车辆路径与协同配送专题

DOI:10.11721/cqnuj20260205

考虑电动车与无人机充电的协同配送问题研究*

辜　勇,李雨馨,乔　磊,陈　焰,王　艺
(武汉理工大学 交通与物流工程学院,武汉 430063)

摘要:在电子商务与低空经济蓬勃发展的背景下,传统的配送模式已难以满足当前需求,电动车与无人机协同配送因具有灵活性和环保性而逐渐受到关注。立足行业现实需求与发展趋势,面向城市区域实际配送场景,以考虑电动车与无人机充电的协同配送问题为研究对象,建立了以总成本最小化为优化目标的数学模型,并设计了基于自适应大邻域搜索的鲸鱼优化算法(WOA-ALNS)求解。通过在多组算例上进行的对比实验结果表明,与传统的鲸鱼优化算法和人工蜂群算法相比,WOA-ALNS 在求解质量上平均提升了 19%～30%,且收敛速度更快,验证了所提模型和改进算法的有效性。进一步对电动车和无人机的充电电量上限与额定最低电量进行敏感性分析,为企业提供了参考建议。研究为物流配送行业提供了绿色解决方案,为解决"最后一公里"配送难题提供了创新思路,兼具理论价值和实践意义。

关键词:电动车充电;无人机充电;协同配送;WOA-ALNS 算法;多机型

中图分类号:O221;F252　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2026)02-0057-18

1　研究背景

近些年来,随着电子商务的蓬勃发展,中国的快递业务量持续攀升。物流行业在高速发展的同时,也面临着城市交通拥堵、"最后一公里"配送困难等问题。为应对这些痛点,物流企业积极探索创新配送模式:无人机配送因具有快速、高效、不受地面交通限制的特点,成为研究热点之一;电动车凭借环保、节能、成本效益高的优势,成为城市物流配送的重要工具。电动车与无人机的协同配送模式(vehicle routing problem with drone, VRPD)能够充分发挥二者的互补优势:电动车用于中长距离运输,无人机完成末端"最后一公里"配送[1],从而提升整体物流效率。然而,该模式在实际应用中仍面临诸多挑战,亟须深入研究。

国内外学者在 VRPD 问题上的研究呈现多维度深化趋势。在能耗管理方面,范厚明等人[2]研究了无人机分时段禁飞区、车辆行驶速度变化及能耗优化问题;刘旭等人[3]分析了无人机在不同飞行状态下的能耗差异,并应用于卡车-无人机协同配送模型;Duan 等人[4]考虑多访、同时取送、软时间窗和动态路网等复杂约束,解决了时间依赖的车辆与无人机协同配送问题。针对不同场景的应用,在乡村振兴背景下,陈希琼等人[5]以农村物流末端配送问题为对象,研究了卡车与无人机协同等待成本优化问题;梁爽等人[6]进一步提出卡车-无人机-代收点协同配送方案,发现代收点服务客户数量增加可明显降低系统成本;路世昌等人[7]、刘长石等人[8]以及 Lu 等人[9]则考虑救灾物资配送场景,探究了应急物资卡车与多无人机协同配送路径问题。在算法创新领域,元启发式算法展现出突出优势,Pina-Pardo 等人[10]提出基于马尔可夫决策过程的动态路径规划方法,可明显提高配送效率;而基于深度强化学习[11]的分层决策方法[12]、扩展的非支配排序遗传算法[13]、结合蚁群算法的改进遗传算法[14]等不同算法的融合,可实现优势互补,构建兼具精确性与鲁棒性的混合优化模型,为复杂配送场景提供更具适应性的解决方案。

然而,现有研究还存在一些问题:首先,未充分考虑电动车与无人机的动态充电需求,尤其是多机型无人机因性能参数(如承载能力、能耗)不同而产生的差异化充电约束,以及它们与电动车充电站的协同规划问题;其次,城市物流配送往往涉及客户硬时间窗约束,现有研究在任务分配与路径规划上的协同优化仍有提升空间;最

* **收稿日期**:2025-07-11　**修回日期**:2025-12-29　**网络出版时间**:2026-04-27T14:04
资助项目:武汉市交通强国建设试点科技联合项目(No. 2023-1-2)
第一作者简介:辜勇,男,副教授,研究方向为物流系统调度与优化算法、供应链与平台经济、港口物流与多式联运、绿色物流与新能源,E-mail:guyong@whut.edu.cn;**通信作者简介**:李雨馨,女,E-mail:liyuxinlenka@whut.edu.cn
网络出版地址:https://link.cnki.net/urlid/50.1165.n.20260425.2129.006

后,传统优化算法在处理大规模 VRPD 问题时易陷入局部最优,或计算效率较低。

针对上述问题,本文提出一种考虑电动车与无人机充电的协同配送优化模型,主要贡献包括:1) 构建支持多机型无人机充电的 VRPD 扩展模型,结合动态能耗计算优化补电策略;2) 设计一种基于自适应大邻域搜索的鲸鱼优化算法(whale optimization algorithm based on adaptive large neighborhood search,WOA-ALNS),提升算法在复杂约束下的求解效率和精度;3) 通过仿真实验验证模型在降低配送成本方面的有效性,为物流企业提供优化方案。本研究不仅丰富了 VRPD 问题的理论体系,也为城市绿色智慧物流的发展提供了实践参考。

2 模型构建

2.1 问题描述

考虑电动车与无人机充电的协同配送问题(electric vehicle routing problem with drones considering charging of electric vehicles and drones,EVRPD-CEVD)场景如下:城市配送区域包含统一规格的电动车队、双机型无人机群及电动车充电站,配送中心向附近客户点提供配送服务。电动车从配送中心出发,装载固定比例的 a、b 型无人机及包裹,行驶至客户点后可选择自行配送或释放无人机执行任务并在后续节点回收;当电动车电量不足时需前往充电站补能;无人机续航、承载质量等参数存在机型差异、能耗受承载质量和飞行距离等因素影响,需依赖电动车充电;最终电动车须携带全部无人机返回配送中心。

EVRPD-CEVD 示例如图 1 所示,电动车自配送中心启程,遍历 5、6、15、7、8、16、9 等客户点和充电站后返程;所搭载的 a 型无人机在节点 6 发射,服务节点 12 后于节点 7 回收;b 型无人机首航段自节点 5 启航,依次服务节点 10、11 后降落节点 7,次航段从节点 8 发射,服务节点 13 后返航配送中心。

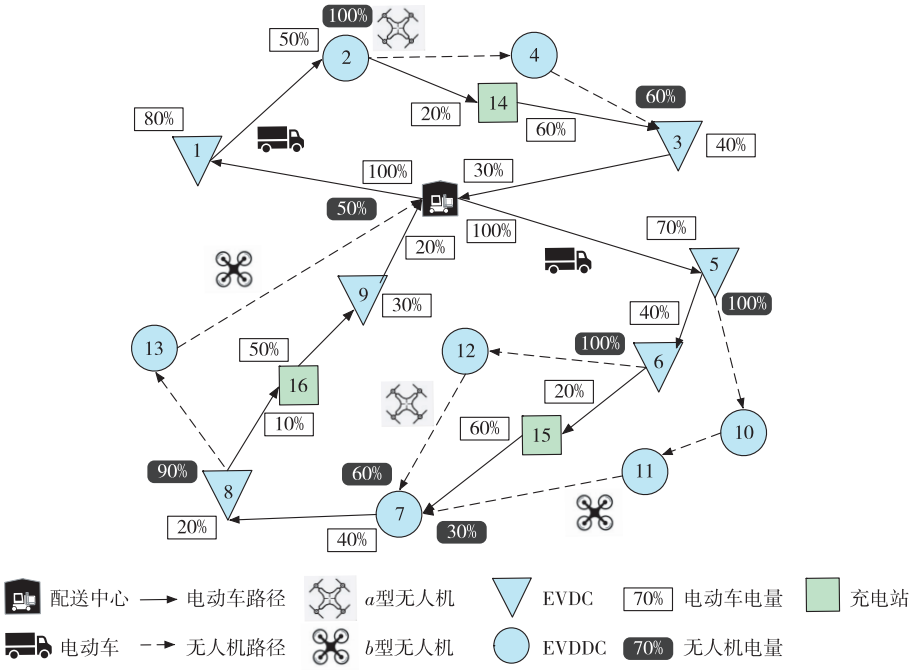


图 1 EVRPD-CEVD 问题示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the EVRPD-CEVD problem

2.2 模型假设

由于该问题在现实中较为复杂,本文做出如下基本假设:

1) 配送中心的坐标及所有客户点的坐标、包裹质量、时间窗均已知。

2) 所有电动车型号一致;每车配置 a、b 型无人机各 1 架。

3) 每个客户点仅允许单一配送模式(电动车直送或无人机投送),且仅接受 1 次服务[15]。

4) 所有配送任务须满足客户点预设的硬时间窗要求;各客户点的服务时长均一致。

5) 无人机起降操作仅限在配送中心、客户点或充电站执行;允许无人机在有效载荷与续航能力许可范围内单航程服务多客户点。

6）电动车行驶与无人机飞行均保持匀速，且无人机速度高于电动车。

7）电动车配送成本仅与行驶里程相关，无人机配送成本由能耗、机型共同决定，且二者服务过程中不产生其他附加费用。

8）配送网络中的节点连接遵循欧氏空间直线距离；忽略配送范围内交通拥堵等随机因素。

9）无人机从配送中心出发时为满电状态；电动车与无人机的充电量与充电时长成正比。

2.3　符号说明

本文所涉及的变量符号说明详见表 1。

表 1　EVRPD-CEVD 问题变量符号

Tab. 1　Notation for the EVRPD-CEVD problem

变量类型	符号	符号含义
集合	V	电动车集合，$V=\{1,2,\cdots,v\}$
	U	无人机集合，$U=\{1,2,\cdots,u\}$
	A	无人机型号集合，$A=\{a,b,\cdots,z\}$
	P	电动车或无人机经过的节点集合，$P=\{0,1,2,\cdots,n,n+1\}$，其中 0 和 $n+1$ 表示配送中心，$P_{\mathrm{b}}=\{1,2,\cdots,n\}$表示电动车或无人机的起点集合，$P_{\mathrm{e}}=\{1,2,\cdots,n,n+1\}$表示电动车或无人机的终点集合
	X	客户点集合，$X=\{1,2,\cdots,i\}$
	W	充电站集合，$W=\{1,2,\cdots,k\}$
标号	$i,j\in P$	电动车行驶客户点或无人机飞行客户点的标号
	$v\in V$	电动车的标号
	$u\in U$	无人机的标号
	$a,b\in A$	无人机型号的标号
	$k\in W$	充电站的标号
客户点参数	m_i	客户点 i 的配送包裹质量
	t_i^{early}	客户点 i 预设时间窗的最早时刻
	t_i^{late}	客户点 i 预设时间窗的最晚时刻
	τ	电动车或无人机在客户点的单次服务时长
	s_{ij}	客户点 i 与 j 之间的行驶或飞行路程
电动车参数	N_{car}	参与配送的电动车数量
	v_{car}	电动车的行驶速度
	$C_{\mathrm{car}}^{\mathrm{fixed}}$	单台电动车的固定使用成本
	M_{vi}^{arrive}	电动车 v 到达客户点 i 时的剩余可承载质量
	t_{vi}^{arrive}	电动车 v 到达客户点 i 的时间
	t_{vi}^{leave}	电动车 v 离开客户点 i 的时间
	$E_{\mathrm{max}}^{\mathrm{car}}$	电动车的最大电池容量
	$E_{\mathrm{ds}}^{\mathrm{car}}$	电动车单位行驶距离的电量消耗
	C_{car}	电动车单位电量消耗的成本
	E_{vi}^{arrive}	电动车 v 到达客户点 i 时的剩余电量
	E_{vi}^{leave}	电动车 v 离开客户点 i 时的剩余电量
	E_{vij}	电动车 v 从客户点 i 行驶至客户点 j 的电量消耗
	E_{vk}^{arrive}	电动车 v 到达充电站 k 时的剩余电量
	E_{vk}^{leave}	电动车 v 离开充电站 k 时的剩余电量

续表 1

符号类型	符号	符号含义
电动车参数	r_c	电动车在充电站的充电速率
	e_{vk}	电动车 v 在充电站 k 的充电量
	t_{vk}	电动车 v 在充电站 k 充电的耗时
	E_{vkj}	电动车 v 从充电站 k 行驶至客户点 j 的电量消耗
无人机参数	$M_{\max}^{a}$	类型 a 无人机的承载质量阈值
	N_a	每辆电动车搭载参与配送的类型 a 无人机数量
	m_a	类型 a 无人机的自身质量
	v_a	类型 a 无人机的飞行速度
	$E_{\max}^{a}$	类型 a 无人机的最大电池容量
	$C_{\mathrm{UAV}a}^{\mathrm{fixed}}$	单架类型 a 无人机的固定使用成本
	C_a^{ds}	类型 a 无人机单位飞行距离的配送成本
	E_a^{ds}	类型 a 无人机单位飞行距离的电量消耗
	C_a^{de}	类型 a 无人机单位电量消耗的成本
	P_a^{in}	类型 a 无人机在电动车上充电的输入功率
	$t_{aui}^{\mathrm{arrive}}$	类型 a 无人机 u 到达客户点 i 的时间
	t_{aui}^{leave}	类型 a 无人机 u 飞离客户点 i 的时间
	$M_{aui}^{\mathrm{arrive}}$	类型 a 无人机 u 到达客户点 i 时的剩余承载质量
	$E_{aui}^{\mathrm{arrive}}$	类型 a 无人机 u 到达客户点 i 时的剩余电量
	E_{aui}^{leave}	类型 a 无人机 u 离开客户点 i 时的剩余电量
	P_{auij}^{out}	类型 a 无人机 u 从客户点 i 飞行至客户点 j 的输出功率
	E_{auij}	类型 a 无人机 u 从客户点 i 飞行至客户点 j 的耗电量
	$t_{auvij}^{\mathrm{charge}}$	类型 a 无人机 u 在电动车 v 上从客户点 i 搭载至客户点 j 的充电时长
	$e_{auvij}^{\mathrm{charge}}$	类型 a 无人机 u 在电动车 v 上从客户点 i 搭载至客户点 j 的充电量
决策变量	x_{vij}	当电动车 v 从客户点 i 行驶到客户点 j 时为1,否则为0
	x_{vkj}	当电动车 v 从充电站 k 行驶到客户点 j 时为1,否则为0
	y_{auij}	当类型 a 无人机 u 从客户点 i 起飞并在客户点 j 降落时为1,否则为0
	α_{vi}	当电动车 v 为客户点 i 服务时为1,否则为0
	β_{aui}	当类型 a 无人机 u 为客户点 i 服务时为1,否则为0
	κ_{vau}	当电动车 v 搭载类型 a 无人机 u 时为1,否则为0
	γ_{aui}	当类型 a 无人机 u 在客户点 i 起飞时为1,否则为0
	θ_{aui}	当类型 a 无人机 u 在客户点 i 降落时为1,否则为0
	ε_{vk}	当电动车 v 访问充电站 k 并在此充电时为1,否则为0
	μ_{vau}	当电动车 v 为搭载的类型 a 无人机 u 充电时为1,否则为0

2.4 目标函数

在物流末端配送系统中,成本始终是制约服务效能的核心矛盾。建立 EVRPD-CEVD 模型时,以最小化总成本为求解目标,目标函数为:

$$\min Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4; \tag{1}$$

$$Z_1 = N_{\mathrm{car}} C_{\mathrm{car}}^{\mathrm{fixed}}; \tag{2}$$

$$Z_2 = \sum_{i \in P_{\mathrm{b}}} \sum_{j \in P_{\mathrm{e}}} \sum_{v \in V} C_{\mathrm{car}} E_{vij} x_{vij}; \tag{3}$$

$$Z_3 = N_{\text{car}} \sum_{a \in A} N_a C_{\text{UAV}a}^{\text{fixed}} ; \tag{4}$$

$$Z_4 = \sum_{i \in P_{\text{b}}} \sum_{j \in P_{\text{e}}} \sum_{a \in A} \sum_{u \in U} C_a^{\text{de}} E_{auij} y_{auij} 。 \tag{5}$$

式(1)～(5)中:Z_1 为电动车的固定使用成本;Z_2 为电动车的配送行驶成本;Z_3 为无人机的固定使用成本;Z_4 为无人机的配送飞行成本。

2.5　约束条件

1) 客户点配送约束:

$$\sum_{v \in V} \alpha_{vi} + \sum_{a \in A} \sum_{u \in U} \beta_{aui} = 1, i \in X ; \tag{6}$$

$$\sum_{j \in X} x_{v0j} = \sum_{i \in X} x_{vi(n+1)} = 1, v \in V ; \tag{7}$$

$$\sum_{s \in X} \kappa_{vau} \beta_{aus} \geqslant 1 - Y(1 - y_{auij}), i \in P_{\text{b}}, j \in P_{\text{e}}, v \in V, a \in A, u \in U ; \tag{8}$$

$$\sum_{v \in V} x_{v0(n+1)} = 0 。 \tag{9}$$

其中:式(6)表示每个客户点都必须被电动车或无人机服务,且仅被服务 1 次;式(7)表示每辆电动车在服务过程中仅存在唯一可行路径,且该路径起讫点均为配送中心;式(8)表示每架无人机每起飞 1 次至少需要服务 1 个客户点;式(9)表示电动车出发后,在没有服务客户点的情况下不能直接返回配送中心。

2) 无人机配送约束:

$$\sum_{a \in A} \sum_{u \in U} \gamma_{aui} \leqslant 1, i \in P_{\text{b}} ; \tag{10}$$

$$\sum_{a \in A} \sum_{u \in U} \theta_{auj} \leqslant 1, j \in P_{\text{e}} ; \tag{11}$$

$$\sum_{a \in A} \left[(1 - \gamma_{aui}) \kappa_{vau} \sum_{j \in P_{\text{e}}} x_{vij} \right] \leqslant N_a, i \in P_{\text{b}}, i \neq j, v \in V, a \in A, u \in U ; \tag{12}$$

$$\sum_{a \in A} \left[(1 - \theta_{auj}) \kappa_{vau} \sum_{i \in P_{\text{b}}} x_{vij} \right] \leqslant N_a, j \in P_{\text{e}}, i \neq j, v \in V, a \in A, u \in U ; \tag{13}$$

$$y_{auij} \left(2 - \sum_{i \in P_{\text{b}}} \gamma_{aui} - \sum_{j \in P_{\text{e}}} \theta_{auj} \right) = 0, a \in A, u \in U ; \tag{14}$$

$$\sum_{a \in A} \sum_{u \in U} \gamma_{au0} + \sum_{a \in A} \sum_{u \in U} \gamma_{aui} \kappa_{vau} \leqslant N_a, i \in X \cup W ; \tag{15}$$

$$\sum_{a \in A} \sum_{u \in U} \theta_{au(n+1)} + \sum_{a \in A} \sum_{u \in U} \theta_{aui} \kappa_{vau} \leqslant N_a, i \in X \cup W ; \tag{16}$$

$$\sum_{a \in A} \sum_{u \in U} y_{au0(n+1)} = 0 。 \tag{17}$$

其中:式(10)和(11)分别表示每架无人机起飞处、降落处至多有 1 架无人机起降;式(12)和(13)分别表示在无人机起降点起、降的 a 型无人机数量不超过电动车搭载的 a 型无人机总数;式(14)表示无人机进行起飞和降落的数量守恒约束;式(15)和(16)分别表示无人机的起飞处、降落处必须是配送中心、接受电动车服务的客户点或充电站;式(17)表示无人机起飞后,在完成配送任务前禁止直接返回配送中心。

3) 电动车与无人机协同配送约束:

$$y_{auij} \geqslant 1 - Y\left(2 - \kappa_{vau} \sum_{s \in X \cup W} x_{vis} - \kappa_{vau} \sum_{r \in X \cup W} x_{vrj}\right), i \in P_{\text{b}}, j \in P_{\text{e}}, v \in V, a \in A, u \in U ; \tag{18}$$

$$\sum_{i \in P_{\text{b}}} x_{vij} = \sum_{s \in P_{\text{e}}} x_{vjs} = \sum_{j \in X} \alpha_{vj}, v \in V ; \tag{19}$$

$$\sum_{i \in P_{\text{b}}} y_{auij} = \sum_{s \in P_{\text{e}}} y_{aujs} = \sum_{j \in X} \beta_{auj}, a \in A, u \in U ; \tag{20}$$

$$\gamma_{aui} \gamma_{auj} \sum_{s \in P_{\text{e}}} x_{vis} \sum_{r \in P_{\text{b}}} x_{vrj} \geqslant 1 - Y\left(1 - \kappa_{vau} \sum_{j \in P_{\text{e}}} \theta_{auj}\right), i \in P_{\text{b}}, v \in V, a \in A, u \in U ; \tag{21}$$

$$\sum_{v \in V} x_{vij} + \sum_{a \in A} \sum_{u \in U} y_{auij} \leqslant 1, i \in P_{\text{b}}, j \in P_{\text{e}} ; \tag{22}$$

$$\gamma_{aui} \geqslant 1 - Y\left(1 - \sum_{j \in P_{\text{e}}} x_{vij} \sum_{s \in P_{\text{e}}} y_{auis}\right), i \in P_{\text{b}}, v \in V, a \in A, u \in U ; \tag{23}$$

$$\theta_{auj} \geqslant 1-Y\left(1-\sum_{i\in P_b} x_{vij} \sum_{s\in P_b} y_{ausj}\right),\ j\in P_e, v\in V, a\in A, u\in U; \tag{24}$$

$$\gamma_{aui}\left(2-\sum_{v\in V}\sum_{s\in P_e} x_{vis}-\sum_{r\in P_e} y_{auir}\right)=0,\ i\in P_b, a\in A, u\in U \tag{25}$$

$$\theta_{auj}\left(2-\sum_{v\in V}\sum_{s\in P_b} x_{vsj}-\sum_{r\in P_b} y_{aurj}\right)=0,\ j\in P_e, a\in A, u\in U; \tag{26}$$

$$M_{auj}^{\text{arrive}} \geqslant M_{aui}^{\text{arrive}}-m_i-Y(2-y_{auij}\beta_{aui}-y_{aujs}\beta_{auj}), a\in A, u\in U, i\in X, j\in X, s\in X, j=i+1; \tag{27}$$

$$\theta_{auj}(M_{auj}^{\text{arrive}}-M_{\max}^{a})=0, a\in A, u\in U, j\in P_e; \tag{28}$$

$$\sum_{i\in X} m_i \leqslant M_{\max}^{a}+Y\left(1-\sum_{u\in U}\sum_{i\in X}\beta_{aui}\right),\ a\in A。 \tag{29}$$

其中:式(18)表示当 a 型无人机 u 由电动车 v 释放升空时,必须降落至同一电动车完成回收,该逻辑关系通过大 M 法实现,Y 为一个足够大的正数;式(19)和(20)分别表示电动车和无人机的流量平衡;式(21)构建飞行任务连续性限制:若电动车 v 携带的 a 型无人机 u 自客户点 i 启航却未在客户点 j 着陆,则禁止将该无人机后续任务起飞点设为点 j;式(22)保障任一电动车的行驶路径和任一无人机的飞行路径不重合;式(23)和(24)分别表示仅当电动车停驻于无人机的发射点或接收点时方可执行起降操作;式(25)和(26)分别表示无人机及对应的电动车的起、降点约束;式(27)建立无人机单次航程载荷递推关系:无人机在客户点 j 的剩余承载质量需满足不低于前序客户点 i 剩余承载质量与点 i 包裹重量的差值;式(28)表示无人机在任意降落点的剩余承载质量被重置为最大承载质量;式(29)表示无人机客户点的包裹重量不超过无人机承载质量阈值[16]。

4) 电动车与无人机时间约束:

$$t_{vi}^{\text{arrive}} \geqslant t_i^{\text{early}}-Y(1-\alpha_{vi}), i\in X, v\in V; \tag{30}$$

$$t_{aui}^{\text{arrive}} \geqslant t_i^{\text{early}}-Y(1-\beta_{aui}), i\in X, a\in A, u\in U; \tag{31}$$

$$t_{vi}^{\text{arrive}}+\tau+Y(1-\alpha_{vi}) \leqslant t_{vi}^{\text{leave}} \leqslant t_i^{\text{late}}+Y(1-\alpha_{vi}), i\in X, v\in V; \tag{32}$$

$$t_{aui}^{\text{arrive}}+\tau+Y(1-\beta_{aui}) \leqslant t_{aui}^{\text{leave}} \leqslant t_i^{\text{late}}+Y(1-\beta_{aui}), i\in X, a\in A, u\in U; \tag{33}$$

$$t_{vj}^{\text{arrive}} \geqslant t_{vi}^{\text{arrive}}+\tau+\left(\frac{s_{ij}}{v_{\text{car}}}\right)-Y(1-x_{vij}\alpha_{vi}), i\in X, j\in P_e, j=i+1, v\in V; \tag{34}$$

$$t_{auj}^{\text{arrive}} \geqslant t_{aui}^{\text{arrive}}+\tau+\left(\frac{s_{ij}}{v_a}\right)-Y(1-y_{auij}\beta_{aui}), i\in X, j\in P_e, j=i+1, a\in A, u\in U; \tag{35}$$

$$t_{vi}^{\text{leave}} \geqslant t_{aui}^{\text{arrive}}-Y(1-\gamma_{aui}\kappa_{vau}x_{vij}), i\in P_b, j\in P_e, v\in V, a\in A, u\in U; \tag{36}$$

$$t_{vj}^{\text{arrive}} \leqslant t_{auj}^{\text{arrive}}+Y(1-\theta_{auj}\kappa_{vau}x_{vij}), i\in P_b, j\in P_e, v\in V, a\in A, u\in U。 \tag{37}$$

其中:式(30)至式(33)分别表示若电动车和无人机到达和离开客户点 i 的时刻符合预设时间窗约束;式(34)表示电动车 v 到达下一客户点 j 的时间不早于它到达客户点 i 的时间、客户点 i 服务时长、从点 i 行驶到 j 的时长之和;式(35)表示无人机 u 到达降落点 j 的时间不早于它到达客户点 i 的时间、客户点 i 服务时长、从 i 飞行到 j 的飞行时长之和;式(36)表示电动车 v 离开电动车与无人机分离点的时间不早于它搭载的 a 型无人机 u 从该点起飞的时间;式(37)表示电动车 v 到达汇合的时间不晚于 a 型无人机 u 在该点降落的时间。

5) 电动车与无人机电量约束:电动车补电时,不建议补到满电状态,否则可能造成充电资源的冗余和充电成本的浪费[17]。因此,约束电动车充电的电量上限为最大电池容量的 80%,额定最低电量为最大电池容量的 20%,具体约束表示如下:

$$x_{v0j}(E_{v0}^{\text{leave}}-E_{\max}^{\text{car}})=0, j\in P_e, v\in V; \tag{38}$$

$$E_{vi}^{\text{leave}} \geqslant 20\%\times E_{\max}^{\text{car}}-Y(1-x_{vij}), i\in P_b, j\in P, v\in V; \tag{39}$$

$$E_{vk}^{\text{arrive}}+e_{vk} \leqslant 80\%\times E_{\max}^{\text{car}}+Y(1-\varepsilon_{vk}), v\in V, k\in W; \tag{40}$$

$$E_{vj}^{\text{arrive}} \leqslant E_{vi}^{\text{leave}}-E_{vij}x_{vij}, v\in V, i\in P_b, j\in P_e; \tag{41}$$

$$E_{vij}x_{vij} \leqslant 80\%\times E_{\max}^{\text{car}}(1-\varepsilon_{vk}), v\in V, i\in P_b, j\in P_e, k\in W; \tag{42}$$

$$E_{vk}^{\text{arrive}}+e_{vk}-E_{vkj} \geqslant E_{vj}^{\text{arrive}}-Y(1-\varepsilon_{vk}x_{vkj}), v\in V, j\in P_e, k\in W。 \tag{43}$$

其中:式(38)表示电动车从配送中心出发时处于满电状态;式(39)表示电动车电量达到额定最低电量才能出发;式(40)表示电动车充电后电量不应高于上限;式(41)表示电动车 v 到达客户点 j 的剩余电量不超过离开上一客户点 i 时的剩余电量与该车从客户点 i 行驶到客户点 j 的耗电量之差;式(42)表示若电动车 v 全程未充电,则电

动车 v 从客户点 i 行驶到客户点 j 的耗电量应不高于电量上限；式(43)表示若电动车 v 在充电站 k 充电，则充电后剩余电量与从 k 到客户点 j 的耗电量之差不低于电动车 v 到 j 的剩余电量。

无人机充电方面，设定电量双阈值保护机制：额定最低电量设定为最大电池容量的 30%，安全最低电量设定为最大电池容量的 10%[18]。对无人机电量做如下约束：

$$E_{aur}^{\text{leave}}+t_{auvij}^{\text{charge}}\times P_a^{\text{in}}\times\mu_{vau}\geqslant 30\%\times E_{\max}^a-Y(1-\gamma_{aui}),a\in A,u\in U,v\in V,r\in P,i\in P;\tag{44}$$

$$E_{auij}y_{auij}\leqslant 90\%\times E_{\max}^a+Y(1-\beta_{aus}),a\in A,u\in U,i\in P,j\in P,s\in P,s=j+1;\tag{45}$$

$$30\%\times\frac{E_{\max}^a}{\omega_1 M_{\max}^a+\omega_2}\times\mu_{vau}\leqslant t_{auvij}^{\text{charge}}\leqslant 90\%\times\frac{E_{\max}^a}{\omega_2}\times\mu_{vau},v\in V,a\in A,u\in U,i\in P,j\in P;\tag{46}$$

$$E_{auj}^{\text{arrive}}=E_{aui}^{\text{leave}}-E_{auij}x_{vij},a\in A,u\in U,i\in P_{\text{b}},j\in P_{\text{e}}\tag{47}$$

$$E_{aui}^{\text{leave}}\geqslant E_{auij}+10\%\times E_{\max}^a-Y(1-y_{auij}),a\in A,u\in U,i\in P_{\text{b}},j\in P_{\text{e}}。\tag{48}$$

其中：式(44)表示当且仅当无人机电量高于额定最低电量时才被允许执行配送任务；式(45)表示无人机 u 从客户点 i 起飞、降落至客户点 j 的单次完整飞行周期内的耗电量不超过最大电量的 90%；式(46)表示 a 型无人机 u 单次充电时长限制，式中 ω_1 为无人机单位载重消耗功率，ω_2 为无人机单位自重消耗功率；式(47)表示若 a 型无人机 u 从客户点 i 飞行至客户点 j，则到达点 j 的剩余电量为它离开点 i 的剩余电量与它从点 i 飞行至点 j 的耗电量之差；式(48)表示若 a 型无人机 u 从客户点 i 飞行至客户点 j，则无人机飞离点 i 时的剩余电量应不低于无人机 u 从点 i 飞行至点 j 的耗电量与无人机安全最低电量之和。

3　算法设计

与传统 VRP 相比，EVRPD-CEVD 涉及复杂的组合优化，属于 NP-难问题。为突破问题求解瓶颈，本文采用元启发式算法求解。鲸鱼优化算法(whale optimization algorithm，WOA)通过模拟鲸鱼的“螺旋气泡网捕食”和“随机游走”等行为，能够快速找到或接近全局最优解。自适应大邻域搜索算法(adaptive large neighborhood search，ALNS)通过不断破坏和修复当前解，逐步优化解的质量，适合解决复杂的组合优化问题。因此，提出 WOA-ALNS。

3.1　算法流程

WOA-ALNS 包含 4 个阶段。首先，基于 WOA 生成电动车初始路径；其次，采用启发式方法在电动车路径中插入充电站，为电动车充电；随后，添加无人机路径，将部分电动车客户点转化为无人机客户点；最终，采用 ALNS 进行优化，结合承载质量、能耗等约束条件，依据节点属性定制算子，并基于 Metropolis 决策机制实施解空间优化。算法流程如图 2 所示。

3.2　解的编码

本文对 EVRPD-CEVD 问题构建整数编码如图 3 所示。编码结构包含电动车路径、a 型、b 型无人机路径 3 个维度，其中绿色方块表示电动车充电站。电动车路径中，编码首位的 0 代表配送中心，在它右侧的序列反映它依次访问的客户点或充电站编号$\{1,2,\cdots,n\}$，末端 0 确保电动车返回配送中心。编码中电动车路径序列对应 x_{vij} 的取值，连续节点对(i,j)对应的 x_{vij} 取值为 1，其余节点对为 0；电动车路径所包含的客户点 i 对应 α_{vi} 取值为 1，未包含的客户点为 0；电动车路径所包含的充电站 k 对应 ε_{vk} 取值为 1，未包含的充电站为 0。无人机路径中，编码首元素标记它对应电动车序号$\{1,2,\cdots,v\}$，单航程任务中第 2 个数字为起飞点，末端数字为降落点，中间数字组依次表示服务点；多航程任务中通过虚线框区分多航段序列。编码中无人机路径序列对应 y_{auij} 的取值，其中连续节点对(i,j)对应的 y_{auij} 取值为 1，其余节点对为 0；无人机路径所包含的客户点 i 对应 β_{aui} 取值为 1，未包含的客户点为 0；无人机路径的起始客户点 i 对应 $\gamma_{aui}=1$，终止客户点对应 $\theta_{aui}=1$，其余客户点为 0；无人机编码首元素标记的电动车序号 v 对应 $\kappa_{vau}=1$，其余电动车为 0。

3.3　电动车路径构造

鉴于模型设定中电动车承载质量无约束、服务时长统一化及包裹需求同质化等特征，将问题转化为一般 VRP 问题，采用 WOA 构建电动车路径。

1) 电动车初始路径。设计时间约束驱动的递进式路径构建机制：以配送中心为起点随机选取客户点扩展路径，每次路径延伸时校验时间窗可行性，当客户点遍历完成后，对未分配点迭代重构路径，直至达成全域客户点覆盖。

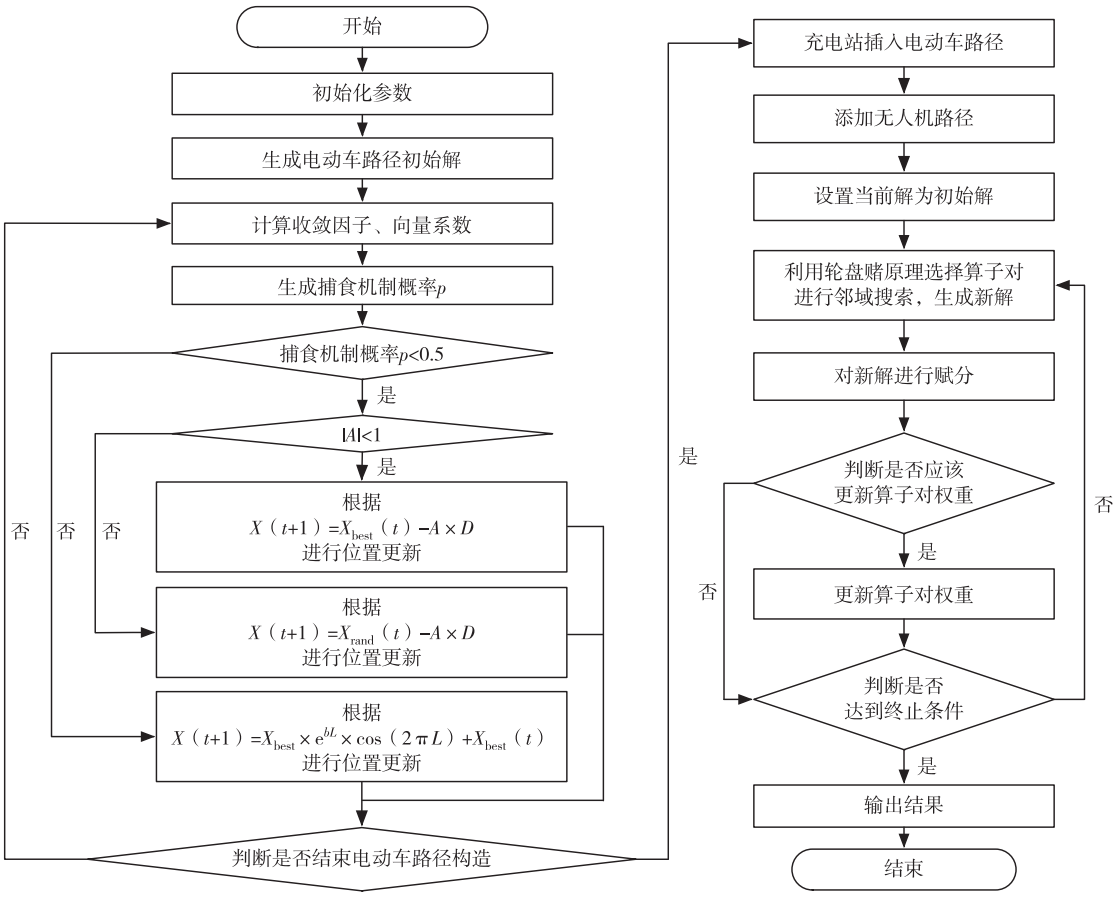


图 2 WOA-ALNS 算法流程图

Fig. 2 Flowchart of the WOA-ALNS algorithm

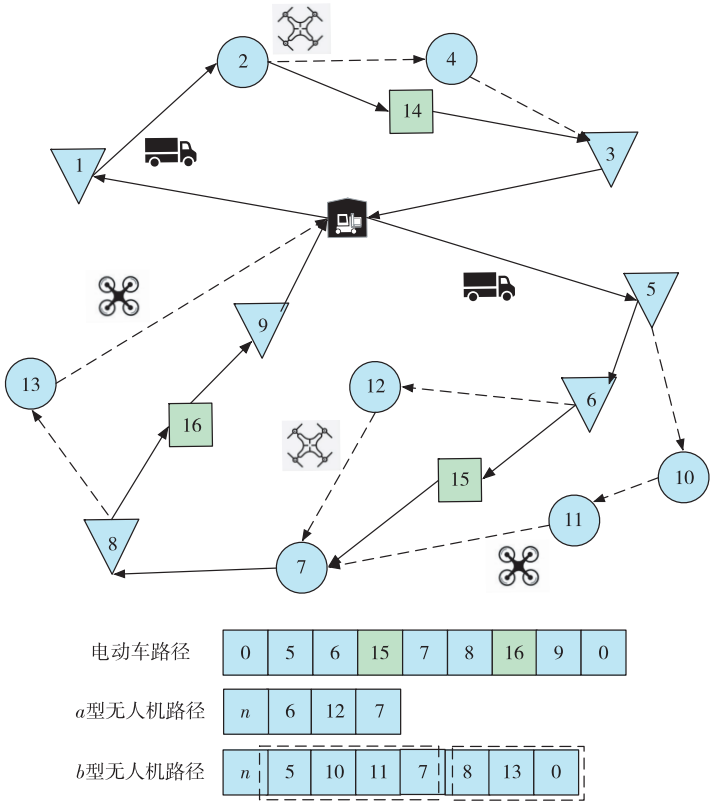


图 3 解的编码示意图

Fig. 3 Schematic diagram of solution encoding

2）包围猎物。在电动车路径构造中，假设当前最佳候选解接近最优路径，通过向当前最佳候选解靠近更新路径位置，模拟鲸鱼优化过程，逐步调整当前路径，优化配送成本和时间。该过程的数学模型为[19]：

$$X(t+1)=X_{\text{best}}(t)-A\times D;$$
$$D=|C\times X_{\text{best}}(t)-X(t)|;$$
$$A=2ar-a=a(2r-1);$$
$$C=2r;$$
$$a=2-\frac{2t}{T}=2\left(1-\frac{t}{T}\right)。\tag{49}$$

其中：t 表示当前迭代次数；$X(t)$为当前路径；$X_{\text{best}}(t)$为当前最优路径；当前路径 $X(t)$向最优路径 $X_{\text{best}}(t)$靠近，生成新的路径 $X_{\text{best}}(t+1)$；A 和 C 为向量系；a 为收敛因子，随着迭代次数增加而呈线性递减；r 是[0，1]中的一个随机向量；T 为最大迭代次数。

3）气泡网攻击。气泡网攻击猎物是座头鲸特有的捕食行为，可用于模拟电动车路径的局部优化过程，用于探索更广泛的解空间，该过程可用以下 2 种数学模型进行模拟。

收缩环绕机制：随着迭代次数的增加，通过式(49)中收敛因子的线性递减实现。

螺旋式位置更新：以螺旋方式更新当前路径 $X(t)$，生成新路径 $X(t+1)$。数学模型如下：

$$X(t+1)=D_{\text{best}}\times e^{bL}\times\cos(2\pi L)+X_{\text{best}}(t);$$
$$D_{\text{best}}=|X_{\text{best}}(t)-X(t)|。$$

其中：D_{best} 为当前搜索个体与当前最优解的距离；b 为螺旋形状参数；L 为[−1，1]均匀分布的随机数。

假设座头鲸在攻击猎物时采取这 2 种行为的概率相同，可表示为：

$$X(t+1)=\begin{cases}X_{\text{best}}(t)-A\times D, p<0.5;\\ D\times e^{bL}\times\cos(2\pi L)+X_{\text{best}}(t), p\geqslant 0.5。\end{cases}$$

其中：p 为捕食机制概率，是[0，1]中的随机数。

4）寻找猎物。鲸鱼在解空间中寻找猎物，可用于模拟电动车路径的全局优化过程。在电动车路径构造中，随机搜索机制可以避免过早收敛。此时数学模型如下：

$$D_{\text{rand}}=|C\times X_{\text{rand}}(t)-X(t)|;$$
$$X(t+1)=X_{\text{rand}}(t)-A\times D。$$

其中：D_{rand} 为当前搜索个体与随机个体的距离；$X_{\text{rand}}(t)$是当前种群中的随机路径。

3.4　充电站插入电动车路径

为保障电动车与无人机后续的电量可持续性与配送服务完整性，引入 Keskin 等人提出的贪婪充电站插入策略[20]。考虑电动车服务每个客户点后的剩余电量变化情况，将电动车 v 到达客户点 j 的剩余电量表示为：

$$E_{vj}^{\text{arrive}}=E_{vi}^{\text{leave}}-E_{vij}x_{vij}, v\in V, i\in P_{\text{b}}, j\in P_{\text{e}};$$

电动车充电量表示为：

$$e_{vk}=E_{vk}^{\text{leave}}-E_{vk}^{\text{arrive}}, k\in W, v\in V;$$

电动车充电时长表示为：

$$t_{vk}=\frac{e_{vk}}{r_{\text{c}}}, k\in W, v\in V。$$

充电站插入电动车路径流程如图 4 所示：寻找电动车电量不足以支撑后续配送的第 1 个客户点，在该点与上一点间插入成本最小的充电站，满足后续服务要求。若不可行，则在路径前一个客户点位置寻找距离该位置最近的充电站进行插入，直至路径电量可持续[21]。

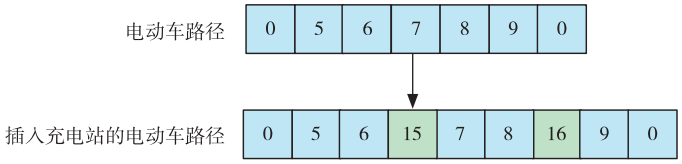


图 4　充电站插入电动车路径示意图

Fig. 4　Diagram of the path for inserting the charging station into the electric vehicle

3.5 无人机路径添加

针对无人机载荷受限的约束,按以下流程添加无人机路径。

1) 初始电动车服务点转换为无人机服务点。如图 5 所示,优先选择最轻的客户点进行服务模式转换,将它的前后节点设为无人机起降点,执行多维约束验证,若满足约束且总成本降低则保留方案,否则迭代选择次优节点。

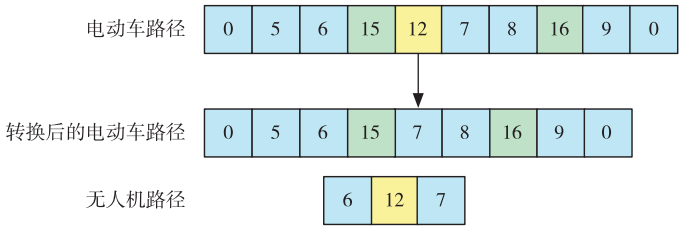


图 5 初始电动车服务点变为无人机服务点示意图

Fig. 5 Schematic diagram of the initial electric vehicle service point converted into a drone service point

2) 电动车电量不足客户点转换为无人机客户点。如图 6 所示,在电动车路径中,找到电量不足且附近充电成本较高的第 1 个客户点,转为无人机服务点,并检验电动车剩余电量能否满足后续服务,若满足多维约束且总成本降低,则接受添加;否则选择新路径重复操作,以此类推。

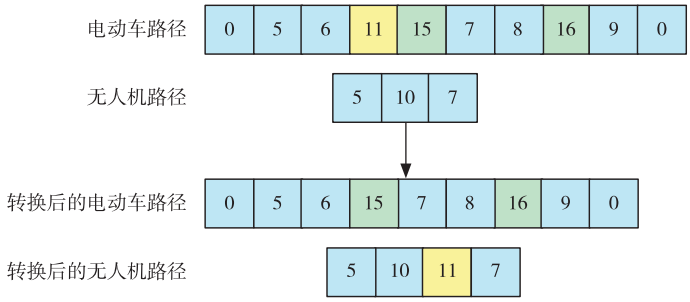


图 6 电动车电量不足客户点变为无人机客户点示意图

Fig. 6 Schematic diagram of the transformation of an electric vehicle customer point to a drone customer point when the battery is low

3) 重复步骤 1)和步骤 2)直至无可替代的无人机服务点。

3.6 电动车与无人机协同配送路径优化

采用 ALNS 优化协同配送路径,具体步骤如下。

1) 参数初始化:将当前最优解设为基准解,建立算子权重动态分配矩阵,配置 Metropolis 概率接收函数中各项参数。

2) 邻域结构:设计算子耦合机制(表 2),使每对算子构成独特的解空间探索维度。

以算子对 6 为例,针对无人机有效载荷与储能状态对它作业航程的影响机制,破坏算子 d_6 用于随机移除客户点;修复算子 r_6 则用于插入该客户点,如图 7 所示。

在 ALNS 的每次破坏-修复操作后,若新解违反约束,则启动修复机制,通过局部搜索算子调整路径或充电策略以满足所有约束。修复后的解将作为当前解参与后续迭代,确保最终输出的为可行解,并在迭代过程中持续优化。

3) 算子选择和权重更新:构建基于轮盘赌的选择框架,各候选算子对被选中的概率由权重系数 ρ_q 决定。设计动态权重调整机制,依据算子对在迭代过程中的表现实时更新。得分 ψ 设定四阶评估体系:ε_1:新解成为全局最优;ε_2:新解优于当前解;ε_3:新解虽劣于当前解但符合 Metropolis 准则;ε_4:其他。

$$\rho_q^{i+1}=\lambda\rho_q^i+(1-\lambda)\psi_q$$

其中:$\lambda\in[0,1]$为平滑系数,表明历史权重对当前值的影响;ρ_q^i 为第 i 次更新后的权重。

4) 迭代终止判定:循环执行步骤 3),直至达到预设迭代次数或 Metropolis 准则中的终止阈值,输出最优解。

表 2　破坏-修复算子对设计

Tab. 2　Design of the destruction and repair operator pair

算子对	破坏算子	修复算子	核心逻辑
1	d_1：移除电动车无法到达的冗余充电站	r_1：在客户点前插入充电站，提前充电以保障后续服务	保障电量可行性
2	d_2：移除电动车到达时电量富余的充电站	r_2：在下一客户点后插入充电站，最大化剩余电量利用	降低充电成本
3	d_3：从含 2 个相邻充电站的路径中随机移除 1 个	r_3：将被移除的充电站插入另一条无充电站的路径	优化全局电能分配
4	d_4：在无人机服务空窗路段随机移除电动车充电站	r_4：用无人机服务点替换充电站前后电动车服务点	提升电动车-无人机协同率
5	d_5：从高载荷无人机路径中随机移除 1 个客户点	r_5：在低载荷路径插入该客户点	平衡无人机负载
6	d_6：从高耗电无人机路径随机移除 1 个客户点	r_6：低耗电路径插入该客户点	优化能耗分布

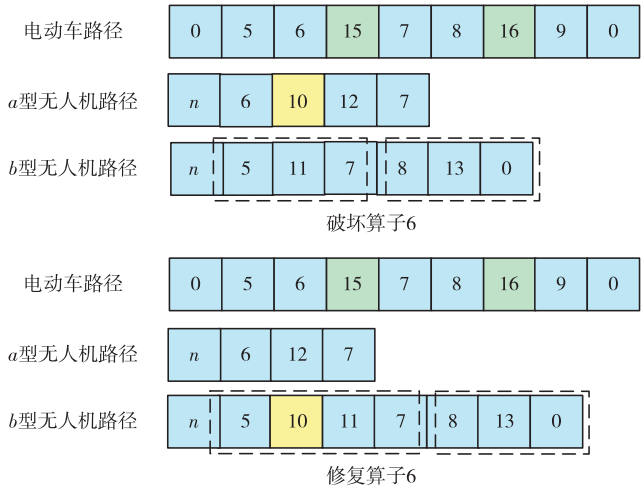


图 7　算子对 d_6 与 r_6 示意图

Fig. 7　Schematic of the operator d_6 and r_6

4　案例分析

4.1　模型验证

为验证本文所建 EVRPD-CEVD 数学模型的正确性与严谨性，本节采用商业求解器对一个小规模算例进行精确求解，并将结果与 WOA-ALNS 算法求解结果进行对比分析。该验证算例包含 1 辆电动车、1 架 a 型无人机、5 个客户点与 1 个充电站，客户点的坐标、需求及时间窗信息如表 3 所示。

表 3　小规模算例信息

Tab. 3　Small-scale example information

序号	横坐标/km	纵坐标/km	包裹质量/kg	时间窗起点	时间窗终点
配送中心	121.38	279.54		08:00	20:00
1	120.86	278.45	1.5	10:00	12:00
2	124.95	283.08	1.5	14:00	16:00
3	118.61	276.29	3.0	16:00	18:00
4	119.68	276.56	1.0	16:00	18:00
5	121.95	277.78	5.5	12:00	14:00

将模型在GUROBI中实现,设置最大求解时间为3 600 s,并对小规模算例进行30次独立实验。为进一步验证算法与精确求解结果的统计显著性差异,采用Friedman检验对30次实验的总成本数据进行分析,求解结果如表4所示。

表4 模型验证结果对比

Tab.4 Comparison of model validation results

求解方法	总成本均值/元	标准差/元	电动车路径	无人机服务客户点	计算时间/s
GUROBI(最优解)	318.75	0	0→3→(充电站)→2→0	客户点4,5	347.2
WOA-ALNS	322.41	0.87	0→3→(充电站)→2→0	客户点4,5	4.7

Friedman检验用于评估多组独立样本数据的分布是否存在显著差异,原假设为"WOA-ALNS算法与GUROBI求解结果的总成本分布无显著差异"。通过对30次实验数据的计算,得到Friedman检验统计量为1.28,对应的p值为0.258(大于显著性水平$\alpha=0.05$),因此无法拒绝原假设,表明WOA-ALNS算法的求解结果与GUROBI最优解在统计意义上无显著差异。

此外,由结果可知,GUROBI在允许时间内求得了该小规模问题的最优解,总成本为318.75元。本文所提出的WOA-ALNS算法求得的总成本均值为322.41元,标准差仅为0.87元,表明算法在小样本情形下具有良好的稳定性。此外,算法求得了与最优解完全一致的配送路径与模式分配方案,但WOA-ALNS在充电策略上存在优化空间,导致总成本略高于GUROBI精确解,但差距仅为1.15%,在可接受范围内,并且计算时间远少于GUROBI,在求解效率上展现出优势,为后续求解大规模实际问题奠定了基础。结合Friedman检验结果,充分验证了EVRPD-CEVD数学模型的正确性以及WOA-ALNS算法在求解质量上的有效性。

4.2 算例生成及参数设置

由于EVRPD-CEVD问题涉及因素较多,目前没有符合该问题的专用数据集,本文选取具备大规模节点分布特征的CVRPTW基准测试集的1c2b3a4c、1c2c3c4b、1c2c3a4a这3组算例作为验证基础,通过空间坐标标度变换实现城市级物流场景映射。因篇幅有限,仅展示1c2b3a4c部分算例点信息,详见表5。

表5 部分大规模算例信息

Tab.5 Partial information on large-scale computational examples

序号	横坐标/km	纵坐标/km	包裹质量/kg	时间窗起点	时间窗终点
配送中心	121.38	279.54		08:00	20:00
1	120.86	278.45	1.5	10:00	12:00
2	124.95	283.08	1.5	14:00	16:00
3	124.95	283.08	4.5	10:00	12:00
4	118.61	276.29	3.0	16:00	18:00
5	119.68	276.56	1.0	16:00	18:00
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
96	116.62	276.78	1.5	14:00	16:00
97	120.36	277.34	6.0	08:00	10:00
98	124.27	283.18	2.5	12:00	14:00
99	122.49	288.52	4.5	08:00	10:00
100	123.35	280.50	1.5	10:00	12:00

选取行业标杆设备作为参考原型,对电动车、充电站、无人机相关参数设置见表6。规定电动车配置a、b双机型无人机各1架,充电过程为恒定功率;各客户点的服务时长统一为120 s。

WOA-ALNS算法的性能在很大程度上依赖于参数的设置。本文采用田口实验设计方法,以总成本为评价指标,选取4个关键参数作为控制因子,每个因子设置3个水平,如表7所示。

表 6　电动车与无人机参数

Tab. 6　Electric vehicle and drone parameters

参数	数值	参数	数值	参数	数值	参数	数值
v_{car}	40 km·h^{-1}	M_{max}^{a}	3.5 kg	P_{a}^{in}	20 W·h·min^{-1}	C_{b}^{ds}	0.5 元·kW·h^{-1}
C_{car}^{fixed}	100 元·辆$^{-1}$	E_{max}^{a}	0.4 kW·h	m_{a}	1.5 kg	E_{b}^{ds}	0.025 kW·h·km^{-1}
E_{max}^{car}	60 kW·h	v_{a}	50 km·h^{-1}	M_{max}^{b}	5.5 kg	P_{b}^{in}	25 W·h·min^{-1}
E_{ds}^{car}	0.15 kW·h·km^{-1}	C_{UAVa}^{fixed}	20 元·架$^{-1}$	E_{max}^{b}	0.6 kW·h	m_{b}	3.0 kg
C_{car}	0.5 元·(kW·h)$^{-1}$	C_{a}^{ds}	0.5 元·(kW·h)$^{-1}$	v_{b}	60 km·h^{-1}		
r_{c}	50 (kW·h)·h^{-1}	E_{a}^{ds}	0.020 kW·h·km^{-1}	C_{UAVb}^{fixed}	40 元·架$^{-1}$		

表 7　田口实验设计的控制因子与水平

Tab. 7　Control factors and levels in Taguchi experimental design

控制因子	描述	水平 1	水平 2	水平 3
A	WOA 种群大小	20	50	100
B	最大迭代次数	50	100	200
C	ALNS 破坏算法移除比例	5%/10%/15%	10%/20%/30%	20%/30%/40%
D	ALNS 破坏-修复循环次数	10	20	50

选用 L_9 正交表,共需进行 9 组实验。每组实验在算例 1c2b3a4c 上独立运行 5 次,取平均总成本作为信噪比的计算依据。分析得出最优水平为参数设置为:种群大小 50,最大迭代次数 100,3 种破坏方法的移除比例分别为 10%,20%和 30%,局部优化次数 20,将此最优参数组合将被用于后续所有对比实验中。

4.3　结果讨论

1) 算法性能分析。基于上述算例和参数,采用 MATLAB 2023b 软件编程求解。为验证算法对 EVRPD-CEVD 模型的优化性能,选取传统 WOA 和人工蜂群(artificial bee colony, ABC)算法作为对比基准,在 3 个算例上分别实施 20 轮独立实验流程,统计最优解与平均解,实验数据记录于表 8。其中,成本差值指该算法解与 WOA-ALNS 优化解之间的相对成本偏差率;无人机服务点个数取平均值整数。

表 8　各算法实验结果

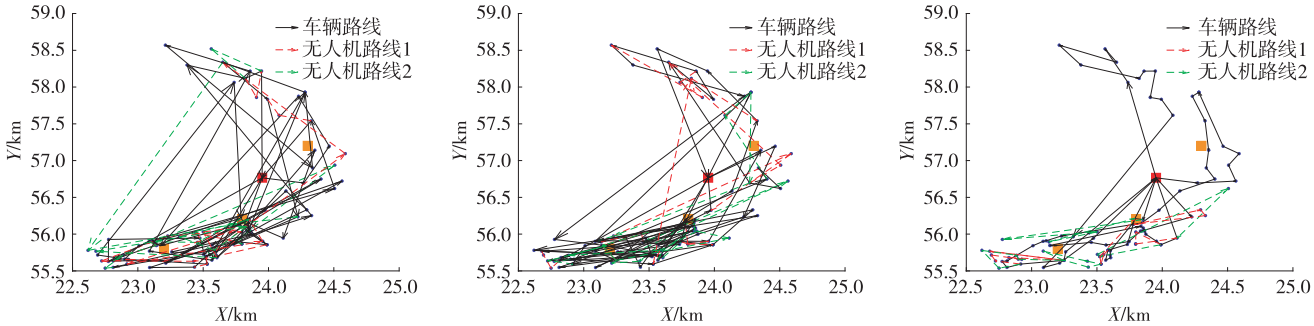
Tab. 8　Experimental results of various algorithms

算例	解的类型	算法	总成本/元	无人机服务点数量/个	运行时间/s	成本差值
1c2b3a4c	最优解	ABC	855.16	35	694.15	3.71%
		WOA	1 059.82	47	390.34	28.54%
		WOA-ALNS	824.54	47	698.09	
	平均解	ABC	867.99	34	671.93	4.08%
		WOA	1 068.17	45	362.63	28.08%
		WOA-ALNS	833.96	46	691.80	
1c2c3c4b	最优解	ABC	888.13	30	681.27	2.82%
		WOA	1 029.43	45	430.64	19.17%
		WOA-ALNS	863.81	47	717.66	
	平均解	ABC	897.22	29	659.46	3.00%
		WOA	1 042.13	43	400.07	19.63%
		WOA-ALNS	871.09	45	711.20	

续表 8

算例	解的类型	算法	总成本/元	无人机服务点数量/个	运行时间/s	成本差值
1c2c3a4a	最优解	ABC	847.58	32	648.26	3.33%
		WOA	1 057.70	47	383.72	28.94%
		WOA-ALNS	820.29	41	692.24	
	平均解	ABC	863.54	31	627.52	5.72%
		WOA	1 065.81	44	356.47	30.48%
		WOA-ALNS	816.81	40	686.01	

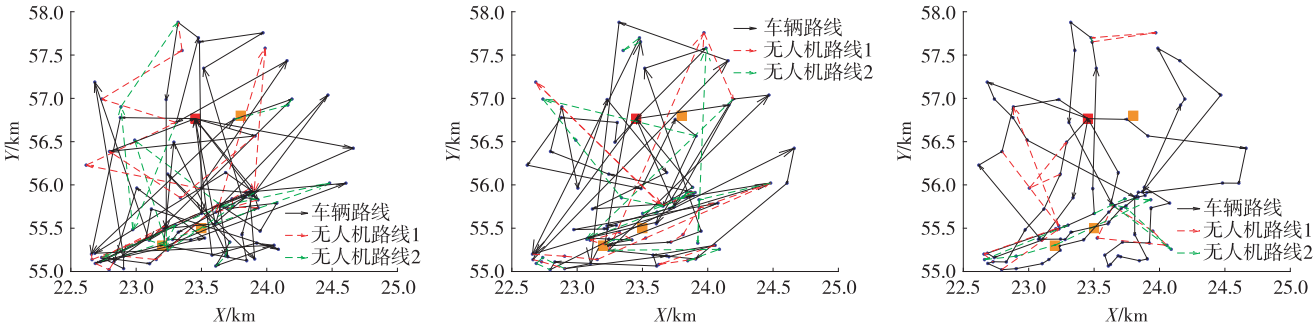
最优解路径见图 8、图 9 和图 10,其中红色方块表示配送中心,橙色方块表示电动车充电站。



a ABC 求解　　b WOA 求解　　c WOA-ALNS 求解

图 8 求解算例 1c2b3a4c 配送路径图

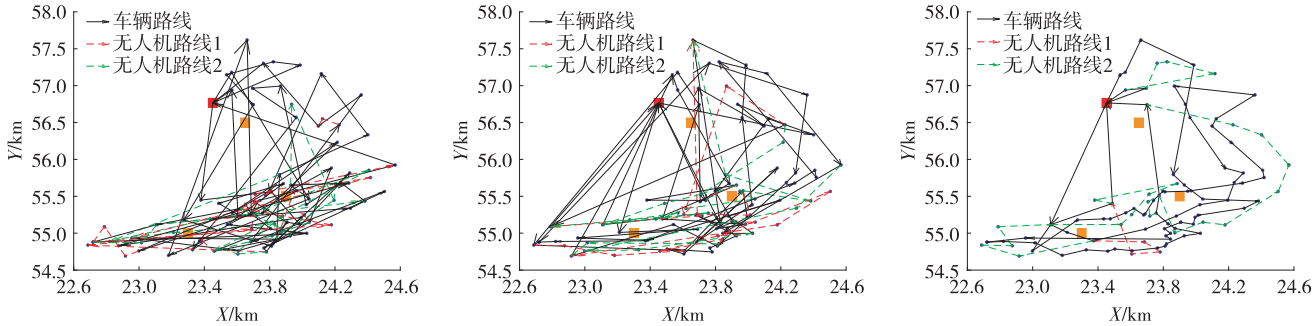
Fig. 8 Delivery route diagram for case 1c2b3a4c



a ABC 求解　　b WOA 求解　　c WOA-ALNS 求解

图 9 求解算例 1c2c3c4b 配送路径图

Fig. 9 Delivery route diagram for case 1c2c3c4b



a ABC 求解　　b WOA 求解　　c WOA-ALNS 求解

图 10 求解算例 1c2c3a4a 配送路径图

Fig. 10 Delivery route diagram for case 1c2c3a4a

由上述图表可知，WOA-ALNS 在求解质量上明显优于对比算法：相比 WOA 初始解，该算法在 3 个算例中的平均解总成本降低 19.63%～30.48%，最优解降低 19.17%～28.94%；相较于 ABC 算法，平均解和最优解也分别实现了 3.00%～5.72%和 2.82%～3.71%的提升。虽然算法耗时有所增加，但通过适度牺牲时间效率换取求解精度的明显提升，符合复杂优化问题的权衡规律。此外，对照算法 ABC 和初始算法 WOA 的解中无人机任务分配比例较低，WOA-ALNS 通过邻域搜索策略明显提升了无人机参与水平。

2）模式对比分析。为了验证 EVRPD-CEVD 模型的有效性，将采用 WOA-ALNS 处理 EVRPD-CEVD 的解与不考虑无人机充电、仅考虑电动车充电的 EVRPD-CEV 模式的解进行对比。实验数据记录于表 9。

表 9　EVRPD-CEVD 与 EVRPD-CEV 模式结果对比

Tab. 9　Comparison of results between the EVRPD-CEVD and EVRPD-CEV models

算例	解的类型	模式	总成本/元	成本涨幅	成本差值/元
1c2b3a4c	最优解	EVRPD-CEV	783.20	5.28%	41.34
		EVRPD-CEVD	824.54		
	平均解	EVRPD-CEV	796.83	4.66%	37.13
		EVRPD-CEVD	833.96		
1c2c3c4b	最优解	EVRPD-CEV	814.81	6.01%	49.00
		EVRPD-CEVD	863.81		
	平均解	EVRPD-CEV	825.29	5.55%	45.80
		EVRPD-CEVD	871.09		
1c2c3a4a	最优解	EVRPD-CEV	772.89	6.13%	47.40
		EVRPD-CEVD	820.29		
	平均解	EVRPD-CEV	778.35	4.94%	38.46
		EVRPD-CEVD	816.81		

由表 9 可知，EVRPD-CEVD 模式相比 EVRPD-CEV 模式的配送总成本有明显增长，平均涨幅为 5.43%；20 次计算结果中的最优解总成本升高 6.13%。可见 EVRPD-CEVD 模式中对无人机充电需求和实时电量的考虑对于无人机配送结果有明显影响，也有助于平衡电动车与无人机的调度情况，提高整体配送系统的服务效率，应该在实际物流末端配送应用中加以考虑。

4.4　敏感性分析

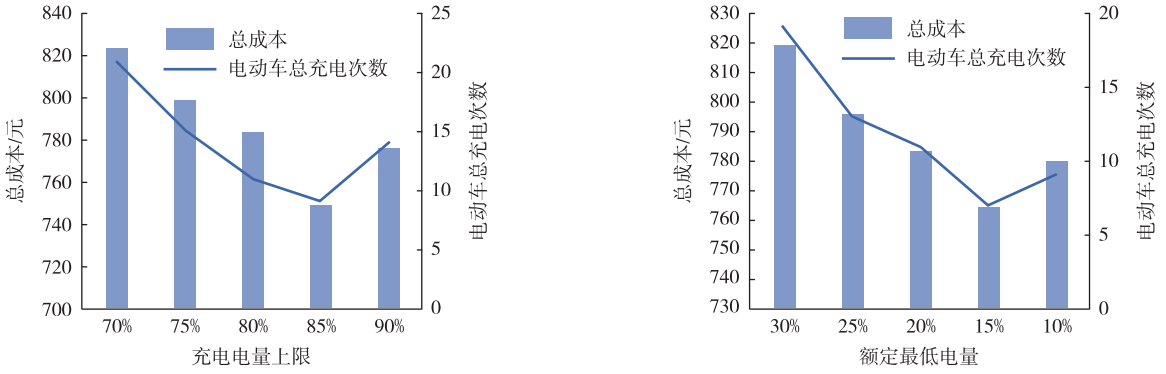
为了探索电动车与无人机充电电量上限与额定最低电量的灵敏度，分别对二者进行敏感性分析，在算例 1c2b3a4c 上实施 20 轮独立实验流程并统计平均解。具体实验过程为：

1）固定电动车额定最低电量为 20%，将充电电量上限从 70%逐步升高至 90%；固定电动车充电电量上限为 80%，将额定最低电量从 30%逐步降低至 10%，步长均为 5%。结果如表 10 和图 11 所示。

表 10　电动车电量敏感性分析

Tab. 10　Sensitivity analysis of elecric vehicle battery capacity

额定最低电量	充电电量上限	总成本/元	电动车总充电次数	额定最低电量	充电电量上限	总成本/元	电动车总充电次数
20%	70%	823.15	21	30%	80%	818.97	19
	75%	798.47	15	25%		795.33	13
	80%	783.20	11	20%		783.20	11
	85%	748.91	9	15%		764.28	7
	90%	775.62	14	10%		779.85	9



a 充电电量上限灵敏度分析　　b 额定最低电量灵敏度分析

图 11 电动车电量灵敏度分析

Fig. 11 Sensitivity analysis of electric vehicle battery capacity

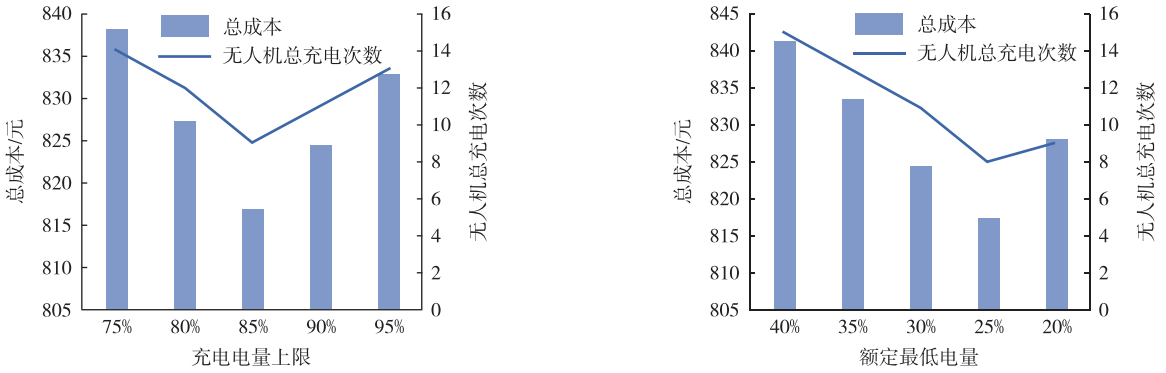
分析以上图表可知,电动车充电策略的优化对配送成本具有明显影响:充电电量上限提升至 85%可扩大可用电量区间,减少充电次数并降低行驶成本,但超过该阈值会因充电时间延长而增加时间窗违约风险和电池损耗;额定最低电量降至 15%能延迟充电触发时点、降低充电频率,但进一步降低至 10%会导致紧急补电概率上升。

2) 固定无人机额定最低电量为 30%,将充电电量上限从 75%逐步升高至 95%;固定无人机充电电量上限为 90%,将额定最低电量从 40%逐步降低至 20%,步长均为 5%。结果如表 11 和图 12 所示。

表 11 无人机电量敏感性分析

Tab. 11 Sensitivity analysis of drone battery capacity

额定最低电量	充电电量上限	总成本/元	无人机总充电次数	额定最低电量	充电电量上限	总成本/元	无人机总充电次数
	75%	838.15	14	40%		841.27	15
	80%	827.39	12	35%		833.51	13
30%	85%	816.73	9	30%	90%	824.54	11
	90%	824.54	11	25%		817.37	8
	95%	832.89	13	20%		828.19	9



a 充电电量上限灵敏度分析　　b 额定最低电量灵敏度分析

图 12 无人机电量灵敏度分析

Fig. 12 Sensitivity analysi of drone battery capacity

实验结果表明,无人机充电策略对协同配送成本具有关键影响:充电电量上限提升至 85%可明显增强续航能力并降低充电成本,但超过该阈值会因充电时间延长导致时间窗违约风险;额定最低电量降至 25%能优化充电频次和调度灵活性,但进一步降低会增加紧急迫降风险。

基于灵敏度分析,可针对相关企业或供应链部门在物流末端配送等环节提出以下建议:1) 将充电电量上限维持在 85%左右以平衡效率与成本,并根据配送时段动态调整额定最低电量——高峰时段保持 25%以应对拥

堵风险，平峰时段设为 15%以利用通畅路况和分时电价优势。2）将无人机充电电量上限维持在 85%左右，同时保持额定最低电量在 25%，既能最大化单次飞行服务能力，又能确保系统可靠性。

5　结论

本文对考虑电动车与无人机充电的协同配送问题展开研究，在客户硬时间窗、多机型无人机、无人机多点配送等背景下，不仅考虑电动车的充电需求并加入充电站，还引入无人机的充电机制，以最小化总成本为目标建立数学模型，设计 WOA-ALNS 进行求解。实验验证表明：WOA-ALNS 在多个算例中均展现出明显的优化效能，相比传统 WOA 和 ABC 算法，在求解质量和收敛速度上具有明显优势，验证了算法的可靠性和竞争性。进一步对电动车与无人机充电电量上限与额定最低电量进行敏感性分析，结果表明电动车的充电电量上限应保持在 85%左右，额定最低电量于高峰时段和平峰时段应分别保持在 25%和 15%左右；无人机的充电电量上限与额定最低电量应分别设定在 85%和 25%左右，为企业在物流配送领域提供了建议。后续研究可探索无人机在电动车行驶过程中的动态起降点选择，以及如何优化无人机的起降时机和位置，以进一步提高配送效率和灵活性。

参考文献：

[1]　Lu Z Y，Yu N，Wang X H. Incentive mechanism and path planning for unmanned aerial vehicle（UAV）hitching over traffic networks[J]. Future Generation Computer Systems，2023，145：521-535.

[2]　范厚明，甘兰，张跃光，等. 有禁飞区的时间依赖型车辆与无人机协同配送路径优化[J]. 控制理论与应用，2024，41（2）：321-330.
Fan Houming，Gan Lan，Zhang Yueguang，et al. Time-dependent vehicle routing problem with drones considering no-fly zones[J]. Control Theory & Applications，2024，41（2）：321-330.

[3]　刘旭，张明，高翔，等. 考虑无人机能耗的卡车无人机同步配送研究[J]. 哈尔滨商业大学学报（自然科学版），2024，40（5）：622-630.
Liu Xu，Zhang Ming，Gao Xiang，et al. Research on truck-drone synchronized delivery considering drone energy consumption[J]. Journal of Harbin University of Commerce（Natural Sciences Edition），2024，40（5）：622-630.

[4]　Duan H H，Li X L，Zhang G H，et al. Elite-based multi-objective improved iterative local search algorithm for time-dependent vehicle-drone collaborative routing problem with simultaneous pickup and delivery[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence，2025，139：109608.

[5]　陈希琼，王兴隆，胡大伟. 考虑等待成本的卡车与多无人机联合配送农村物流路径优化[J]. 运筹与管理，2024，33（8）：23-29.
Chen Xiqiong，Wang Xinglong，Hu Dawei. Rural E-commerce logistics route optimization by joint truck and multi-drone delivery considering waiting cost[J]. Operations Research and Management Science，2024，33（8）：23-29.

[6]　梁爽，陈彦如，孙智彬. 基于自适应大邻域搜索算法的无人机-卡车-代收点协同配送[J]. 工业工程与管理，2024，29（1）：119-132.
Liang Shuang，Chen Yanru，Sun Zhibin. An adaptive large neighborhood search for the drone-truck-collection point collaborative delivery problem[J]. Industrial Engineering and Management，2024，29（1）：119-132.

[7]　路世昌，邵旭伦，李丹. 卡车-无人机协同救灾物资避障配送问题研究[J]. 计算机工程与应用，2023，59（2）：289-298.
Lu Shichang，Shao Xulun，Li Dan. Research on truck-drone coordinated disaster relief supplies obstacle avoidance distribution[J]. Computer Engineering and Applications，2023，59（2）：289-298.

[8]　刘长石，吴张，马祖军，等. 通行受限下需求可拆分的应急物资卡车-多无人机协同配送路径优化[J]. 系统科学与数学，2023，43（11）：2930-2948.
Liu Changshi，Wu Zhang，Ma Zujun，et al. Split delivery truck multi-drone collaborative routing for emergency supplies under traffic restriction[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences，2023，43（11）：2930-2948.

[9]　Lu Y C，Yang J，Yang C. A humanitarian vehicle routing problem synchronized with drones in time-varying weather conditions[J]. Computers & Industrial Engineering，2023，184：109563.

[10]　Pina-Pardo J C，Silva D F，Smith A E，et al. Dynamic vehicle routing problem with drone resupply for same-day delivery [J]. Transportation Research Part C：Emerging Technologies，2024，162：104611.

[11]　Kong F H，Jiang B. Delivery optimization for collaborative truck-drone routing problem considering vehicle obstacle avoidance[J]. Computers & Industrial Engineering，2024，198：110659.

[12] Li M, Cai K Q, Zhao P. Optimizing same-day delivery with vehicles and drones: a hierarchical deep reinforcement learning approach[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2025, 193: 103878.

[13] Zhang S, Liu S L, Xu W B, et al. A novel multi-objective optimization model for the vehicle routing problem with drone delivery and dynamic flight endurance[J]. Computers & Industrial Engineering, 2022, 173: 108679.

[14] Gu Q C, Fan T J, Han W K. Optimization of hybrid delivery by vehicle and drones[J]. Electronic Commerce Research and Applications, 2024, 66: 101411.

[15] 彭勇，任志. 公交辅助无人机的城市物流配送模式研究[J]. 计算机工程与应用，2024，60 (7)：335-343.
Peng Yong, Ren Zhi. Research on urban logistics distribution mode of bus-assisted drones[J]. Computer Engineering and Applications, 2024, 60 (7): 335-343.

[16] Jiang J, Dai Y, Yang F, et al. A multi-visit flexible-docking vehicle routing problem with drones for simultaneous pickup and delivery services[J]. European Journal of Operational Research, 2024, 312 (1): 125-137.

[17] 张得志，周少宇，周理昆，等. 部分充电策略下多中心混合车队联合配送路径优化[J]. 铁道科学与工程学报，2024，21 (9)：3552-3562.
Zhang Dezhi, Zhou Shaoyu, Zhou Likun, et al. Multi-depot mixed fleet joint distribution routing optimization with partial recharging strategy[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2024, 21 (9): 3552-3562.

[18] 林长通. 基于充换电模式的电动物流车城市配送路径优化研究[D]. 北京：北京交通大学，2021.
Lin Changtong. Research on urban distribution route optimization of electric logistics vehicles based on charging and swapping mode[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2021.

[19] 李胜伶，李金广，赵立军，等. 基于改进鲸鱼优化算法的丘陵山区田块全覆作业路径规划[J]. 农业工程学报，2024，40 (17)：61-70.
Li Shengling, Li Jinguang, Zhao Lijun, et al. Path planning for field full coverage operation in hilly and mountainous farmlands based on the enhanced whale optimization algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2024, 40 (17): 61-70.

[20] Keskin M, Çatay B. Partial recharge strategies for the electric vehicle routing problem with time windows[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2016, 65: 111-127.

[21] 卢子琳. “双碳”背景下考虑时变特性的多中心车辆-无人机协同配送路径优化[D]. 重庆：重庆交通大学，2024.
Lu Zilin. Multi-depot vehicle-drone routing optimization considering time variation under the “double carbon” background [D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2024.

Special Section on Vehicle Routing and Collaborative Distribution

Research on the Coordinated Delivery Problem of Electric Vehicle and Unmanned Aerial Vehicle Charging

GU Yong, LI Yuxin, QIAO Lei, CHEN Yan, WANG Yi

(School of Transportation and Logistics Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China)

Abstract: Against the backdrop of the booming e-commerce and low-altitude economy, the traditional delivery model has become inadequate to meet current demands. The collaborative delivery of electric vehicles and drones, which offers flexibility and environmental friendliness, has gradually attracted attention. Based on the actual needs and development trends of the industry and the real delivery scenarios in urban areas, this study focuses on the collaborative delivery problem considering the charging of electric vehicles and drones, establishing a mathematical model with the objective of minimizing total cost. An improved Whale Optimization Algorithm (WOA-ALNS) is designed to solve the problem. Comparative experiments on multiple sets of examples show that WOA-ALNS outperforms the traditional Whale Optimization Algorithm and the Artificial Bee Colony Algorithm in terms of solution quality by an average of 19% to 30%, with a faster convergence speed. This validates the effectiveness of the proposed model and the improved algorithm. Further sensitivity analysis on the upper limit and minimum rated charge of electric vehicles and drones provides reference suggestions for enterprises. The research offers a green solution for the logistics and delivery industry, providing innovative ideas for solving the last-mile delivery problem, and holds both theoretical and practical significance.

Keywords: electric vehicle charging; drone charging; collaborative delivery; WOA-ALNS algorithm; multi-type models

(责任编辑 黄 颖)