:

$$\frac{i_2}{2}+\frac{i_3}{3}+\frac{i_4}{4}+\frac{i_6}{6}+\frac{i_7}{7}=\frac{1\ 353}{10},$$

化简得 $42i_2+28i_3+21i_4+14i_6+12i_7=\frac{56\ 826}{5}$,矛盾。故 $\pi(G)\neq\{2,3,7,11\}$。

步骤 1.2,$\pi(G)\neq\{2,5,7,11\}$。

假设 $\pi(G)=\{2,5,7,11\}$,设 $|G|=2^a\cdot 5^b\cdot 7^c\cdot 11^d$,其中 $a\geqslant 1,b\geqslant 1,c\geqslant 1,d\geqslant 1$。那么计算 $11^d\leqslant\frac{1\ 609}{2\cdot 5\cdot 7}$,$7^c\leqslant\frac{1\ 609}{2\cdot 5\cdot 11}$,$5^b\leqslant\frac{1\ 609}{2\cdot 7\cdot 11}$和 $2^a\leqslant\frac{1\ 609}{5\cdot 7\cdot 11}$,可得 $d=1,c=1,b=1,a=1$ 或 2。从而$|G|=2^a\cdot 5\cdot 7\cdot 11$,$a=1$ 或 2。

由 Sylow 定理有,$n_{11}=1$,所以 $i_{11}=10$。设 $P\in \mathrm{Syl}_{11}(G)$,根据 N/C 定理,可知:

$$N_G(P)/C_G(P)=G/C_G(P)$$

同构于 $\mathrm{Aut}(P)$的子群,则$|G/C_G(P)|\mid 10$。由 $c=1$,从而有 $7\mid|C_G(P)|$,那么 G 中存在 $7\times 11=77$ 阶元,这与 $h(G)=11$ 矛盾。故 $\pi(G)\neq\{2,5,7,11\}$。

步骤 1.3,$\pi(G)\neq\{3,5,7,11\}$。

假设 $\pi(G)=\{3,5,7,11\}$,设 $|G|=3^a\cdot 5^b\cdot 7^c\cdot 11^d$,其中 $a\geqslant 1,b\geqslant 1,c\geqslant 1,d\geqslant 1$。那么计算 $11^d\leqslant\frac{1\ 609}{3\cdot 5\cdot 7}$,$7^c\leqslant\frac{1\ 609}{3\cdot 5\cdot 11}$,$5^b\leqslant\frac{1\ 609}{3\cdot 7\cdot 11}$和 $3^a\leqslant\frac{1\ 609}{5\cdot 7\cdot 11}$,可得 $d=1,c=1,b=1,a=1$。从而$|G|=3\cdot 5\cdot 7\cdot 11$。类似步骤 1.2 可以推出 G 中有 77 阶元,这与 $h(G)=11$ 矛盾。故 $\pi(G)\neq\{3,5,7,11\}$。

综上可得:$\pi(G)=\{2,3,5,11\}$。

步骤 2,$|G|=2\cdot 3^2\cdot 5\cdot 11$ 或$|G|=2^a\cdot 3\cdot 5\cdot 11$,其中 $a=2$ 或 3。

根据步骤 1,$\pi(G)=\{2,3,5,11\}$。设$|G|=2^a\cdot 3^b\cdot 5^c\cdot 11^d$,其中 $a\geqslant 1,b\geqslant 1,c\geqslant 1,d\geqslant 1$。那么计算 $11^d\leqslant\frac{1\ 609}{2\cdot 3\cdot 5}$,$5^c\leqslant\frac{1\ 609}{2\cdot 3\cdot 11}$和 $5^b\leqslant\frac{1\ 609}{2\cdot 3\cdot 11}$,可得 $d=1,c=1,b\leqslant 2$。从而$|G|=2^a\cdot 3^b\cdot 5\cdot 11$ 且当 $b=1$ 时,$a=1$ 或 2;当 $b=2$ 时,$a=1$。

由 Sylow 定理有,$n_{11}=1,12$ 或 45。设 $n_{11}=1$,取 $P\in \mathrm{Syl}_{11}(G)$,由 N/C 定理有:

$$N_G(P)/C_G(P)=G/C_G(P)$$

同构于 $\mathrm{Aut}(P)$ 的子群,则 $|G/C_G(P)|\,\big|\,10$。由 $1\leqslant b\leqslant 2$ 知 $3\,\big|\,|C_G(P)|$,从而 G 中存在 $3\times 11=33$ 阶元,这与 $h(G)=11$ 矛盾。故 $n_{11}=12$ 或 45,此时有 $2^2\,\big|\,|G|$ 或 $3^2\,\big|\,|G|$,则 $|G|=2\cdot 3^2\cdot 5\cdot 11$ 或 $|G|=2^a\cdot 3\cdot 5\cdot 11$,其中 $a=2$ 或 3。

步骤 3,G 不是 Frobenius 群或 2-Frobenius 群。

由步骤 2 可得,$|G|=2\cdot 3^2\cdot 5\cdot 11$ 或 $|G|=2^a\cdot 3\cdot 5\cdot 11$,其中 $a=2$ 或 3。因为 $h(G)=11$,所以 11 是 $\Gamma(G)$ 的孤立点。由素图 $\Gamma(G)$ 的连边关系可得到 $t(G)\geqslant 2$。则群 G 为引理 1 中的 3 种情况。下证 G 既不是 Frobenius 群也不是 2-Frobenius 群。

步骤 3.1,G 不是 Frobenius 群。如果 G 是 Frobenius 群,由引理 2 可知,$G=H\rtimes K$,其中 K 要么是 G 的 Sylow 11-子群,要么是 G 的$\{2,3,5\}$-Hall 子群。不妨设 S 为 K 的一个 Sylow-子群。因为 K 为幂零群,所以满足 $|H|\,\big|\,(|S|-1)$。

情形 1,K 是 Sylow 11-子群,则 $|S|=11$,可得 $3\,|\,10$,矛盾。

情形 2,K 是$\{2,3,5\}$-Hall 子群,不妨考虑 K 的 Sylow 5-子群,即此时有 $|S|=5$,得到 $11\,|\,4$,同理得出矛盾。

因为 2 种情形均不成立,故 G 不是 Frobenius 群。

步骤 3.2,G 不是 2-Frobenius 群。如果 G 是 2-Frobenius 群,由引理 3,$t(G)=2$,G 为可解群且有正规列:$1\trianglelefteq H\trianglelefteq K\trianglelefteq G$,使得商群 G/K 和 K/H 为循环群,满足:

$$|G/K|\,\big|\,|\mathrm{Aut}(K/H)|,\pi(K/H)=\pi_2\text{ 且 }\pi(G/K)\cup\pi(H)=\pi_1。$$

因为 11 是 $\Gamma(G)$ 的孤立点,根据 2-Frobenius 群的结构所以 $\pi_2(G)=\{11\}$ 且 $11\,\big|\,|K/H|$,因此只能有:

$$|K/H|=11\text{ 且 }\pi(G/K)\cup\pi(H)=\{2,3,5\}。$$

因为 K/H 为循环群,所以 $|\mathrm{Aut}(K/H)|=10$。又由于 $|G/K|\,\big|\,|\mathrm{Aut}(K/H)|$,所以 $\pi(G/K)=\{2,5\}$ 且 $3\,\big|\,|H|$。用 G 中的 11 阶元 x 共轭作用在 H 上,由引理 4 可知,存在 H 的一个 Sylow 3-子群 L 在 x 作用下不变。又因为 $|L|=3^2$ 或 3,$11\nmid|\mathrm{Aut}(L)|$,那么 x 在 L 上作用平凡,于是 G 有 $3\times 11=33$ 阶元素,这与 $h(G)=11$ 矛盾。故 G 不是 2-Frobenius 群。

步骤 4,$G\cong\mathrm{PSL}(2,11)$。

根据步骤 3 的结论可知,G 的结构对应于引理 2 中的情形 2。

若 $|G|=2\cdot 3^2\cdot 5\cdot 11$,由于 K/H 是非阿贝尔单群,则 $2^3\,\big|\,|K/H|$ 或 $12\,\big|\,|K/H|$,矛盾。

若 $|G|=2^3\cdot 3\cdot 5\cdot 11$,则 $K/H\cong L_2(11)$。因为 $\mathrm{Out}(L_2(11))=2$,所以 $|G/K|\,\big|\,2$。当 $|G/K|=1$ 时,可得到 $G=K$ 且 $G/H\cong L_2(11)$,那么 $|H|=2$。考虑 G 的 11 阶元素作用在 H 上,显然该作用平凡,则 G 有 22 阶元素,与 $h(G)=11$ 矛盾。当 $|G/K|=2$ 时,则 $|H|=1$,此时 $G\cong L_2(11)\times Z_2$ 有 12 阶元素,或 $G\cong L_2(11)\times Z_2$ 有 22 阶元素,均与 $h(G)=11$ 矛盾。

若 $|G|=2^2\cdot 3\cdot 5\cdot 11$,则有 $G=K$,$H=1$,从而 $G\cong K/H\cong L_2(11)$。

综上所述,定理 1 成立。 证毕

注 1 在研究过程中发现仅从数量 $h(G)$ 和 $m(G)$ 出发很难决定群 G 的结构。所以,是否所有有限单群 G 都能由数量 $h(G)$ 和 $m(G)$ 唯一刻画,或者寻找相应的反例是一个非常有意义的研究课题。

参考文献:

[1] WILLIAMS J S. Prime graph components of finite groups[J]. Journal of Algebra,1981,69(2):487-513.

[2] 施武杰. 有限单群的数量刻画[J]. 中国科学(数学),2023,53(7):931-952.

SHI W J. Quantitative characterrization of finite simple groups[J]. Scientia Sinica (Mathematica),2023,53(7):931-952.

[3] VASIL'EV A V,GRECHKOSEEVA M A,MAZUROV V D. Characterization of the finite simple groups by spectrum and order[J]. Algebra and Logic,2009,48(6):385-409.

[4] HE L G, CHEN G Y. A new characterization of simple K_3-groups[J]. Communications in Algebra, 2012, 40(10): 3903-3911.
[5] HE L G, CHEN G Y, XU H J. A new characterization of sporadic simple groups[J]. Italian Journal of Pure and Applied Mathematics, 2013, 30: 373-392.
[6] 何立官，陈贵云．关于型为 $L_2(p)$的单 K_4-群的一个新刻画 [J]．数学进展，2014，43(5)：667-670.
HE L G, ChEN G Y. A new characterization of simple K_4-groups with type $L_2(p)$[J]. Advances in Mathematics, 2014, 43(5): 667-670.
[7] 邝美群，卢家宽，李玉，等．A_5 和 PSL(2，7)的一个新刻画[J]．山东大学学报(理学版)，2025，60(11)：20-26.
KUANG M Q, LU J K, LI Y, et al. A new characterization of A_5 and PSL(2,7)[J]. Journal of the Shandong University (Natural Science), 2025, 60(11): 20-26.
[8] 施武杰．某些特殊射影线性群的一个新刻划与有限 2P 型合元群[J]．西南师范学院学报(自然科学版)，1983，8(1)：23-28.
SHI W J. A new characterization of some projectivespecial linear groups and the finite groups inwhich every element has prime order or order 2P[J]. Journal of the Southwest China Normal University (Natural Science Edition), 1983, 8(1): 23-28.
[9] 陈贵云．Frobenius 群与 2-Frobenius 群的结构[J]．西南师范大学学报(自然科学版)，1995，20(5)：485-487.
CHEN G. Y. On structure of Frobenius group and 2-Frobenius group[J]. Journal of Southwest China Normal University (Natural Science Edition), 1995, 20(5): 485-487.
[10] GORENSTEIN D. Finite Groups[M]. New York: Chelsea Publishing Company, 1968.
[11] CONWAY J H, CURTIS R T, NORTON S P, et al. Atlas of finite groups[M]. Oxford: Clarendon Press, 1985.

A New Characterization of PSL(2, 11)

LUO Yangmei, HE Liguan

(School of Mathematical Sciences, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract: Let G be a finite group, and $|G|$ denotes the order of G. If $|G|$ has exactly n distinct prime factors, G is called a K_n-groups. Let $g \in G$, and $o(g)$ denotes the order of g. Define $m(G) = \sum_{g \in G} \frac{1}{o(g)}$, and let $h(G)$ denotes the maximum order of elements in G. To generalize the quantitative characterization of finite groups, it is proposed to use the quantities $h(G)$ and $m(G)$ to characterize finite simple groups. First, the prime factors of $|G|$ and the range of G are determined using $h(G)$ and $m(G)$, then apply the classification theorem of finite simple groups to prove that G is isomorphic to the target simple group. It is ultimately proved that if G is a K_4-group, then $G \cong \mathrm{PSL}(2,11)$ if and only if $m(G) = m(\mathrm{PSL}(2,11))$ and $h(G) = h(\mathrm{PSL}(2,11))$. The conclusion demonstrates that the simple K_4-group PSL(2,11) can be uniquely characterized by $h(G)$ and $m(G)$, extending previous work on the quantitative characterization of PSL(2,11).

Keywords: finite group; the order of the group; the order of the elements; K_4-groups

(责任编辑　陈新颖)